ФИЗИКА

Г. Я. Мякишев, А. З. Синяков

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА



УГЛУБЛЁННЫЙ УРОВЕНЬ

10
11
классы

ДРОФА

ФИЗИКА

Г. Я. Мякишев, А. З. Синяков

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА

УГЛУБЛЁННЫЙ УРОВЕНЬ

10–11 классы

Учебник

Рекомендовано Министерством просвещения Российской Федерации

8-е издание, стереотипное

Москва
Дрофа
2019



ВВЕДЕНИЕ

РОЛЬ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ СИЛ В ПРИРОДЕ И ТЕХНИКЕ

Место электродинамики в современной физике

В механике изучают различные виды движения макроскопических тел под действием определённых сил, в молекулярной физике — хаотическое движение атомов и молекул, составляющее основу тепловых процессов. Природу же сил, их происхождение не исследуют ни в рамках механики, ни в молекулярной физике.

Для расчёта движения тел в механике достаточно знать, чему равна сила количественно. А знать значения сил, определить, когда и как они действуют, можно и не вникая в природу сил, а лишь располагая способами их измерения. Гравитационные силы, силы упругости и силы трения, с которыми преимущественно имеют дело в классической механике, определяются экспериментально. Из этих трёх типов сил только гравитационные силы являются фундаментальными, т. е. не сводимыми ни к каким более общим и глубоким взаимодействиям. Силы упругости и трения не фундаментальны: они представляют собой сложное проявление электромагнитных сил. В электродинамике рассматриваются как раз фундаментальные силы, имеющие электромагнитную природу и действующие между электрически заряженными частицами. Изучение этих взаимодействий приводит нас к одному из самых глубоких понятий физики — понятию электромагнитного поля.

Электродинамика — это наука о свойствах и закономерностях поведения особого вида материи — электромагнитного поля, осуществляющего взаимодействие между электрически заряженными телами или частицами.

Четыре типа фундаментальных взаимодействий

Несмотря на видимое разнообразие действий тел друг на друга, все взаимодействия, все силы сводятся к четырём типам: гравитационные, электромагнитные, сильные (ядерные) и слабые взаимодействия. Чтобы наглядно представить себе роль электромагнитных сил в природе, остановимся бегло на главных особенностях всех четырёх фундаментальных взаимодействий и укажем сферу их действия (табл. 1).

Таблица 1

Тип взаимодействия	Сравнительная интенсивность	Радиус действия, см	Сфера действия
Гравитационные	10^{-39}	∞	Космос
Сильные	100	10^{-13}	Ядра и элементарные частицы
Слабые	10^{-14}	10^{-16}	Превращения элементарных частиц
Электромагнитные	1	∞	От атомного ядра и элементарных частиц до космоса

Из всех фундаментальных сил в первую очередь были открыты *гравитационные*. Эти силы абсолютно универсальны: они действуют между всеми объектами, обладающими массой, а массой обладают все тела и частицы. Исключение не составляют даже свет и само гравитационное поле. Гравитационные силы медленно $\left(\text{пропорционально } \frac{1}{R^2}\right)$ убывают с расстоянием. Но они чрезвычайно слабы: самые слабые силы в природе. Именно поэтому их роль существенна лишь при взаимодействии космических тел. Эти силы определяют

строение Вселенной в целом, строение галактик, звёзд и планетных систем.

Сильные взаимодействия (ядерные силы) не универсальны. В сильных взаимодействиях участвует большинство элементарных частиц. Исключение составляет группа элементарных частиц — лептоны, фотоны и переносчики слабых взаимодействий (векторные бозоны). К лептонам относится электрон. Короткодействующий характер ядерных сил определяет сферу их действия — атомные ядра. Эти самые мощные силы природы обеспечивают устойчивость атомных ядер.

Слабые взаимодействия так же универсальны, как и гравитационные. Все частицы участвуют в слабых взаимодействиях. Эти взаимодействия являются ещё более короткодействующими, чем ядерные силы. Распад большинства элементарных частиц обусловлен этими силами. Связанных систем частиц слабые взаимодействия не образуют.

Электромагнитные взаимодействия

Все остальные силы, проявляющиеся в природе и используемые в технике, имеют электромагнитную природу. В повседневной жизни, за исключением притяжения к Земле и приливов, мы встречаемся в основном только с различными проявлениями электромагнитных сил. В частности, упругая сила пара имеет электромагнитную природу. Поэтому смена «века пара» «веком электричества» означала лишь смену эпохи, когда мы не умели управлять электромагнитными силами, эпохой, когда мы научились распоряжаться ими по своему усмотрению.

Трудно даже перечислить все проявления электромагнитных сил. Они определяют устойчивость атомов, объединяют атомы в молекулы, обусловливают взаимодействие между атомами и молекулами, приводящее к образованию конденсированных (жидких и твёрдых) сред. Все виды сил упругости и трения имеют электромагнитную природу; силы мышц и вся жизнедеятельность нашего организма и организмов животных основаны на электромагнитных взаимодействиях. То же самое относится и ко всем растениям.

Велика роль электрических сил в ядре атома. В атомном реакторе и при взрыве атомной бомбы именно эти силы разгоняют осколки ядер и приводят к выделению огромной энергии. Наконец, взаимодействие между телами осуществляется посредством электромагнитных волн: свет, радиоволны, тепловое излучение и др.

Электромагнитные силы не универсальны. Они действуют лишь между электрически заряженными частицами. В чём же тогда состоит причина такой необычайно широкой сферы действия электромагнитных сил? Почему именно они определяют структуру материи и физические процессы в огромной области пространственных масштабов — от 10^{-13} до 10^7 см (на меньших расстояниях определяющими становятся ядерные взаимодействия, а на бо́льших нужно учитывать и гравитационные силы)?

Главная причина состоит в том, что вещество построено из электрически заряженных частиц — электронов и атомных ядер. Причём имеются заряды двух знаков: положительные и отрицательные, что обеспечивает существование как сил притяжения, так и сил отталкивания. И эти силы очень велики по сравнению с гравитационными.

Электромагнитные силы медленно, как $\frac{1}{R^2}$, убывают с расстоянием, подобно гравитационным силам. Но заряженные частицы образуют нейтральные системы — атомы и молекулы, силы взаимодействия между которыми проявляются лишь на очень малых расстояниях. Существен ещё сложный характер электромагнитных взаимодействий: они зависят не только от расстояний между заряженными частицами, но и от их скоростей и даже ускорений.

Роль электродинамики в технике

К созданию электродинамики привела длинная цепь планомерных исследований и случайных открытий, начиная с обнаружения способности янтаря, потёртого о шерсть, притягивать лёгкие предметы и кончая гипотезой Максвелла о порождении магнитного поля переменным электрическим полем.



Лишь во второй половине XIX в., после создания Максвеллом классической электродинамики, началось широкое практическое использование электромагнитных явлений. Изобретение радио А. С. Поповым и Г. Маркони — одно из важнейших применений принципов новой теории.

При развитии электродинамики впервые в истории человечества научные исследования предшествовали техническим применениям. Если паровая машина была построена задолго до создания термодинамики, то сконструировать электродвигатель или осуществить радиосвязь оказалось возможным только после открытия и изучения законов электродинамики.

Бесчисленные практические применения электромагнитных явлений преобразовали жизнь людей на земном шаре. Человечество создало вокруг себя некую новую «электрическую среду» со штепсельной розеткой на каждой стенке.

Широкое применение электродинамики связано с тем, что электрическую энергию легко передавать по проводам на большие расстояния и, главное, с помощью сравнительно несложных устройств преобразовывать в другие энергии: механическую, внутреннюю, энергию излучения и т. д.

Законы электродинамики лежат в основе всей электротехники и радиотехники, включая телевидение, видеозапись и почти все средства связи. Электродинамика составляет фундамент таких актуальных направлений современной физики, как физика плазмы и проблема управляемых термоядерных реакций, нелинейная оптика, магнитная гидродинамика, астрофизика, конструирование вычислительных машин, ускорителей элементарных частиц и т. д.

Границы применимости классической электродинамики

Как и любая другая физическая теория, классическая электродинамика Максвелла не является абсолютно точной. Она имеет определённые границы применимости.

Создание теории относительности не внесло каких-либо принципиальных изменений в электродинамику Максвелла. Напротив, именно развитие электродинамики привело в начале XX в. к созданию теории относительности. Дело в том, что электромагнитные процессы связаны с большими скоростями распространения взаимодействий. Теория Максвелла, описывающая эти взаимодействия, применима для процес-

---



Максвелл Джеймс Клерк (1831—1879) — великий британский физик, создатель теории электромагнитного поля. Уравнения Максвелла для электромагнитного поля лежат в основе всей электродинамики, подобно тому как законы Ньютона составляют основу классической механики. Максвелл является также одним из основателей молекулярно-кинетической теории строения вещества. Он впервые ввёл в физику представления о статистических законах, использующих математическое понятие вероятности.

сов, протекающих с любыми скоростями, меньшими скорости света.

Границы применимости классической электродинамики устанавливаются квантовой теорией. Классическая электродинамика успешно описывает поведение электромагнитного поля при достаточно малых частотах колебаний этого поля. Чем больше частота колебаний, тем отчётливее обнаруживаются квантовые (корпускулярные) свойства электромагнитного поля. Подробнее этот вопрос мы обсудим в дальнейшем.

Область применимости классической электродинамики очень велика. И в рамках этой области человечество всегда будет пользоваться теорией Максвелла. По мнению американского физика Р. Фейнмана, «в истории человечества (если посмотреть на неё, скажем, через десять тысяч лет) самым значительным событием XIX столетия, несомненно, будет открытие Максвеллом законов электродинамики. На фоне этого великого открытия гражданская война в Америке в том же десятилетии будет выглядеть мелким провинциальным происшествием».

Наша задача в дальнейшем будет состоять в изучении основных законов электромагнитных взаимодействий, а также в знакомстве со способами получения электрической энергии и использованием её на практике.

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ЗАРЯД И ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ЧАСТИЦЫ

Трудности определений

Со словами «электричество», «электрический заряд», «электрический ток» вы встречались много раз и успели к ним привыкнуть. Но попробуйте ответить на вопрос: «Что такое электрический заряд?» — и вы убедитесь, что это не так-то просто.

Дело в том, что дать краткое, удовлетворительное во всех отношениях определение заряда вообще невозможно. Важно уяснить себе именно это. Мы привыкли находить понятные нам объяснения весьма сложных образований и процессов вроде атома, жидких кристаллов, распределения молекул по скоростям и т. д. Действительно, такое сложное образование, как атом, не так уж трудно пояснить, хотя его нельзя видеть не только простым глазом, но и в микроскоп. В центре атома находится ядро, а вокруг него движутся электроны. А вот самые основные, фундаментальные понятия, нерас-

членимые на более простые, лишённые, по данным науки на сегодняшний день, какого-либо внутреннего механизма, кратко удовлетворительным образом уже не пояснить. Особенно если объекты непосредственно не воспринимаются нашими органами чувств. Именно к таким фундаментальным понятиям относится электрический заряд.

Электрический заряд

Попытаемся вначале выяснить не что такое *электрический заряд*, а что скрывается за утверждением *данное тело или частица имеют электрический заряд.* Это почти одно и то же, но не совсем, и второе проще для понимания.

Вы знаете, что все тела построены из мельчайших, неделимых на более простые (насколько сейчас науке известно) частиц, которые поэтому называют элементарными. Все элементарные частицы имеют массу и благодаря этому притягиваются друг к другу. Согласно закону всемирного тяготения сила притяжения сравнительно медленно убывает по мере увеличения расстояния между частицами: обратно пропорционально квадрату расстояния. Кроме того, большинство элементарных частиц, хотя и не все, обладают способностью взаимодействовать друг с другом с силой, которая также убывает обратно пропорционально квадрату расстояния, но эта сила в огромное число раз превосходит силу тяготения. Так, в атоме водорода, схематически изображённом на рисунке 1, электрон притягивается к ядру (протону) с силой, в 10^{39} раз превышающей силу гравитационного притяжения.

Если частицы взаимодействуют друг с другом с силами, которые медленно уменьшаются с увеличением расстояния и во много раз превышают силы всемирного тяготения, то говорят, что эти частицы имеют электрический заряд. Сами частицы называются заряженными. Бывают частицы без электрического заряда, но *не существует электрического заряда без частицы.*

Взаимодействия между заряженными частицами носят название электромагнитных. Когда мы говорим, что электроны и протоны электрически заряжены, то это означает, что они способны к взаимодействиям определённого типа (электромагнитным), и ничего более. Отсутствие заряда у частицы означает, что подобных взаимодействий она не обнаруживает. **Электрический заряд определяет интенсивность электромагнитных взаимодействий,** подобно тому как

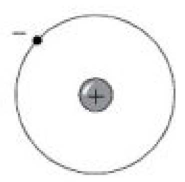


Рис. 1

масса определяет интенсивность гравитационных взаимодействий. Электрический заряд — вторая (после массы) важнейшая характеристика элементарных частиц, определяющая их поведение в окружающем мире.

Электрический заряд элементарной частицы — это не особый «механизм» в частице, который можно было бы снять с неё, разложить на составные части и снова собрать. Наличие электрического заряда у электрона и других частиц означает лишь существование определённых взаимодействий между ними. Но мы, в сущности, ничего не знаем о заряде, если не знаем законов этих взаимодействий. Знание законов взаимодействий должно входить в наши представления о заряде. Законы эти непросты, изложить их в нескольких словах невозможно. Вот почему нельзя дать достаточно убедительное краткое определение понятия «электрический заряд».

Два знака электрических зарядов

В природе имеются частицы с зарядами противоположных знаков. Заряд протона называется положительным, а электрона — отрицательным. Положительный знак заряда у частицы не означает, конечно, наличия у неё особых достоинств. Введение зарядов двух знаков просто выражает тот факт, что заряженные частицы могут как притягиваться, так и отталкиваться. **При одинаковых знаках заряда частицы отталкиваются, а при разных — притягиваются.**

Никакого объяснения причин существования двух видов электрических зарядов сейчас нет. Во всяком случае, никаких принципиальных различий между положительными и отрицательными зарядами не обнаруживается. Если бы знаки электрических зарядов частиц изменились на противоположные, то характер электромагнитных взаимодействий в природе не изменился бы.

Положительные и отрицательные заряды очень хорошо скомпенсированы во Вселенной. И если Вселенная конечна, то её полный электрический заряд, по всей вероятности, равен нулю.

Элементарный заряд

Кроме электронов и протонов, есть ещё несколько типов элементарных частиц. Но только электроны и протоны могут неограниченно долго существовать в свободном состоянии.

Остальные же заряженные частицы живут менее миллионных долей секунды. Они рождаются при столкновениях

быстрых элементарных частиц и, просуществовав ничтожно мало, распадаются, превращаясь в другие частицы. С этими частицами вы познакомитесь в дальнейшем.

К частицам, не имеющим электрического заряда, относится нейтрон. Его масса лишь незначительно превышает массу протона. Нейтроны вместе с протонами входят в состав атомных ядер.

Наиболее замечательным является то, что электрический заряд всех элементарных частиц, наблюдаемых в свободном состоянии, строго одинаков по модулю. **Существует минимальный заряд, называемый элементарным, которым обладают все свободные заряженные элементарные частицы.** Заряд может быть положительным, как у протона, или отрицательным, как у электрона, но модуль заряда во всех случаях один и тот же.

Равенство зарядов элементарных частиц проверено сейчас экспериментально с фантастической точностью. Так, заряд протона равен заряду электрона с погрешностью не более 10^{-20}. А ведь электрон и протон во всех прочих отношениях радикально отличаются друг от друга. Они имеют различные размеры и массы; электрон в отличие от протона не участвует в сильных взаимодействиях.

Отделить часть заряда, например, у электрона невозможно. Это, пожалуй, самое удивительное. Никакая современная теория не может объяснить, почему заряды всех частиц одинаковы, и не в состоянии вычислить значение минимального электрического заряда. Оно определяется экспериментально с помощью различных опытов. О них мы расскажем в дальнейшем.

Кварки

В 60-е гг. XX в., после того как число вновь открытых элементарных частиц стало угрожающе расти, была выдвинута гипотеза о том, что все сильно взаимодействующие частицы являются составными. Более фундаментальные частицы были названы *кварками*.

Поразительным оказалось то, что кварки должны иметь дробный электрический заряд: 1/3 и 2/3 элементарного заряда. Для построения протонов и нейтронов достаточно двух сортов кварков. А максимальное их число, по-видимому, не превышает шести.

Кварки в свободном состоянии искали повсюду: в материковых породах, отложениях на дне океанов, в лунном грунте, но не нашли. Тем не менее экспериментальные доказательства кварковой структуры протонов и нейтронов были

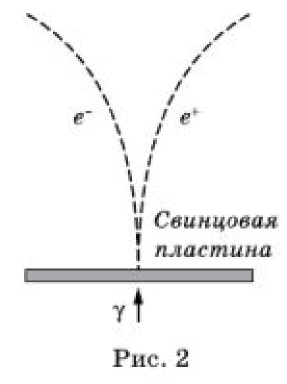


Рис. 2

получены. В настоящее время считается, что межкварковые силы не убывают с расстоянием. Поэтому вылет кварков из протонов и других частиц невозможен ни при каких условиях.

Закон сохранения электрического заряда

Электрический заряд сохраняется для **замкнутой системы**, т. е. для системы, в которую не входят извне и не выходят наружу заряженные частицы.

Электрический заряд имеют элементарные частицы. Если бы число элементарных частиц сохранялось, то закон сохранения заряда был бы тривиальным следствием неизменности элементарных частиц. Однако в действительности закон сохранения заряда имеет гораздо более глубокий смысл из-за того, что элементарные частицы способны превращаться друг в друга и число их не остаётся неизменным. В дальнейшем об этих превращениях будет подробно рассказано.

Вряд ли можно даже приблизительно назвать число превращений элементарных частиц, которые наблюдались в лабораториях всех стран мира. Наверняка это число превышает многие миллиарды. И всегда при рождении заряженных частиц наблюдается появление пары частиц с зарядами противоположного знака. На рисунке 2 показана фотография рождения пары элементарных частиц: положительно заряженной (позитрона e^+) и отрицательной (электрона e^-).

Может наблюдаться и одновременное рождение нескольких таких пар. При распаде электрически заряженной частицы в продуктах её распада обязательно обнаруживается новая элементарная частица с зарядом того же знака. Исчезают заряженные частицы, превращаясь в нейтральные, тоже только парами.

Все эти факты не оставляют сомнений в строгом выполнении закона сохранения электрического заряда. **В замкнутой системе алгебраическая сумма зарядов всех частиц остаётся неизменной.**

Причина сохранения электрического заряда до сих пор неизвестна.

---

1. Какие понятия связаны с понятием «электромагнитное поле» (изобразите взаимосвязи в виде схемы, рисунка)? При ответе на данный вопрос необходимо отразить взаимосвязи на трёх уровнях: предметном, межпредметном и метапредметном.
2. Напишите эссе «Время пара — время электричества».
3. Подготовьте презентацию «Электромагнитные силы в природе и технике».
4. Какие изменения произошли в развитии физики как науки с момента открытия электрона и/или других элементарных частиц?
5. Какие интеллектуально-личностные качества позволили Максвеллу сделать открытия в молекулярно-кинетической теории, электродинамике (ответ представьте в виде реферата)?
6. Поясните смысл фразы Р. Фейнмана: «...в истории человечества (если посмотреть на неё, скажем, через десять тысяч лет) самым значительным событием XIX столетия, несомненно, будет открытие Максвеллом законов электродинамики. На фоне этого великого открытия гражданская война в Америке в том же десятилетии будет выглядеть мелким провинциальным происшествием». С каким событием в истории России может сравниться открытие Максвеллом законов электродинамики?
7. Почему трудно определить понятие «электрический заряд»?
8. Как доказать, что электрический заряд определяет интенсивность электромагнитных взаимодействий?
9. Подготовьте доклад «От закона сохранения механической энергии до закона сохранения электрического заряда».

Глава 1

ЭЛЕКТРОСТАТИКА

Мы вначале рассмотрим наиболее простой случай, когда электрически заряженные тела неподвижны. Раздел электродинамики, посвящённый изучению покоящихся электрически заряженных тел, называют электростатикой.

§ 1.1. ЗАРЯЖЕННЫЕ ТЕЛА. ЭЛЕКТРИЗАЦИЯ ТЕЛ

Каким образом макроскопические тела приобретают электрический заряд? Об этом сейчас будет рассказано.

Заряд макроскопического тела

В электродинамике, созданной Максвеллом, рассматриваются электромагнитные взаимодействия не отдельных заряженных элементарных частиц, а макроскопических тел.

Макроскопические тела, как правило, электрически нейтральны. Нейтрален атом любого вещества, так как число электронов в нём равно числу протонов в ядре. Положительно и отрицательно заряженные частицы связаны друг с другом электрическими силами и образуют нейтральные системы.

Тело больших размеров заряжено в том случае, когда оно содержит избыточное количество элементарных частиц с одним знаком заряда. Отрицательный заряд тела обусловлен избытком электронов по сравнению с протонами, а положительный заряд — их недостатком.

Электризация тел

Для того чтобы получить электрически заряженное макроскопическое тело или, как говорят, наэлектризовать его, нужно отделить часть отрицательного заряда от связанного с ним положительного[1].

Проще всего это сделать с помощью трения. Если провести расчёской по волосам, то небольшая часть наиболее подвижных заряженных частиц — электронов — перейдёт с волос на расчёску и зарядит её отрицательно, а волосы зарядятся положительно.

С помощью несложного опыта можно доказать, что при электризации трением оба тела приобретают противоположные по знаку, но одинаковые по модулю заряды.



Возьмём электрометр (электроскоп в металлическом корпусе) с укреплённой на его стержне металлической сферой с отверстием и две пластины на длинных рукоятках: одну из эбонита, а другую — из плексигласа. При трении друг о друга пластины электризуются. Внесём одну из пластин внутрь сферы, не касаясь её стенок. Если пластина заряжена положительно, то часть электронов со стрелки и стержня электрометра притянется к пластине и соберётся на внутренней поверхности сферы. Стрелка при этом зарядится положительно и оттолкнётся от стержня (рис. 1.1).

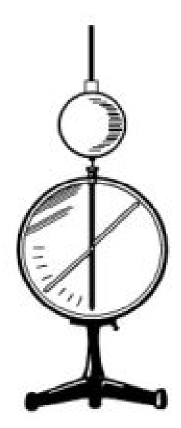




Рис. 1.1



Рис. 1.2

[1] Здесь и в дальнейшем для краткости мы часто будем говорить о *зарядах*, *перемещении зарядов* и т. д. В действительности же при этом имеются в виду *заряженные тела* (или частицы), *перемещение заряженных частиц* и т. д., так как заряда без частицы не существует.

Если поместить внутрь сферы другую пластину, вынув предварительно первую, то электроны сферы и стержня будут отталкиваться от пластины и соберутся в избытке на стрелке. Это вызовет отклонение стрелки, причём на тот же угол, что и в первом опыте. Опустив обе пластины внутрь сферы, мы не обнаружим отклонения стрелки (рис. 1.2). Это доказывает, что заряды пластин равны по модулю и противоположны по знаку. Этот вывод непосредственно вытекает из закона сохранения заряда.

Как происходит электризация тел?

Наэлектризовать тела с помощью трения очень просто. А вот объяснить, как это происходит, оказалось очень непростой задачей. На протяжении многих десятков лет давалось, да и сейчас даётся следующее объяснение. При электризации тел важен тесный контакт между ними. Электрические силы удерживают электроны внутри тела. Но для разных веществ эти силы различны. При тесном контакте небольшая часть электронов того вещества, у которого связь электронов с телом относительно слаба, переходит на другое тело. Перемещения электронов при этом не превышают размеров межатомных расстояний (10^{-8} см). Но если тела разъединить, то оба они окажутся заряженными.

Так как поверхности тел никогда не бывают идеально гладкими, то необходимый для перехода тесный контакт между телами устанавливается только на небольших участках поверхностей. При трении тел друг о друга число участков с тесным контактом увеличивается, и тем самым увеличивается общее число заряженных частиц, переходящих от одного тела к другому.

Однако в последнее время это объяснение электризации трением стало вызывать возражения. Не ясно, как в таких не проводящих ток веществах (изоляторах), как эбонит, плексиглас и другие, могут перемещаться электроны. Они ведь связаны в нейтральных молекулах. Сотрудниками физико-технического института в Санкт-Петербурге было предложено другое объяснение.

Для ионного кристалла LiF (изолятора) это объяснение выглядит так. При образовании кристалла возникают различного рода дефекты, в частности вакансии — незаполненные места в узлах кристаллической решётки. Если число вакансий для положительных ионов лития и отрицательных — фтора неодинаково, то кристалл окажется при образовании заряженным по объёму. Но заряд в целом не может сохра-

няться у кристалла долго. В воздухе всегда имеется некоторое количество ионов, и кристалл будет их вытягивать из воздуха до тех пор, пока заряд кристалла не нейтрализуется слоем ионов на его поверхности. У разных изоляторов объёмные заряды различны, и поэтому различны заряды поверхностных слоёв ионов. При трении поверхностные слои ионов перемешиваются, и при разъединении изоляторов каждый из них оказывается заряженным.

А могут ли электризоваться при трении два одинаковых изолятора, например те же кристаллы LiF? Если они имеют одинаковые собственные объёмные заряды, то нет. Но они могут иметь и различные собственные заряды, если условия кристаллизации были разными и появилось разное число вакансий.

Как показал опыт, электризация при трении одинаковых кристаллов рубина, янтаря и др. действительно может происходить.

Однако приведённое объяснение вряд ли правильно во всех случаях. Если тела состоят, к примеру, из молекулярных кристаллов, то появление вакансий у них не должно приводить к заряжению тела.

Таким образом, мы видим, что такое простое, казалось бы, явление, как электризация трением, содержит немало загадочного.

Электризация тел и её применение в технике

Значительная электризация происходит при трении синтетических тканей. Снимая нейлоновую рубашку в сухом воздухе, можно слышать характерное потрескивание. Между заряженными участками трущихся поверхностей проскакивают маленькие искорки. С подобным явлением приходится считаться на производстве. Так, нити пряжи на текстильных фабриках электризуются за счёт трения, притягиваются к веретёнам и рвутся. Пряжа притягивает пыль и загрязняется. Поэтому необходимо принимать различные меры против электризации нитей.

Разматывая в типографии большие рулоны бумаги, рабочие надевают резиновые перчатки, чтобы предохранить себя от электрических разрядов, возникающих между наэлектризованной бумагой и руками.

Большие электрические заряды накапливаются при трении шин об асфальт при сухой погоде. Возникает опасность проскакивания искры. Поэтому сзади машин — цистерн для горючего — прикрепляют металлические цепи, волочащие-

ся по дороге. Иногда даже легковые машины снабжены эластичной лентой из проводящей резины.

За счёт электризации трением работает обычная электростатическая машина.

Явление электризации тел при тесном контакте используется в современных электрокопировальных установках (типа «Эра», «Ксерокс» и др.).

Так, в одной из этих установок чёрный смоляной порошок перемешивается с мельчайшими стеклянными шариками. При этом шарики заряжаются положительно, а частицы порошка — отрицательно. Вследствие притяжения они покрывают поверхность шариков тонким слоем.

Копируемый текст или чертёж проецируется на тонкую селеновую пластину, поверхность которой заряжена положительно. Пластина покоится на отрицательно заряженной металлической поверхности. Под действием света пластина разряжается, и положительный заряд остаётся лишь на участках, соответствующих тёмным местам изображения. Затем пластина покрывается тонким слоем шариков. Благодаря притяжению разноимённых зарядов смоляной порошок притягивается к положительно заряженным участкам пластины. После этого шарики стряхивают и, плотно прижав к пластине лист бумаги, получают на ней отпечаток. Отпечаток закрепляют с помощью нагревания.

Макроскопическое тело электрически заряжено в том случае, если оно содержит избыточное количество элементарных частиц с одним знаком заряда. Отрицательный заряд тела обусловлен избытком электронов по сравнению с протонами, а положительный — недостатком электронов.

? **1.** Какие тела называются электрически заряженными?

2. Перечислите способы электризации тел.

3. Каким образом явление электризации используется в современной технике? Опишите механизм использования на конкретном примере.

4. Предложите три или более способа электризации различных тел в домашних условиях.

5. Эбонитовая палочка при электризации зарядилась отрицательно. Осталась ли неизменной масса палочки?

6. Известно, что стеклянная палочка, потёртая о шёлк, заряжается положительно. С помощью какого опыта можно определить знак заряда пластмассовой ручки, потёртой о шерсть?

§ 1.2. ОСНОВНОЙ ЗАКОН ЭЛЕКТРОСТАТИКИ — ЗАКОН КУЛОНА

Начало количественного изучения электромагнитных взаимодействий относится к концу XVIII в. В 1785 г. французский физик Шарль Кулон экспериментально установил основной закон электростатики — закон взаимодействия двух неподвижных точечных заряженных тел или частиц. Только для точечных зарядов понятие расстояния между зарядами имеет определённый смысл.

Точечных заряженных тел в природе нет. Но если расстояние между телами во много раз больше их размеров, то ни форма, ни размеры заряженных тел существенно, как показывает опыт, не влияют на взаимодействие между ними. В этом случае тела можно рассматривать как точечные. Закон всемирного тяготения тоже сформулирован для точечных тел.

Сила взаимодействия заряженных тел зависит от свойств среды между заряженными телами. Пока будем считать, что взаимодействие происходит в вакууме. Впрочем, опыт показывает, что воздух очень мало влияет на силу взаимодействия, она оказывается почти такой же, как в вакууме.

Открытие закона Кулона

Закон взаимодействия неподвижных электрических зарядов — закон Кулона — основной (фундаментальный) физический закон и может быть установлен только опытным путём. Ни из каких других законов природы он не вытекает.

Открытие закона взаимодействия электрических зарядов было облегчено тем, что эти силы оказались велики. Здесь не нужно было применять особо чувствительной аппаратуры,

---



Кулон Шарль Огюстен (1736—1806) — французский учёный, известный своими работами по электричеству и магнетизму и исследованием сил трения. Наряду с изучением взаимодействия заряженных тел Кулон исследовал также взаимодействие полюсов длинных магнитов.

как при измерении гравитационной постоянной Кавендишем. С помощью довольно простого прибора — крутильных весов удалось установить, как взаимодействуют друг с другом маленькие заряженные шарики.

Крутильные весы Кулона (рис. 1.3) состоят из стеклянной палочки, подвешенной на тонкой упругой проволочке *1*.

На одном конце палочки (коромысло весов) закреплён бузиновый позолоченный шарик *2*, а на другом конце — противовес *3*. Ещё один шарик *4* закреплён на крышке весов неподвижно.

Вращением стерженька *5*, на котором закреплена проволочка *1* с коромыслом, приводят шарики *2* и *4* в соприкосновение. Затем вынимают шарик *4*, заряжают его и снова опускают до соприкосновения с шариком *2*. Часть заряда переходит с шарика *4* на шарик *2*, и они отталкиваются. При этом проволочка *1* закручивается на некоторый угол φ_1 (рис. 1.4), который отсчитывается по нижней шкале *6* (см. рис. 1.3).

В одном из опытов Кулона этот угол был равен $\varphi_1 = 36°$. Затем Кулон сближал шарики до угла $\varphi_2 = 18°$, вращая стерженёк *5* по часовой стрелке. Для этого стерженёк пришлось повернуть на угол $\alpha = 126°$, отсчитываемый по верхней шкале *7*. Угол β, на который оказалась в результате закручена нить, стал равен: $\beta = \alpha + \varphi_2 = 144°$. Значение этого угла в 4 раза больше первоначального значения угла закручивания $\varphi_1 = 36°$. При этом расстояние между шариками изменилось от значения r_1 при угле φ_1 до значения r_2 при угле φ_2.

Если длина коромысла от шарика *2* до точки подвеса равна d, то $r_1 = 2d\sin\frac{\varphi_1}{2}$ и $r_2 = 2d\sin\frac{\varphi_2}{2}$.

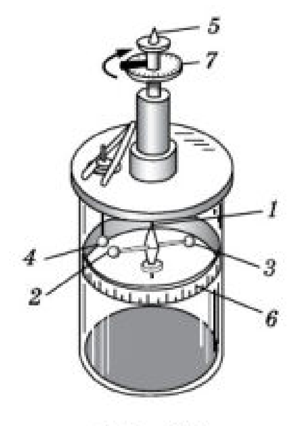


Рис. 1.3

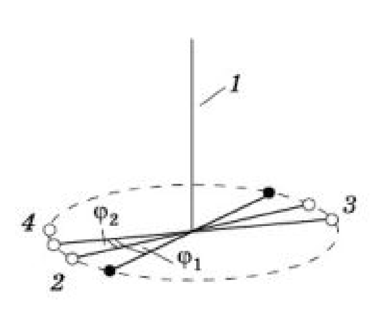


Рис. 1.4

Отсюда $\frac{r_1}{r_2} = \frac{\sin 18°}{\sin 9°} \approx 2.$

Следовательно, при уменьшении расстояния в 2 раза угол кручения проволочки был увеличен в 4 раза. Во столько же раз увеличился момент силы, так как при деформации кручения момент силы прямо пропорционален углу закручивания, а значит, и сила (плечо силы оставалось неизменным). Отсюда вытекает главный вывод: *сила взаимодействия двух заряженных шариков обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними*:

$$F \sim \frac{1}{r^2}. \qquad (1.2.1)$$

Для определения зависимости силы от заряда шариков Кулон нашёл простой и остроумный способ изменения заряда одного из шариков[1].

Для этого он соединял заряженный шарик с таким же незаряженным. Заряд при этом распределялся поровну между шариками, что и уменьшало исследуемый заряд в 2, 4 и т. д. раз. Новое значение силы при новом значении заряда опять определялось экспериментально. При этом выяснилось, *что сила прямо пропорциональна произведению зарядов шариков*:

$$F \sim q_1 q_2. \qquad (1.2.2)$$

Закон Кулона

Опыты Кулона привели к установлению закона, поразительно напоминающего закон всемирного тяготения. Из соотношений (1.2.1) и (1.2.2) следует, что **сила взаимодействия двух точечных неподвижных заряженных тел в вакууме прямо пропорциональна произведению модулей зарядов и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними**[2].

Эту силу называют кулоновской.

Если обозначить модули зарядов через $|q_1|$ и $|q_2|$, то закон Кулона можно записать в следующей форме:

$$\boxed{F = k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}.} \qquad (1.2.3)$$

---

[1] Отметим, что измерять заряд Кулон непосредственно не мог. В то время ещё не были установлены единицы заряда.

[2] Здесь и в дальнейшем для краткости мы часто вместо термина «модуль силы» будем употреблять термин «сила».

Здесь k — коэффициент пропорциональности, значение которого зависит от выбора единиц электрического заряда.

Такую же форму имеет закон всемирного тяготения, только вместо зарядов в закон тяготения входят массы, а роль коэффициента k играет гравитационная постоянная. В отличие от зарядов масса всегда положительна. Из-за этого под действием гравитационных сил тела только притягиваются друг к другу. Кулоновские же силы могут быть как силами притяжения, так и силами отталкивания.

Закон Кулона в векторной форме

Пока ещё ничего не было сказано о направлении сил взаимодействия между зарядами. Легко обнаружить, что два заряженных шарика, подвешенные на нитях, либо притягиваются друг к другу, либо отталкиваются. Отсюда следует, что силы взаимодействия двух неподвижных точечных заряженных тел направлены вдоль прямой, соединяющей эти тела. Подобные силы называют ц е н т р а л ь н ы м и. Центральными являются также силы всемирного тяготения. Если через $\vec{F}_{1,2}$ обозначить силу, действующую на первый заряд со стороны второго, а через $\vec{F}_{2,1}$ — силу, действующую на второй заряд со стороны первого (рис. 1.5), то, согласно третьему закону Ньютона, $\vec{F}_{1,2} = -\vec{F}_{2,1}$.

Обозначим через $\vec{r}_{1,2}$ радиус-вектор, проведённый от второго заряда к первому (рис. 1.6), тогда

$$\vec{F}_{1,2} = k\frac{q_1 q_2}{r^3_{1,2}}\vec{r}_{1,2}. \qquad (1.2.4)$$

Если знаки зарядов q_1 и q_2 одинаковы, то направление силы $\vec{F}_{1,2}$ совпадает с направлением вектора $\vec{r}_{1,2}$; в противном случае векторы $\vec{F}_{1,2}$ и $\vec{r}_{1,2}$ направлены в противоположные стороны.

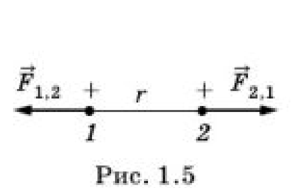


Рис. 1.5

Рис. 1.6

Зная закон взаимодействия точечных заряженных тел, можно вычислить силу взаимодействия любых заряженных тел. Для этого тела нужно мысленно разбить на такие малые элементы, чтобы каждый из них можно было считать точечным. Складывая геометрически силы взаимодействия всех этих элементов друг с другом, можно вычислить результирующую силу взаимодействия.

Открытие закона Кулона — первый конкретный шаг в изучении свойств электрического заряда. Наличие электрического заряда у тел или элементарных частиц означает, что они взаимодействуют друг с другом по закону Кулона. Никаких отклонений от строгого выполнения закона Кулона в настоящее время не обнаружено.

? 1. Сформулируйте основной закон электростатики.
2. Какие требования предъявляются к телам, подчиняющимся основному закону электростатики?
3. Каким образом преобразовать запись закона Кулона в скалярном виде в векторную форму?

§ 1.3. ЕДИНИЦЫ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ЗАРЯДА

Выбрать единицу электрического заряда, как и единицы других физических величин, можно произвольно. Дело здесь только в целесообразности того или другого выбора.

Создать макроскопический эталон единицы электрического заряда, подобный эталону длины — метру, невозможно из-за неизбежной утечки заряда. Естественно было бы за единицу принять заряд электрона (это сейчас и сделано в атомной физике). Но во времена Кулона ещё не было известно о существовании в природе электрона. Кроме того, заряд электрона слишком мал, и поэтому его трудно использовать в качестве эталона.

Единица заряда в абсолютной системе

Можно установить единицу заряда, используя закон Кулона. Эта единица будет производной, и эталон для неё не нужен. Выбирают единицу заряда так, чтобы коэффициент k в формуле (1.2.3) был равен единице.

Так устанавливается единица заряда в абсолютной системе единиц, широко используемой в теоретиче-

ской физике, несмотря на приоритет Международной системы (СИ). Эту систему единиц называют также гауссовой системой единиц в честь великого немецкого ученого К. Ф. Гаусса, построившего эту систему. В основе абсолютной системы единиц Гаусса лежит система СГС.

За единицу заряда в абсолютной системе принимается точечный заряд, который действует в вакууме на равный ему заряд, находящийся от него на расстоянии 1 см, с силой в 1 дин (10^{-5} Н).

Установленная таким образом единица заряда специального названия не имеет. Сокращённо она обозначается как ед. заряда СГСЭ или СГСЭ$_q$. Буква «Э» означает, что единица заряда установлена с помощью основного закона электростатики — закона Кулона.

Элементарный заряд (модуль заряда электрона и других элементарных частиц) в системе Гаусса равен:

$$e = 4{,}8 \cdot 10^{-10} \text{ ед. заряда СГСЭ.} \qquad (1.3.1)$$

Единица заряда в СИ

В Международной системе единиц (СИ) единица заряда тоже производная. Однако устанавливают её по-другому. В СИ наряду с метром, секундой и килограммом введена еще одна основная единица — единица силы тока — ампер. Эталонное значение ампера устанавливается на основе магнитных взаимодействий токов. (Об этом будет рассказано в § 4.7.)

Единицу заряда в СИ — кулон устанавливают с помощью единицы силы тока. **Кулон (Кл) — это заряд, проходящий за 1 с через поперечное сечение проводника при силе тока в 1 А.** Выбранная таким образом единица заряда содержит $3 \cdot 10^9$ ед. заряда СГСЭ[1]:

$$1 \text{ Кл} = 3 \cdot 10^9 \text{ СГСЭ}_q. \qquad (1.3.2)$$

Заряд в 1 Кл очень велик. Два таких заряда на расстоянии 1 км отталкивались бы друг от друга с силой, чуть меньшей силы, с которой земной шар притягивает груз массой в 1 т. Поэтому сообщить небольшому телу (размером порядка нескольких метров) заряд в 1 Кл невозможно. Отталкиваясь друг от друга, заряженные частицы не смогли бы удержи-

---

[1] Фактически единицу силы тока — ампер — в Международной системе единиц устанавливают так, чтобы определённая на её основе единица заряда — кулон — содержала $3 \cdot 10^9$ ед. заряда СГСЭ.

ваться на таком теле. Никаких других сил, которые были бы способны в данных условиях компенсировать кулоновское отталкивание, в природе не существует. Но в проводнике, который в целом нейтрален, привести в движение заряд в 1 Кл не составляет большого труда. Ведь в обычной электрической лампочке мощностью 100 Вт при напряжении 127 В устанавливается ток, немного меньший 1 А. При этом за 1 с через поперечное сечение проводника проходит заряд, почти равный 1 Кл.

При записи закона Кулона в единицах СИ коэффициент k не только не равен единице, но и имеет наименование (является размерной величиной).

Так как, согласно закону Кулона (1.2.3),

$$k = \frac{Fr^2}{|q_1||q_2|},$$

то единица коэффициента k равна:

$$[k] = 1 \text{ Н} \cdot \text{м}^2/\text{Кл}^2.$$

Для определения значения этого коэффициента вычислим сначала силу взаимодействия двух точечных зарядов по 1 Кл каждый, находящихся в вакууме на расстоянии 1 м, в системе СГСЭ:

$$F = \frac{3 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 10^9}{10^4} \text{ дин}.$$

Учитывая, что 1 дин = 10^{-5} Н, получим $F = 9 \cdot 10^9$ Н.

Для того чтобы закон Кулона (1.2.3) при записи его в СИ приводил к тому же значению силы, необходимо взять k равным $9 \cdot 10^9$ Н · м^2/Кл^2.

Тогда

$$F = k\frac{1 \text{ Кл} \cdot 1 \text{ Кл}}{1 \text{ м}^2} = 9 \cdot 10^9 \text{ Н}.$$

Итак,

$$k = 9 \cdot 10^9 \text{ Н} \cdot \text{м}^2/\text{Кл}^2. \qquad (1.3.3)$$

Элементарный заряд в единицах СИ равен:

$$\boxed{e = 1{,}6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}.} \qquad (1.3.4)$$

В электродинамике, как видим, абсолютная система единиц существеннее отличается от СИ, чем в механике. В механике различались только масштабы единиц. Здесь же разными оказываются размерности.

Электрическая постоянная

Коэффициент k в СИ принято записывать в форме:

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}. \qquad (1.3.5)$$

Введение множителя 4π упрощает запись основных уравнений электродинамики (уравнений Максвелла). В этих уравнениях, записанных в единицах СИ, нет коэффициента 4π.

Величину ε_0 называют **электрической постоянной**. Она равна:

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi k} = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ \text{Кл}^2/(\text{Н} \cdot \text{м}^2). \qquad (1.3.6)$$

В дальнейшем для простоты записи закона Кулона и других формул в СИ мы будем почти всегда в них оставлять коэффициент k, не прибегая к его выражению (1.3.5).

Заметим, что использование в электростатике единиц СИ вместо единиц абсолютной системы приводит к ненужным дополнительным трудностям. Ведь во всех вычислениях нужно использовать коэффициент k или ε_0. Всё это напоминает написание твёрдого знака во всех словах, оканчивающихся на согласную, которое было принято в старой (дореволюционной) грамматике русского языка.

В СИ единица заряда — кулон устанавливается с помощью единицы силы тока — ампер. Элементарный электрический заряд $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

?

1. Существует ли эталон единицы электрического заряда? Ответ аргументируйте.
2. Назовите единицу электрического заряда.
3. Назовите численное значение элементарного электрического заряда в СИ.
4. Раскройте физический смысл электрической постоянной.
5. Подготовьте сравнительную таблицу, представив в ней подходы к представлению единицы электрического заряда в различных системах измерения.

§ 1.4. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ НЕПОДВИЖНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЗАРЯДОВ ВНУТРИ ОДНОРОДНОГО ДИЭЛЕКТРИКА

Силы взаимодействия заряженных тел в отличие от сил всемирного тяготения зависят от свойств среды, в которой находятся эти заряженные тела.

Пусть заряженные шарики помещены в однородный изолятор, или диэлектрик[1].

При этом лучше использовать жидкий диэлектрик (керосин, масло и т. д.), так как измерить силу взаимодействия заряженных тел внутри твёрдого диэлектрика трудно из-за возникающих в нем упругих напряжений.

Сила взаимодействия между зарядами в однородном диэлектрике, как показывает опыт, всегда меньше, чем в вакууме. Причём *отношение силы F_0 взаимодействия зарядов в вакууме к силе взаимодействия F этих же зарядов на том же расстоянии в среде не зависит ни от самих зарядов, ни от расстояния между ними.* Оно определяется только свойствами среды. Если обозначить это отношение через ε, то

$$\frac{F_0}{F} = \varepsilon. \tag{1.4.1}$$

Отсюда следует, что закон Кулона для взаимодействия зарядов в среде в Международной системе имеет вид:

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{|q_1||q_2|}{\varepsilon r^2}, \tag{1.4.2}$$

а в системе Гаусса —

$$F = \frac{|q_1||q_2|}{\varepsilon r^2}. \tag{1.4.3}$$

Величину ε называют диэлектрической проницаемостью среды.

Диэлектрическая проницаемость среды — это физическая величина, характеризующая электрические свойства вещества и показывающая, во сколько раз сила взаимодействия зарядов в данной среде меньше силы их взаимодействия в вакууме. Она является безразмерной величиной. Для вакуума $\varepsilon = 1$. Впоследствии мы выясним причину, по которой сила взаимодействия зарядов в диэлектрике меньше, чем в вакууме.

Значения диэлектрической проницаемости некоторых веществ приведены в таблице 2.

---

[1] Изоляторы в физике обычно называют диэлектриками (от греч. dia — врозь и англ. electric — электрический); термином «диэлектрик» обозначают вещества, через которые передаются электромагнитные взаимодействия.

Таблица 2

Вещество	Диэлектрическая проницаемость
Воздух (при температуре 0 °С и 760 мм рт. ст.)	1,000594
Керосин	2,1
Эбонит	2,7—2,9
Кварц	4,5
Стекло	5—10
Спирт этиловый	27
Вода (чистая)	81
Сегнетова соль	10 000

В однородной среде сила взаимодействия заряженных тел уменьшается в ε раз (ε — диэлектрическая проницаемость среды).



? 1. Что показывает диэлектрическая проницаемость среды?
2. Объясните смысл терминов «изолятор» и «диэлектрик».

§ 1.5. ОЦЕНКА ПРЕДЕЛА ПРОЧНОСТИ И МОДУЛЯ ЮНГА ИОННЫХ КРИСТАЛЛОВ

Закон Кулона справедлив не только для заряженных макроскопических тел, но и для отдельных микрочастиц: ионов и элементарных частиц.

С помощью закона Кулона можно количественно оценить механические свойства ионных кристаллов: определить предел прочности кристаллов и вычислить (приближенно) модуль Юнга. В механике эти величины определяются экспериментально.

Сила взаимодействия двух ионов

Рассмотрим ионный кристалл поваренной соли NaCl. Равновесное расстояние между соседними ионами в кристалле $r_0 \approx 3 \cdot 10^{-10}$ м (рис. 1.7).

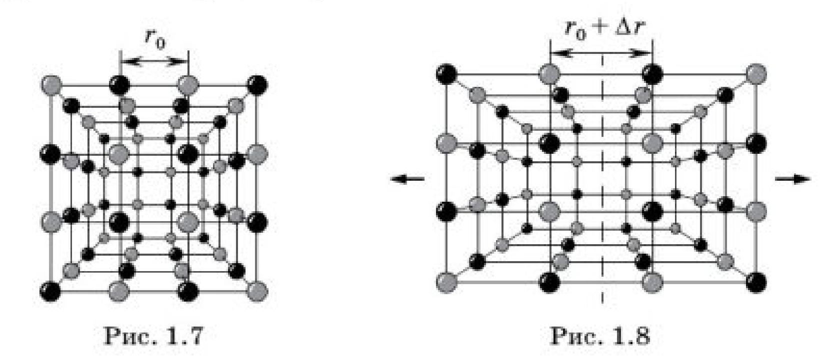


Рис. 1.7 Рис. 1.8

Эксперименты с наиболее прочными кристаллами показывают, что их максимальная относительная деформация растяжения перед разрушением не превышает 10—20%. Будем считать максимальную относительную деформацию $\frac{\Delta r}{r_0} = \varepsilon_{max} \approx 17\% \approx \frac{1}{6}$. При этой деформации смещение ионов от положения равновесия $\Delta r = \varepsilon_{max} r_0$. Расстояние между ионами в момент достижения максимальной деформации равно: $r = r_0 + \Delta r = r_0(1 + \varepsilon_{max})$ (рис. 1.8).

Заряд каждого иона по модулю равен элементарному заряду e. Согласно закону Кулона сила взаимодействия двух ионов на расстоянии r равна:

$$F_{max} = k\frac{e^2}{r_0^2(1+\varepsilon_{max})^2} = \frac{9 \cdot 10^9 (1{,}6 \cdot 10^{-19})^2}{9 \cdot 10^{-20}(7/6)^2} \text{ Н} = 2 \cdot 10^{-9} \text{ Н}. \quad (1.5.1)$$

Таково по порядку величины максимальное значение силы межионной связи.

Прочность кристалла при растяжении

При растяжении образца предел прочности определяется максимальным значением результирующей силы межионного притяжения, приходящейся на элемент сечения единичной площади, перпендикулярный направлению растяжения.

Если на поверхности площадью S имеется N связей (т. е. ионов), то полная сила, действующая между всеми ионами в сечении, перед разрушением образца равна $F = NF_{max}$. Отсюда максимальное напряжение

$$\sigma_{пч} = \frac{F}{S} = \frac{F_{max}N}{S}, \qquad (1.5.2)$$

где F_{max} определяется формулой (1.5.1). Оценим эту величину. Диаметр иона приближенно равен расстоянию между ионами в равновесии, т. е. r_0. Тогда число ионов (а значит, и связей) в сечении единичной площади приближенно равно:

$$\frac{N}{S} \approx \frac{1}{r_0^2} \approx 10^{19}\ м^{-2}. \qquad (1.5.3)$$

Следовательно, теоретическое значение предела прочности кристалла NaCl равно:

$$\sigma_{пч} = \frac{F_{max}N}{S} \approx 2 \cdot 10^{-9} \cdot 10^{19}\ Па = 2 \cdot 10^{10}\ Па. \qquad (1.5.4)$$

Конечно, нельзя считать, что эта оценка получена чисто теоретически, исходя из определённых представлений о строении вещества. Мы ведь заимствовали из эксперимента значение ε_{max} перед разрушением (см. рис. 1.8, на котором схематически изображён разрыв кристалла).

Оценка модуля Юнга

Чтобы оценить модуль Юнга, нужно сделать ещё одно довольно грубое допущение. Будем считать, что закон Гука выполняется при любых деформациях, вплоть до разрыва. Тогда $\sigma_{пч} = E\varepsilon_{max}$, где E — модуль Юнга. Отсюда

$$E = \frac{\sigma_{пч}}{\varepsilon_{max}} \approx \frac{2 \cdot 10^{10}\ Па}{1/6} \approx 10^{11}\ Па.$$

Результат расчёта неплохо согласуется с экспериментальным значением модуля Юнга для поваренной соли $E \approx 4 \cdot 10^{10}$ Па.

? **1.** Оцените силу взаимодействия двух ионов, находящихся на расстоянии r друг от друга.

2. Перечислите величины, которые позволяют оценить прочность кристалла при растяжении.

§ 1.6. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

При решении задач на применение закона Кулона используются законы статики, изученные в механике (вспомните их). Методы решения задач остаются теми же, что и в механике, но добавляется ещё одна сила — кулоновская. При этом надо иметь в виду, что направление кулоновской силы зависит от знаков зарядов взаимодействующих тел.

Кроме того, в ряде задач используется закон сохранения заряда и тот факт, что минимальная порция электрического заряда равна по модулю элементарному заряду $e = 1,6 \times 10^{-19}$ Кл.

Задача 1

Сколько электронов содержится в капле воды массой $m = 5 \cdot 10^{-5}$ кг?

Решение. Число молекул, содержащихся в капле воды, равно:

$$N = \frac{m}{M} N_{\text{A}},$$

где M — молярная масса воды, равная $1,8 \cdot 10^{-2}$ кг/моль, а N_{A} — постоянная Авогадро, равная $6,02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$. Одна молекула воды содержит $n = 10$ электронов. Следовательно, число электронов в капле воды равно:

$$nN = n \cdot \frac{m}{M} N_{\text{A}} \approx 1,7 \cdot 10^{22}.$$

Задача 2

В воздухе на нити висит шарик объемом $V = 2 \cdot 10^{-6}$ м^3 и плотностью $\rho = 9 \cdot 10^3$ кг/м^3. Заряд шарика $q = 2 \cdot 10^{-7}$ Кл.

На какое расстояние снизу надо поднести к нему маленький шарик с таким же по модулю, но противоположным по знаку зарядом, чтобы сила натяжения нити возросла вдвое? Рассмотрите два случая: а) шарики взаимодействуют в воздухе; б) вся система погружена в керосин (плотность керосина $\rho_{\text{к}} = 800$ кг/м^3, диэлектрическая проницаемость $\varepsilon = 2,1$).



Рис. 1.9

Решение. а) В воздухе на первый шарик до поднесения второго действует сила натяжения нити $\vec{T}_1$ и сила тяжести $m\vec{g}$ (рис. 1.9).

Так как шарик находится в равновесии, то $T_1 = mg$. После того как к первому шарику поднесли снизу второй заряженный шарик (рис. 1.10), на первый шарик стали действовать три силы: сила натяжения нити $\vec{T}_2$, сила тяжести $m\vec{g}$ и кулоновская сила $\vec{F}_1$.

Так как и теперь шарик находится в равновесии, то

$$\vec{T}_2 + m\vec{g} + \vec{F}_1 = 0.$$

В проекциях на вертикально направленную ось Y это равенство запишется так:

$$T_2 - mg - F_1 = 0.$$

Согласно условию $T_2 = 2T_1 = 2mg$. Следовательно,

$$2mg - mg - F_1 = 0.$$

Отсюда

$$F_1 = mg.$$

По закону Кулона $F_1 = k\dfrac{q^2}{r_1^2}$, поэтому $k\dfrac{q^2}{r_1^2} = mg$, или $k\dfrac{q^2}{r_1^2} = \rho Vg$.

Отсюда

$$r_1 = |q|\sqrt{\frac{k}{\rho Vg}} \approx 4{,}4 \cdot 10^{-2}\ \text{м} = 4{,}4\ \text{см}.$$

б) Когда вся система погружена в керосин, на первый шарик действуют четыре силы: сила натяжения нити $\vec{T}_2$, сила тяжести $m\vec{g}$, кулоновская сила $\vec{F}_2$ и архимедова сила $\vec{F}_а$ (рис. 1.11).

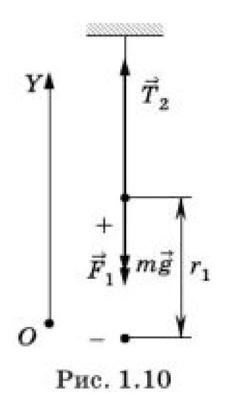


Рис. 1.10

Рис. 1.11

Из условия равновесия имеем:

$$\vec{T}_2 + m\vec{g} + \vec{F}_2 + \vec{F}_а = 0,$$

или в проекциях на ось Y:

$$T_2 - mg - F_2 + F_а = 0. \qquad (1.6.1)$$

Здесь $T_2 = 2mg = 2\rho Vg$; $F_2 = k\dfrac{q^2}{\varepsilon r_2^2}$; $F_а = \rho_к Vg$. Подставляя эти выражения в равенство (1.6.1), получим:

$$r_2 = |q|\sqrt{\frac{k}{\varepsilon Vg(\rho - \rho_к)}} \approx 0{,}03 \text{ м} = 3 \text{ см}.$$

Задача 3

Два одинаковых шарика, несущих равные заряды, подвешены на нитях равной длины к одной точке. Шарики опускают в керосин. Чему равна плотность ρ материала шариков, если угол расхождения нитей в воздухе и в керосине одинаков? Плотность керосина $\rho_к = 0{,}8$ г/см^3, его диэлектрическая проницаемость $\varepsilon = 2$.

Решение. Когда система находится в воздухе, то на каждый шарик действуют три силы (рис. 1.12, *а*): сила тяжести $m\vec{g}$, сила натяжения нити $\vec{T}_1$ и кулоновская сила $\vec{F}_1$ (на рисунке изображены силы, действующие на один из шариков).

Так как шарики находятся в равновесии, то сумма сил равна нулю:

$$m\vec{g} + \vec{F}_1 + \vec{T}_1 = 0.$$

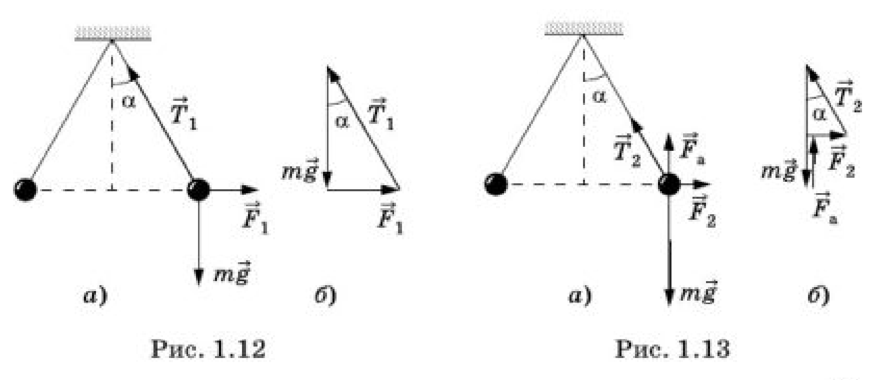


Рис. 1.12 Рис. 1.13

Это означает, что при сложении сил векторы образуют прямоугольный треугольник (рис. 1.12, *б*). Из этого треугольника имеем:

$$F_1 = mg\,\mathrm{tg}\,\alpha.$$

При погружении в керосин появляется еще архимедова сила $\vec{F}_{\text{а}}$, а сила натяжения нити $\vec{T}_2$ и кулоновская сила $\vec{F}_2$ уменьшаются по модулю (рис. 1.13, *а*). Шарики находятся в равновесии, значит,

$$m\vec{g} + \vec{F}_{\text{а}} + \vec{F}_2 + \vec{T}_2 = 0.$$

Отсюда следует, что при сложении сил они образуют замкнутую фигуру (рис. 1.13, *б*). Из рисунка видно, что

$$F_2 = (mg - F_{\text{а}})\mathrm{tg}\,\alpha.$$

Отношение модулей сил $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ есть диэлектрическая проницаемость среды:

$$\frac{F_1}{F_2} = \varepsilon, \text{ или } \frac{mg}{mg - F_{\text{а}}} = \varepsilon.$$

Подставляя в это выражение значения массы $m = \rho V$ и архимедовой силы $F_{\text{а}} = \rho_{\text{к}} V g$, получим:

$$\frac{\rho V g}{\rho V g - \rho_{\text{к}} V g} = \varepsilon.$$

Отсюда

$$\rho = \frac{\varepsilon \rho_{\text{к}}}{\varepsilon - 1} \approx 1{,}6 \text{ г/см}^3.$$

Можно решить эту задачу, проецируя векторные равенства на оси координат. Решение получается более громоздким.

Задача 4

В вершинах квадрата расположены одинаковые заряды q. Какой заряд q_0 надо поместить в центре квадрата, чтобы система находилась в равновесии?

Решение. Искомый заряд q_0 должен притягивать заряды q, расположенные в вершинах квадрата, компенсируя их взаимное отталкивание. Поэтому знаки зарядов q_0 и q противоположны. При любом значении заряда q_0 он будет находиться в равновесии, так как расположен в центре симметрии квадрата, и силы, действующие на него со стороны зарядов, расположенных в вершинах квадрата, компенсируются.

Заряды, расположенные в вершинах квадрата, будут находиться в равновесии, когда суммы действующих на них сил равны нулю. Рассмотрим, например, условие равновесия заряда, расположенного в точке D (рис. 1.14). На этот заряд действуют силы отталкивания $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ и $\vec{F}_3$ со стороны зарядов, расположенных в вершинах B, C и K, и сила $\vec{F}_4$ притяжения к заряду q_0. Следовательно,

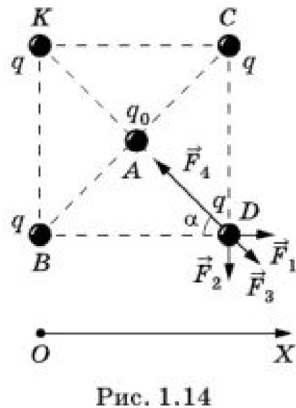


Рис. 1.14

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = 0.$$

В проекциях на ось X это равенство примет вид:

$$F_1 + F_3 \cos\alpha - F_4 \cos\alpha = 0, \qquad (1.6.2)$$

где $\alpha = 45°$, а $\cos\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Для нахождения модулей сил необходимо знать расстояния между зарядами. Обозначим длину стороны BD квадрата через a, тогда

$$KD = a\sqrt{2}, \ AD = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Найдём модули сил, используя закон Кулона и считая, что система зарядов находится в вакууме ($\varepsilon = 1$):

$$F_1 = k\frac{q^2}{a^2}, F_3 = k\frac{q^2}{2a^2}, F_4 = k\frac{2|q||q_0|}{a^2}.$$

Подставляя эти силы в уравнение (1.6.2), получим:

$$k\frac{q^2}{a^2} + k\frac{q^2}{2a^2}\frac{\sqrt{2}}{2} - k\frac{2|q||q_0|}{a^2}\frac{\sqrt{2}}{2} = 0.$$

Отсюда находим:

$$|q_0| = \frac{|q|(2\sqrt{2} + 1)}{4}.$$

Учитывая, что заряды q и q_0 должны иметь противоположные знаки, получим:

$$q_0 = -\frac{q(2\sqrt{2} + 1)}{4}.$$

Задача 5

Тонкое проволочное кольцо радиусом R несёт электрический заряд q. В центре кольца расположен одноимённый с q заряд Q, причем $Q \gg q$. Определите силу, растягивающую кольцо.

Решение. 1-й способ. Так как $Q \gg q$, то взаимодействием между отдельными элементами кольца можно пренебречь. Выделим малый элемент кольца длиной $\Delta l = R\Delta\alpha$ (рис. 1.15, *а*). Со стороны заряда Q на него действует сила $F = k\frac{Q\Delta q}{R^2}$, где

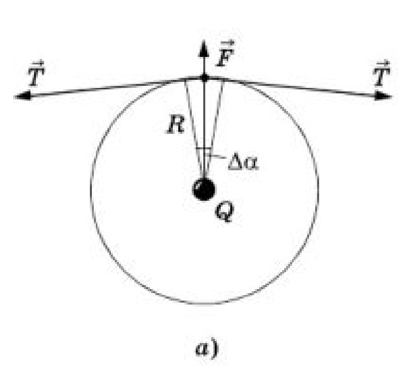
$$\Delta q = \frac{q}{2\pi R}\Delta l = \frac{q\Delta\alpha}{2\pi}.$$

Силы натяжения $\vec{T}$ уравновешивают силу $\vec{F}$ (рис. 1.15, *б*). Из условия равновесия, учитывая, что $\Delta\alpha$ мало, имеем:

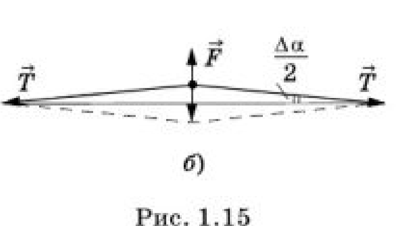
$$F = 2T\sin\frac{\Delta\alpha}{2} \approx T\Delta\alpha.$$

Отсюда

$$T = \frac{F}{\Delta\alpha} = k\frac{Q\Delta q}{R^2\Delta\alpha}. \qquad (1.6.3)$$



а)



б)

Рис. 1.15

Подставляя в (1.6.3) значения $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ и $\Delta q = \frac{q\Delta\alpha}{2\pi}$, получим:

$$T = \frac{Qq}{8\pi^2\varepsilon_0 R^2}.$$

2-й способ. На каждый элемент кольца длиной Δl_i (рис. 1.16) действует элементарная сила

$$\Delta F_i = k\frac{Q\Delta q_i}{R^2}.$$

Так как $\Delta q_i = \frac{q\Delta l}{2\pi R}$, то

$$\Delta F_i = k\frac{Qq\Delta l_i}{2\pi R^3}.$$

Геометрическая сумма элементарных сил, действующих на полукольцо, уравновешивается возникающими силами натяжения кольца (см. рис. 1.16):

$$\sum_i \Delta \vec{F}_i = 2\vec{T} = 0.$$

Или в проекциях на ось Y:

$$\sum_i \Delta F_{iy} - 2T = 0.$$

Отсюда

$$T = \frac{\sum_i \Delta F_{iy}}{2}.$$

Рис. 1.16

Из рисунка видно, что

$$\Delta F_{iy} = \Delta F_i \cos\alpha = \Delta F_i \frac{\Delta x_i}{\Delta l_i} = k\frac{Qq\Delta x_i}{2\pi R^3}.$$

Следовательно,

$$T = \frac{1}{2}\sum_i k\frac{Qq\Delta x_i}{2\pi R^3} = \frac{1}{2}k\frac{Qq}{2\pi R^3}\sum_i \Delta x_i.$$

Так как $\sum_i \Delta x_i = 2R$, то

$$T = \frac{Qq}{8\pi^3\varepsilon_0 R^2}.$$

Упражнение 1

1. Два заряженных шарика малых размеров с одинаковыми отрицательными зарядами расположены в вакууме на расстоянии $r = 3$ см друг от друга и отталкиваются с силой $F = 2 \cdot 10^{-5}$ Н. Найдите число избыточных электронов N на одном шарике.

2. С какой силой взаимодействовали бы две капли воды на расстоянии 10 км, если бы удалось передать одной из капель 2% всех электронов, содержащихся в другой капле массой $5 \cdot 10^{-5}$ кг?

3. Два одинаковых маленьких шарика, имеющие заряды +20 СГСЭ$_q$ и –14 СГСЭ$_q$, приведены в соприкосновение



и раздвинуты на 2 см. Найдите силу взаимодействия шариков.

4. Одинаковые металлические одноимённо заряженные шарики находятся на расстоянии r. Отношение зарядов шариков равно n. Шарики привели в соприкосновение. На какое расстояние их надо развести, чтобы сила взаимодействия осталась прежней?

5. Электрон движется вокруг протона по круговой орбите. Определите период T обращения электрона, считая радиус орбиты равным $r = 5 \cdot 10^{-11}$ м. Масса электрона $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг.

6. Вокруг точечного заряда $Q = 5$ СГСЭ$_q$ равномерно движется по окружности под действием кулоновской силы маленький отрицательно заряженный шарик. Чему равно отношение заряда шарика к его массе, если радиус окружности $r = 2$ см, а угловая скорость вращения $\omega = 5$ рад/с?

7. Два одинаковых шарика массой $m = 0{,}5$ г подвешены в вакууме на нитях длиной $L = 0{,}3$ м к одной точке. После получения шариками одинаковых зарядов они разошлись на расстояние $r = 0{,}1$ м. Найдите заряд q каждого шарика.

8. На шёлковой нити подвешен маленький шарик массой 0,1 г. Шарику сообщен заряд 50 СГСЭ$_q$. Как близко надо поднести к нему снизу одноимённый равный ему заряд, чтобы сила натяжения нити уменьшилась вдвое? Заряды находятся в вакууме.

9. Два невесомых одинаково заряженных шарика подвешены в воздухе на тонких непроводящих стержнях длиной $l = 100$ см. Один из стержней закреплён в верикальном положении, а другой, массой $m = 5 \cdot 10^{-3}$ кг, — свободен. Определите, при каком значении зарядов этот стержень отклонится на угол $\alpha = 6°$ ($g \approx 10$ м/с^2).

10. Три одинаковых отрицательных заряда $q = -9 \cdot 10^{-9}$ Кл расположены в вершинах равностороннего треугольника. Какой заряд Q надо поместить в центре треугольника, чтобы система находилась в равновесии?

11. Три одинаковых заряда $q = 20$ СГСЭ$_q$ помещены в вершинах равностороннего треугольника. Сила, действующая на каждый заряд, по модулю равна $F = 0,01$ Н. Определите длину a стороны треугольника.

12. На расстоянии $r = 3$ м друг от друга расположены два точечных заряда $q_1 = -9$ СГСЭ$_q$ и $q_2 = -36$ СГСЭ$_q$. После того как в некоторой точке поместили заряд Q, все три заряда оказались в равновесии. Найдите заряд Q и расстояние x между зарядами q_1 и Q.

13. Четыре одинаковых положительных точечных заряда $q = 10$ СГСЭ$_q$ закреплены в вершинах квадрата со стороной $a = 10$ см. Найдите силу, действующую со стороны трёх зарядов на четвёртый.

14. Три небольших заряженных одноимённым электрическим зарядом шарика находятся в равновесии на двух одинаковым образом наклонённых к горизонту гладких непроводящих плоскостях, располагаясь в вершинах равностороннего треугольника (рис. 1.17). Заряд шариков *1* и *2* один и тот же и вдвое превосходит заряд шарика *3*. Найдите отношение масс второго и третьего шариков.

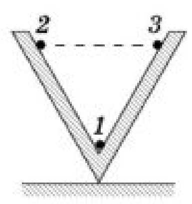


Рис. 1.17

15. Три одинаковых маленьких шарика массой $m = 0,1$ г каждый подвешены в одной точке на шёлковых нитях длиной $l = 20$ см. Какие одинаковые заряды следует сообщить шарикам, чтобы каждая нить составляла с вертикалью угол $\alpha = 30°$?

---

1. Выполняется ли закон Кулона между людьми, другими биологическими объектами? Существуют ли объекты, для которых закон Кулона не выполняется?
2. Сделайте презентацию на тему «Кристаллы в нашей жизни: технология производства, различные сферы применения».
3. Являются ли бриллианты только «лучшими друзьями девушек» (ответ представьте в форме эссе)?

§ 1.7. БЛИЗКОДЕЙСТВИЕ И ДЕЙСТВИЕ НА РАССТОЯНИИ

Закон взаимодействия неподвижных электрических зарядов был установлен экспериментально. Но оставался нерешённым вопрос, как воздействует один заряд на другой.

Близкодействие

Если мы наблюдаем действие одного тела на другое, находящееся на некотором расстоянии от него, то, прежде чем допустить, что это действие прямое и непосредственное, мы склонны сначала исследовать, нет ли между телами какой-либо материальной связи: нитей, стержней и т. д. Если подобные связи есть, то мы объясняем действие одного тела на другое при помощи этих промежуточных звеньев. Так, когда водитель старых автобусов, ныне встречающихся редко, поворачивает рукоятку, открывающую дверь, то последовательные участки соединительного стержня сжимаются, затем приходят в движение, пока дверь не откроется. В современных автобусах водитель заставляет дверь открываться, направляя по трубкам сжатый воздух в цилиндр, управляющий механизмом двери. Можно также приспособить для этой цели электромагнит. Во всех трёх способах открывания двери есть общее: между водителем и дверью существует непрерывная соединительная линия, в каждой точке которой совершается некоторый физический процесс. С помощью этого процесса, распространяющегося от точки к точке, происходит передача действия, причём не мгновенно, а с той или иной скоростью.

Итак, действие между телами на расстоянии во многих случаях можно объяснить присутствием передающих действие промежуточных звеньев. Не разумно ли и в тех случаях, когда никакой среды, никакого посредника между взаимодействующими телами мы не замечаем, допустить существование некоторых промежуточных звеньев? Ведь иначе придётся считать, что тело действует там, где его нет.

Кому не знакомы свойства воздуха, тот может подумать, что рот или голосовые связки собеседника непосредственно действуют на уши, и считать передачу звука невидимой средой чем-то совершенно непонятным. Однако можно в деталях проследить весь процесс распространения звуковых волн и вычислить их скорость.

Предположение о том, что взаимодействие между удалёнными друг от друга телами всегда осуществляется с помощью промежуточных звеньев (или среды), передающих взаимодействие от точки к точке, составляет сущность теории близкодействия.

Многие учёные, сторонники теории близкодействия, для объяснения происхождения гравитационных и электромагнитных сил придумывали невидимые истечения, окружавшие планеты и магниты; незримые атмосферы вокруг наэлектризованных тел. Размышления эти были подчас остроумны, но обладали немаловажным недостатком — они ничего не давали науке.

Действие на расстоянии

Так продолжалось до тех пор, пока Ньютон не установил закон всемирного тяготения, не предложив, однако, какого-либо объяснения его действия. Последовавшие за этим успехи в исследовании Солнечной системы настолько захватили воображение учёных, что они вообще в большинстве своём начали склоняться к мысли, что поиски каких-либо посредников, передающих взаимодействие от одного тела к другому, совсем не нужны.

Возникла теория прямого действия на расстоянии непосредственно через пустоту. Согласно этой теории действие передаётся мгновенно на сколь угодно большие расстояния. Тела способны «чувствовать» присутствие друг друга без какой-либо среды между ними. Сторонников действия на расстоянии не смущала мысль о действии тела там, где его самого нет. «Разве, — рассуждали они, — мы не видим, как магнит или наэлектризованная расчёска прямо через пустоту притягивают тела?» И при этом сила притяжения, например, магнита заметно не меняется, если магнит завернуть в бумагу или положить в деревянный ящик. Более того, даже если нам и кажется, что взаимодействие тел вызвано непосредственно контактом, то в действительности это не так. При самом тесном контакте между телами или частями одного тела остаются небольшие промежутки. Ведь груз, например, подвешенный на нити, не разрывает эту нить, хотя между отдельными атомами, из которых она состоит, ничего нет (рис. 1.18).

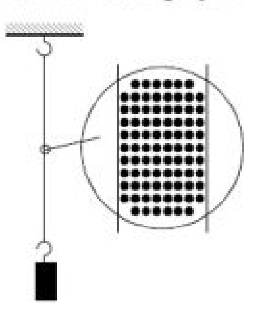


Рис. 1.18

Действие на расстоянии — единственный способ действия, встречающийся повсюду.

Возражения против теории близкодействия были довольно сильными. Тем более что они подкреплялись успехами, которых добились такие убеждённые сторонники действия на расстоянии, как Кулон и Ампер, открывшие законы взаимодействия зарядов и токов.

Если бы развитие науки происходило прямолинейно, то, казалось бы, победа теории действия на расстоянии обеспечена. Но в действительности развитие науки напоминает скорее винтовую линию. Пройдя один виток, опять возвращаются примерно к тем же представлениям, но уже на более высоком уровне. Именно так произошло при развитии молекулярно-кинетической теории. Атомная гипотеза Демокрита одно время была оставлена большинством учёных. Затем она возродилась в строгой математической форме и была доказана экспериментально. Так же случилось и при развитии теории близкодействия.

Согласно теории действия на расстоянии одно тело действует на другое непосредственно через пустоту и это действие передаётся мгновенно. Теория близкодействия утверждает, что любое взаимодействие осуществляется с помощью промежуточных агентов и распространяется с конечной скоростью.

?

1. Сформулируйте сущность теорий близкодействия и действия на расстоянии (дальнодействия).
2. Поясните смысл фразы: «В действительности развитие науки напоминает скорее винтовую линию» (на примере теорий близкодействия и действия на расстоянии).

§ 1.8. ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ

После длительной борьбы теория близкодействия одержала окончательную победу. Расскажем кратко, как это произошло, а также расскажем о том, что такое электрическое поле.

Идеи Фарадея

Решительный поворот к представлениям близкодействия был начат великим английским учёным Майклом Фарадеем, а окончательно завершён Максвеллом.

По теории действия на расстоянии один заряд непосредственно «чувствует» присутствие другого. При перемещении одного из зарядов, например A (рис. 1.19), сила, действующая на другой заряд — B, мгновенно изменяет своё значение. Причём ни с самим зарядом B, ни с окружающим его пространством никаких изменений не происходит.

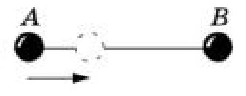


Рис. 1.19

Согласно идее Фарадея *электрические заряды не действуют друг на друга непосредственно. Каждый из них создаёт в окружающем пространстве электрическое поле.* Поле одного заряда действует на другой заряд, и наоборот. По мере удаления от заряда поле ослабевает.

Первоначально эта идея выражала лишь уверенность Фарадея в том, что действие одного тела на другое через пустоту невозможно. Доказательств существования поля не было. Такие доказательства и нельзя получить, исследуя лишь взаимодействия неподвижных зарядов. Успех к теории близкодействия пришёл после изучения электромагнитных взаимодействий движущихся заряженных частиц. Вначале было доказано существование переменных во времени полей, и только после этого был сделан вывод о реальности электрического поля неподвижных зарядов.

Скорость распространения электромагнитных взаимодействий

Основываясь на идеях Фарадея, Максвелл сумел теоретически доказать, что электромагнитные взаимодействия распространяются в пространстве с конечной скоростью.



Фарадей Майкл (1791—1867) — великий английский учёный, творец общего учения об электромагнитных явлениях, в котором все явления рассматриваются с единой точки зрения. Фарадей впервые ввёл представление об электрическом и магнитном полях. «Там, где математики видели центры напряжения сил дальнодействия, Фарадей видел промежуточный агент. Где они не видели ничего, кроме расстояния, удовлетворяясь тем, что находили закон распределения сил, действующих на электрические флюиды (т. е. заряды с современной точки зрения), Фарадей искал сущность реальных явлений, протекающих в среде» (Д. Максвелл).

Это означает, что если слегка передвинуть заряд A (см. рис. 1.19), то сила, действующая на заряд B, изменится, но не в то же мгновение, а лишь спустя некоторое время:

$$t = \frac{AB}{c}, \tag{1.8.1}$$

где AB — расстояние между зарядами, а c — скорость распространения электромагнитных взаимодействий. Максвелл нашёл, что она равна скорости света в вакууме, т. е. 300 000 км/с. При перемещении заряда A электрическое поле вокруг заряда B изменится спустя время t. Значит, действительно между зарядами в вакууме происходит некоторый процесс, в результате которого взаимодействие между ними распространяется с конечной скоростью[1].

Существование определённого процесса в пространстве между взаимодействующими телами, длящегося конечное время, — вот главное, что отличает теорию близкодействия от теории действия на расстоянии. Все прочие аргументы в пользу той или другой теории не могут считаться решающими. Правда, эксперимент по проверке равенства (1.8.1) при перемещении зарядов трудно осуществить из-за большого значения скорости c. Но в этом сейчас, после изобретения радио, нет необходимости.

Радиоволны

Радиосвязь — это связь посредством электромагнитных взаимодействий, так как радиоволна — это электромагнитная волна. Сейчас вы можете просто прочитать в газетах, что радиоволны от космической станции, приближающейся к Венере, доходят до Земли более чем через 4 мин. Станция уже может сгореть в атмосфере планеты, а посланные ею радиоволны еще долго будут блуждать в пространстве, пока не поглотятся телами. Таким образом, электромагнитное поле обнаруживает себя как нечто существующее столь же реально, как и стол, за которым вы сидите.

Отмахнуться от представлений о поле как о чём-то сложном и неопределённом, запутывающем простые вещи, как думали сторонники действия на расстоянии, уже нельзя.

---

[1] О том, что это за процесс, будет рассказано в дальнейшем.

Идея о том, что тело может действовать там, где его нет, была опровергнута экспериментально, хотя одно время казалось, что само развитие науки требует её признания[1].

Что такое электрическое поле?

Мы знаем, что электрическое поле существует реально. Мы можем исследовать его свойства опытным путём. Но мы не можем сказать, из чего это поле состоит. Здесь мы доходим до границы того, что сейчас известно науке.

Дом состоит из кирпичей, плит и других материалов, которые, в свою очередь, состоят из молекул, молекулы — из атомов, атомы — из элементарных частиц. Элементарные же частицы, такие как электрон, ни из чего более простого, чем они сами, не состоят. По крайней мере, сейчас более простых образований мы не знаем. Так же обстоит дело и с электрическим полем. Ничего более простого, более элементарного, чем поле, мы не знаем. Поэтому на вопрос о том, что такое электрическое поле, мы можем ответить только так:

во-первых, **поле материально: оно существует независимо от нас, от наших знаний о нём;**

во-вторых, **поле обладает определёнными свойствами,** которые не позволяют его спутать с чем-либо другим в окружающем мире. Установление этих свойств является единственным ответом на вопрос, что такое электрическое поле.

При изучении электрического поля мы сталкиваемся с особым видом материи, движение которой не подчиняется законам механики Ньютона. С открытием электрического поля впервые за всю историю науки появилась глубокая идея: *существуют различные виды материи, и каждому из них присущи свои законы.*

Основные свойства электрического поля

Главное свойство электрического поля — действие его на электрические заряды с некоторой силой. По действию на заряд устанавливают существование поля, распределение его в пространстве, изучают все его характеристики.

---

[1] Согласно современным представлениям, гравитационные взаимодействия также осуществляются с помощью особого поля, называемого гравитационным или полем тяготения. Гравитационное поле создаётся телами и проявляется по действию на тела. Распространяться гравитационные взаимодействия также должны со скоростью 300 000 км/с. Однако экспериментально это пока не доказано.

Электрическое поле неподвижных зарядов называют *электростатическим*. Оно не меняется со временем. **Электростатическое поле создаётся только электрическими зарядами. Оно существует в пространстве, окружающем эти заряды, и неразрывно с ними связано.**

По мере изучения электродинамики мы будем знакомиться с новыми свойствами поля. Познакомимся и с переменным во времени электрическим полем, которое уже не связано с зарядами неразрывно. Многие свойства статических и переменных полей совпадают. Однако имеются между ними существенные различия. Говоря о свойствах поля, мы будем называть это поле просто электрическим, если данное свойство в равной мере присуще как статическим, так и переменным полям.

Как относятся к фундаментальным понятиям учёные?

Полезно сказать несколько слов об отношении самих физиков к такого рода фундаментальным понятиям, как поле. То определение поля и перечисление его свойств, о которых шла речь, вероятно, многим покажется явно недостаточным. Не следует ли в первую очередь все силы направить на достижение большей ясности в вопросе о поле, попытаться выяснить детально его природу?

Точка зрения учёных на этот счёт иная. В тех сведениях о поле, которыми мы располагаем, учёные прежде всего видят необъятные возможности для объяснения громадной совокупности опытных фактов. Только под этими сведениями надо понимать, конечно, точно сформулированные математические законы, определяющие конфигурацию поля в зависимости от расположения зарядов и их скоростей, а не только те качественные представления, о которых мы говорили. Учёные отдают себе полный отчёт в том, что здесь то же положение, что и с силами в механике Ньютона. Для механики, как вы помните, не важно, какова природа силы. Важно, чему равна сила и при каких условиях возникает. В теории электромагнитного поля также важно в первую очередь знать, как поле действует на заряд и при каких условиях возникает, а не что есть поле само по себе. Разница лишь в том, что, выходя за рамки механики, мы можем исследовать природу сил, но поступить таким же образом с полем не в состоянии, во всяком случае сейчас. Исследование природы различных механических сил заключается, по существу, в сведении их к тем или иным полям. Сами же поля нельзя свести к чему-то более элементарному.

Рано или поздно наши сведения о поле, несомненно, будут углублены. Но те сведения, которыми мы располагаем, не позволяют пускаться в дебри сомнительных предположений о том, каков «механизм» действия поля на заряды. Нужно удовлетвориться сказанным. Стремление сразу постичь «самую сущность» поля вместо длительного, трудного, крайне важного дела объяснения конкретных явлений на основе известного и поисков новых свойств поля может только показаться похвальным, а в действительности от этого нужно освобождаться.

Отношение учёных к полю можно сравнить с отношением Собакевича к такому деликатному предмету, как «мёртвые души». Собакевича прежде всего заинтересовала та выгода, которую он может из них извлечь. «Вам нужно мёртвых душ? — спросил Собакевич (Чичикова) очень просто, без малейшего удивления, как бы речь шла о хлебе... — Извольте, я готов продать»[1].

Во всяком случае, к полю учёный относится не по-маниловски. Вы помните, как Манилов пытался постичь, что такое «мёртвые души», но, поняв, что ему это не по силам, ограничился опасениями, не будет ли их продажа «несоответствующей гражданским постановлениям и дальнейшим видам России»? Получив заверение в противном, он совершенно успокоился.

Конечно, учёные стремятся глубже исследовать свойства поля. Но они отлично понимают, что природа хранит свои тайны гораздо лучше, чем Чичиков тайну «мёртвых душ».

Строить гипотезы о «механизме» действия поля учёные считают занятием не только бесполезным, но и вредным. На таком пути можно только превратить науку в сочинительство занимательных историй.

В настоящее время мы не можем наверняка утверждать, что в дальнейшем будут открыты «сущности» более первичные, чем поля и элементарные частицы.

Согласно теории близкодействия взаимодействие между заряженными частицами осуществляется посредством электрического поля. Электрическое поле — это особая форма материи, существующая независимо от

[1] Да не подумает читатель, что учёный своим характером вылитый Собакевич. Сходство между ними не в цели использования «таинственных предметов», а в способности увидеть в них практически полезные вещи.

наших представлений о нём. Доказательство реальности электрического поля — конечная скорость распространения электромагнитных взаимодействий.

? 1. Объясните, как согласно теории близкодействия осуществляется взаимодействие между заряженными частицами.
2. Изобразите в виде схемы, рисунка основные вехи в развитии физической науки, которые привели к открытию электрического поля.
3. Как можно обнаружить электростатическое поле (проверьте свою гипотезу на опыте)?
4. Перечислите основные свойства электрического поля.
5. Какое электрическое поле называют электростатическим?
6. Почему отношение учёных к фундаментальным понятиям физики (например, электрическое поле) сравнивается с отношением Собакевича к «мёртвым душам»? Согласны ли вы с данным мнением? Ответ аргументируйте на конкретных примерах.

§ 1.9. НАПРЯЖЁННОСТЬ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ. ПРИНЦИП СУПЕРПОЗИЦИИ ПОЛЕЙ

Недостаточно утверждать, что электрическое поле существует. Надо ввести количественную характеристику поля. После этого электрические поля можно будет сравнивать друг с другом и продолжать изучать их свойства.

Напряжённость электрического поля

Электрическое поле обнаруживается по силам, действующим на электрический заряд. Можно утверждать, что мы знаем о поле всё, что нужно, если будем знать силу, действующую на любой заряд в любой точке поля. Поэтому надо ввести такую характеристику поля, знание которой позволит определить эту силу.

Утверждение о реальности электрического поля состоит в том, что поле существует в определённой области пространства и тогда, когда электрических зарядов в этой области нет.

Если поочерёдно помещать в одну и ту же точку поля небольшие (пробные) заряженные тела, то обнаружится, что сила, действующая на электрический заряд со стороны поля, прямо пропорциональна этому заряду.

Действительно, пусть поле создаётся точечным зарядом q_1. Положение произвольной точки A в поле можно задать радиусом-вектором $\vec{r}$. Если поместить в точку A пробный заряд q, то на него будет действовать сила $\vec{F}$. Согласно закону Кулона эта сила пропорциональна заряду q:

$$\vec{F} = k\frac{q_1 q}{r^3}\vec{r}. \qquad (1.9.1)$$

Поэтому **отношение силы, действующей на помещаемый в данную точку поля заряд, к этому заряду в любой точке поля не зависит от помещенного заряда и может рассматриваться как характеристика поля. Эту силовую характеристику поля называют напряжённостью электрического поля.**

Подобно силе, напряжённость поля — векторная величина, ее обозначают буквой $\vec{E}$. Согласно определению напряжённость поля равна:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}. \qquad (1.9.2)$$

Напряжённость поля равна отношению силы, с которой поле действует на точечный заряд, к этому заряду.

Заметим, что для измерения напряжённости поля пробный заряд q должен быть настолько малым, чтобы не вызывать существенного перераспределения зарядов, создающих поле.

В каждой точке поля напряжённость имеет определённое значение. Это означает, что напряжённость поля зависит от координат: $\vec{E} = \vec{E}(x, y, z)$. В случае переменных полей она зависит еще от времени.

Из формулы (1.9.2) видно, что сила, действующая на заряд q со стороны электрического поля, равна:

$$\boxed{\vec{F} = q\vec{E}.} \qquad (1.9.3)$$

Если $q > 0$, то векторы $\vec{E}$ и $\vec{F}$ направлены в одну и ту же сторону (рис. 1.20); при $q < 0$ эти векторы направлены в противоположные стороны (рис. 1.21). Направление же

$\vec{E}$ $\vec{F}$ $q > 0$

Рис. 1.20

$\vec{F}$ $\vec{E}$ $q < 0$

Рис. 1.21

вектора $\vec{E}$ не зависит от знака заряда q. Оно совпадает с направлением силы, действующей на положительный заряд.

Формула (1.9.2) позволяет установить единицу напряжённости. В СИ напряжённость выражается в ньютонах на кулон (Н/Кл)[1].

В системе Гаусса за единицу напряжённости принимается напряжённость поля, при которой на 1 ед. заряда СГСЭ действует сила в 1 дин. Обе единицы напряжённости не имеют специального названия.

Напряжённость поля точечного заряда

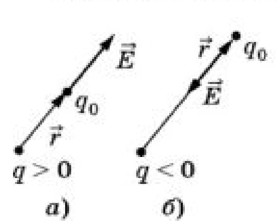


Рис. 1.22

Найдём напряжённость поля, создаваемого точечным зарядом q. Этот заряд действует на другой заряд q_0 с силой, согласно закону Кулона равной:

$$\vec{F} = k\frac{qq_0}{\varepsilon r^3}\vec{r}, \qquad (1.9.4)$$

где $\vec{r}$ — радиус-вектор, проведённый от заряда q к заряду q_0 (рис. 1.22, *а*, *б*).

Напряжённость поля точечного заряда q на расстоянии r от него равна:

$$\boxed{\vec{E} = k\frac{q}{\varepsilon r^3}\vec{r}.} \qquad (1.9.5)$$

Вектор напряжённости в любой точке электрического поля направлен вдоль прямой, соединяющей эту точку и заряд, — от заряда, если $q > 0$ (см. рис. 1.22, *а*), и к заряду, если $q < 0$ (см. рис. 1.22, *б*).

Принцип суперпозиции полей

Если на тело действует несколько сил, то по законам механики Ньютона результирующая сила равна геометрической сумме сил:

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \ldots . \qquad (1.9.6)$$

В интересующем нас случае телом является заряженное тело или, говоря коротко, электрический заряд.

---

[1] В СИ единицу напряжённости электрического поля принято устанавливать на основе единицы разности потенциалов (см. § 1.20).

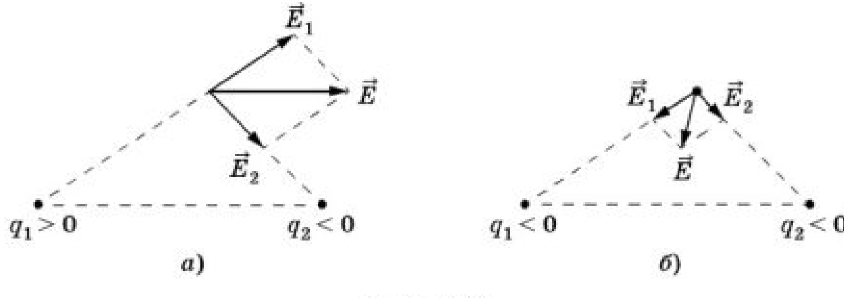


Рис. 1.23

На электрические заряды действуют силы со стороны поля. Если при наложении в пространстве полей от нескольких зарядов эти поля не оказывают никакого влияния друг на друга, то результирующая сила со стороны всех полей должна быть равна геометрической сумме сил со стороны каждого поля. Именно так и происходит на самом деле. Это означает, что напряжённости полей складываются геометрически, так как напряжённости прямо пропорциональны силам.

В этом состоит принцип суперпозиции полей, т. е. принцип независимого наложения полей («суперпозиция» в переводе на русский означает «наложение»). Он формулируется так: **если в данной точке пространства различные заряды создают электрические поля, напряжённости которых $\vec{E}_1$, $\vec{E}_2$, $\vec{E}_3$ и т. д., то результирующая напряжённость поля в этой точке равна:**

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \ldots . \quad (1.9.7)$$

Благодаря принципу суперпозиции для нахождения напряжённости поля системы точечных зарядов в любой точке достаточно знать выражение (1.9.5) для напряжённости поля точечного заряда. На рисунке 1.23, *а, б* показано, как геометрически определяется напряжённость $\vec{E}$ поля, созданного двумя зарядами.

Для определения напряжённости поля, создаваемого заряженным телом конечных размеров, нужно поступать следующим образом. Мысленно разделить тело на маленькие элементы, каждый из которых можно считать точечным. Определить заряды всех этих элементов и найти напряжённости полей, созданных всеми ими в заданной точке. После этого сложить геометрически напряжённости от всех элементов тела и найти результирующую напряжённость поля.

Для тел сложной формы это трудная, но в принципе разрешимая задача. Для её решения нужно знать, как заряд распределён на теле.

Подчеркнём, что принцип суперпозиции не является тривиальным. Поля, удовлетворяющие этому принципу, называются л и н е й н ы м и[1].

У линейных полей отсутствуют взаимодействия между отдельными участками поля: поле не действует само на себя. Электромагнитное поле линейно. Но гравитационное поле в теории тяготения Эйнштейна является нелинейным. Нелинейно также поле, осуществляющее сильные взаимодействия между кварками.

Введение электрического поля позволяет задачу вычисления сил взаимодействия заряженных частиц разбить на две части. Сначала вычисляют напряжённость поля, созданного зарядами, а затем по известной напряжённости определяют силы. Такое разделение задачи на части обычно облегчает расчёты сил.

? 1. Как называется силовая характеристика электрического поля?
2. Как рассчитать напряжённость поля точечного заряда?
3. Сформулируйте принцип суперпозиции полей и графически продемонстрируйте его применение.

§ 1.10. ЛИНИИ НАПРЯЖЁННОСТИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ

Электрическое поле не действует на органы чувств. Его мы не видим. Тем не менее распределение поля в пространстве можно сделать видимым. Делается это довольно просто.

Линии напряжённости

Мы получим некоторое представление о поле, если нарисуем векторы напряжённости поля в нескольких точках пространства. На рисунке 1.24 таким способом изображено поле положительного точечного заряда. Но в случае произвольно-

[1] Поля являются линейными, если уравнения, описывающие их эволюцию или распределение в пространстве, линейны, т. е. не содержат квадратов и более высоких степеней рассматриваемых величин.

го поля картина будет более наглядной, если нарисовать не векторы в отдельных точках, а *непрерывные линии, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением вектора напряжённости*. Эти линии называются **линиями напряжённости** или **силовыми линиями** электрического поля. За направление силовых линий принимается направление вектора $\vec{E}$ (рис. 1.25).

По картине силовых линий можно судить не только о направлении вектора $\vec{E}$, но и о его модуле. Действительно, для точечных зарядов напряжённость поля увеличивается по мере приближения к заряду, а силовые линии при этом сгущаются (рис. 1.26). Число силовых линий, приходящихся на поверхность единичной площади, расположенную нормально к силовым линиям, можно считать пропорциональным модулю напряжённости. Покажем это на частном примере. Опишем вокруг точечного заряда q сферу радиусом r (см. рис. 1.26). Обозначим число силовых линий, проведённых от заряда q, через N. Это число, разумеется, произвольно. Тогда число силовых линий, приходящихся на единицу площади поверхности сферы, равно:

$$n = \frac{N}{4\pi r^2}, \qquad (1.10.1)$$

т. е. убывает как $\frac{1}{r^2}$.

Точно так же убывает с расстоянием напряжённость поля точечного заряда. Поэтому

$$E \sim n. \qquad (1.10.2)$$

Картины силовых линий

Построить точную картину силовых линий заряженного тела — сложная задача. Нужно сначала вычислить напряжённость поля $E(x, y, z)$ как функцию координат. Но этого

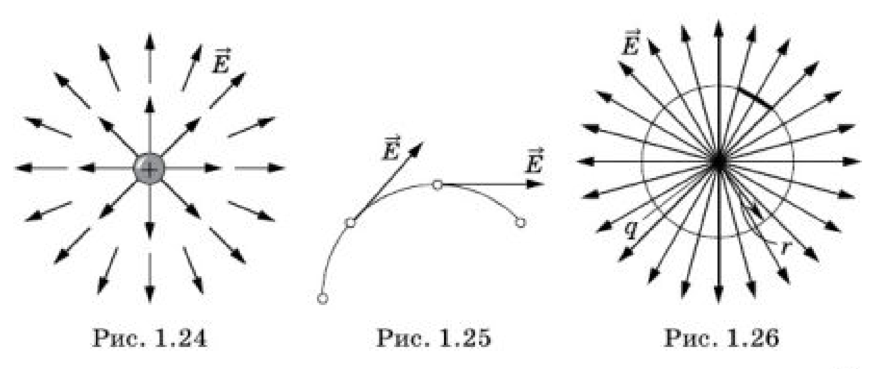


Рис. 1.24 Рис. 1.25 Рис. 1.26

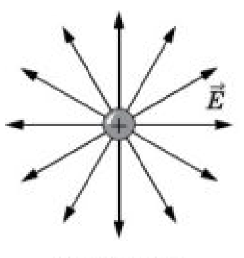


Рис. 1.27

ещё мало. Остается непростая задача проведения непрерывных линий так, чтобы в каждой точке линии касательная к ней совпадала с направлением напряжённости $\vec{E}$. Такую задачу проще всего поручить компьютеру, работающему по специальной программе.

Впрочем, строить точную картину распределения силовых линий нет необходимости. Имеет смысл рисовать приближённые картины, исходя из определённой симметрии в расположении зарядов. Такая картина даёт наглядное представление о поле.

На рисунках 1.27—1.30 изображены довольно точно построенные картины силовых линий: положительно заряженного шарика (см. рис. 1.27); двух разноимённо заряженных шариков (см. рис. 1.28); двух одноимённо заряженных шариков (см. рис. 1.29); двух пластин, заряды которых равны по модулю и противоположны по знаку (см. рис. 1.30). Последний пример особенно важен. На рисунке 1.30 видно, что в пространстве между пластинами вдали от краёв пластин силовые линии параллельны: электрическое поле здесь одинаково во всех точках.

Электрическое поле, напряжённость которого одинакова во всех точках пространства, называется однородным. В ограниченной области пространства электрическое поле можно считать приблизительно однородным, если напряжённость поля внутри этой области меняется незначительно.

Силовые линии электростатического поля не замкнуты; они начинаются на положительных зарядах (или в бесконечности) и оканчиваются на отрицательных зарядах

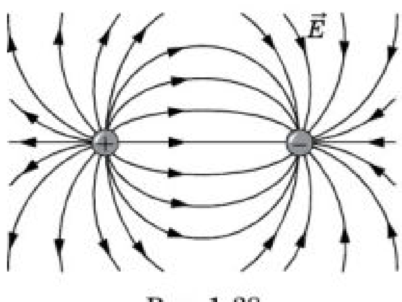


Рис. 1.28

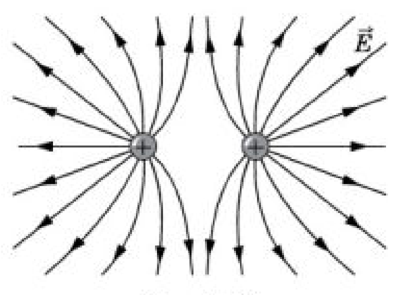


Рис. 1.29

(или в бесконечности). Силовые линии непрерывны и не пересекаются, так как их пересечение означало бы отсутствие определённого направления напряжённости электрического поля в данной точке.

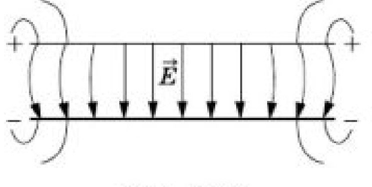


Рис. 1.30

Представление электрического поля с помощью силовых линий имеет существенный недостаток. Если мы знаем, как выглядят силовые линии одной совокупности зарядов и другой совокупности, мы всё равно не получим никакого представления о картине силовых линий, созданной обеими совокупностями. Если же знать напряжённость электрического поля в каждой точке пространства для одной и второй совокупности, то вычислить результирующую напряжённость поля не составит труда.

Наблюдение силовых линий

Не следует думать, что линии напряжённости — это существующие в действительности образования вроде растянутых упругих нитей или шнуров, как предполагал сам Фарадей. Линии напряжённости лишь помогают представить распределение поля в пространстве и не более реальны, чем меридианы и параллели на земном шаре.



Однако силовые линии можно сделать «видимыми». Для этого нужно металлические тела (электроды) соединить с полюсами электростатической машины и погрузить в вязкий диэлектрик (например, в касторовое или вазелиновое масло). В эту жидкость надо насыпать и хорошо перемешать продолговатые частицы изолятора (например, хинина — лекарства от малярии, асбеста, манной крупы, семян или мелко настриженный волос). При заряжении электродов в жидкости создаётся достаточно сильное электрическое поле. Под влиянием электрического поля частицы диэлектрика поляризуются: на их концах появляются заряды противоположного знака[1].

Частицы поворачиваются во внешнем поле вдоль линий напряжённости, и заряды на их концах взаимодействуют друг с другом. Разноимённые заряды притягиваются, а одноимённые отталкиваются. В результате частицы диэлектри-

---

[1] Подробнее об этом процессе будет рассказано в § 1.15.

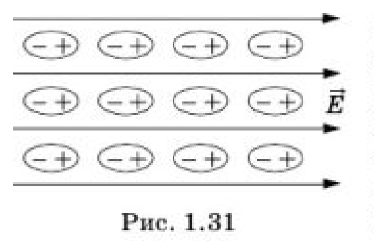
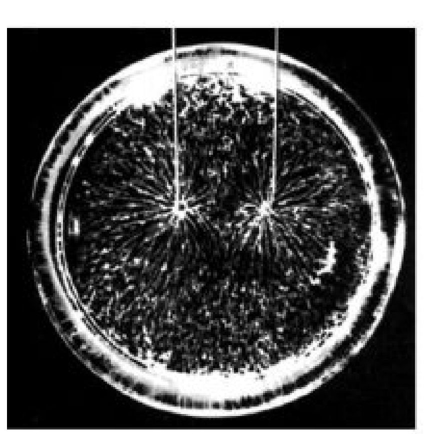


Рис. 1.31

ка выстраиваются вдоль силовых линий (рис. 1.31). На рисунках 1.32—1.35, сделанных с фотографий, показаны полученные таким образом картины линий напряжённости полей около проводников различной формы (рис. 1.32, *а*, *б* — два стержня с одинаковыми зарядами и два стержня с противоположными по знаку и равными по модулю зарядами; рис. 1.33 — заряженный цилиндр (поле внутри цилиндра отсутствует); рис. 1.34 — заряженная плоскость; рис. 1.35 — две плоскости с одинаковыми по модулю и противоположными по знаку зарядами).



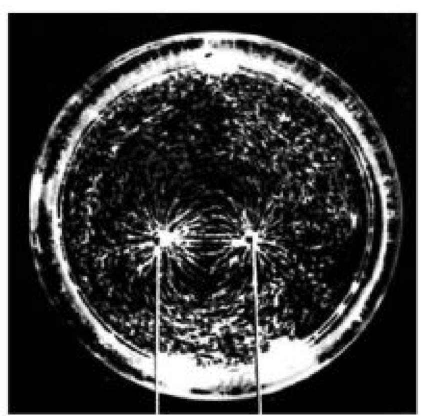


Рис. 1.32

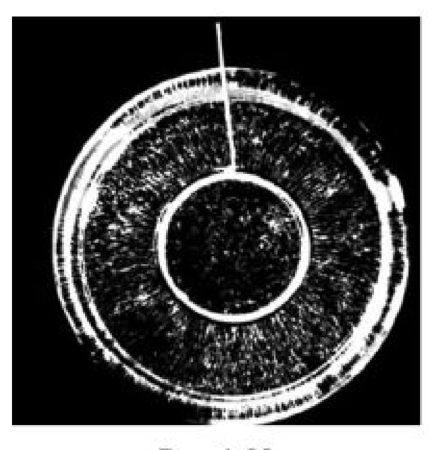


Рис. 1.33

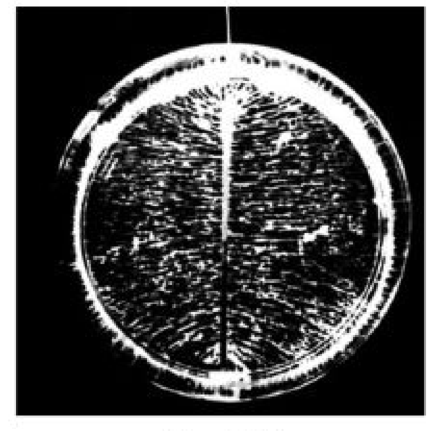


Рис. 1.34

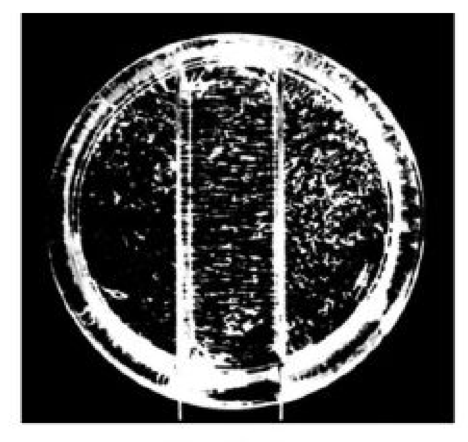


Рис. 1.35

Картина силовых линий наглядно показывает, как направлена напряжённость электрического поля в различных точках пространства. По изменению густоты линий можно судить об изменении модуля напряжённости поля при переходе от точки к точке.

?

1. Сформулируйте определение силовых линий электрического поля. Перечислите основные свойства силовых линий электрического поля.
2. Совпадает ли траектория заряженной частицы, движущейся в электрическом поле, с силовыми линиями этого поля?
3. Нарисуйте примерную картину силовых линий равномерно заряженного тонкого кольца.
4. Изобразите линии напряжённости поля, созданного положительным и/или отрицательным зарядом.
5. Предложите способы, как сделать силовые линии электрического поля «видимыми».

§ 1.11. ТЕОРЕМА ГАУССА

Закон Кулона — основной закон электростатики. Из него следует основная теорема электростатики — теорема Гаусса.

Поток напряжённости электрического поля

Предварительно введем новую физическую величину — поток напряжённости электрического поля. Напряжённость поля характеризует электрическое поле в точ-

ке пространства. Поток напряжённости зависит не от значения напряжённости поля в данной точке, а от распределения поля по поверхности той или иной площади. Именно для этой величины формулируется теорема Гаусса.

Выделим в поле элемент площадью ΔS. Он должен быть настолько малым, чтобы напряжённость электрического поля во всех его точках можно было считать одинаковой. Проведём нормаль $\vec{n}$ к элементу. Направление этой нормали выбирается произвольно (рис. 1.36). Угол между векторами $\vec{E}$ и $\vec{n}$ обозначим через α. Тогда по определению потоком напряжённости электрического поля $\vec{E}$ называется произведение площади ΔS поверхности на проекцию напряжённости электрического поля на нормаль к элементу:

$$\Delta N = E_n \Delta S = E \cdot \Delta S \cos \alpha. \quad (1.11.1)$$

Поток может быть положительным или отрицательным в зависимости от значения угла α.

Наглядно поток напряжённости поля можно интерпретировать как величину, пропорциональную числу силовых линий, пронизывающих этот элемент. Линии, пронизывающие элемент ΔS, пронизывают также элемент ΔS_0, представляющий собой проекцию ΔS на плоскость, перпендикулярную вектору $\vec{E}$ (рис. 1.37). Поток напряжённости можно записать в форме:

$$\Delta N = E \cos \alpha \cdot \Delta S = E \Delta S_0, \quad (1.11.2)$$

так как $\Delta S_0 = \Delta S \cos \alpha$.

Если поле неоднородно и поверхность произвольна, то поток определяется так. Всю поверхность надо разбить на малые элементы площадью ΔS_i, вычислить потоки напряжён-

---



Гаусс Карл Фридрих (1777—1855) — великий немецкий математик, физик и астроном, создатель абсолютной системы единиц в физике. Разработал теорию электростатического потенциала и доказал важнейшую теорему электростатики (теорема Гаусса). Создал теорию построения изображений в сложных оптических системах. Одним из первых пришёл к мысли о возможности существования неевклидовой геометрии. Кроме того, Гаусс внёс выдающийся вклад практически во все разделы математики.

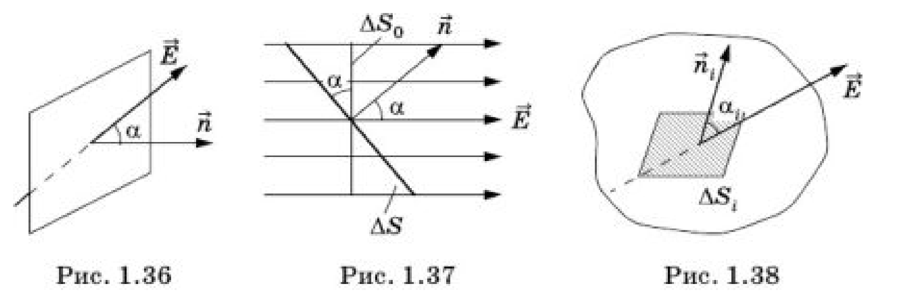


Рис. 1.36 Рис. 1.37 Рис. 1.38

ности через каждый из этих элементов, а потом просуммировать потоки через все элементы (рис. 1.38):

$$N = \sum_i E_{n_i} \Delta S_i. \quad (1.11.3)$$

Так же определяется поток через замкнутую поверхность. За положительную нормаль к любому элементу замкнутой поверхности принимается внешняя нормаль, т. е. нормаль, направленная не внутрь поверхности, а наружу.

Теорема Гаусса для точечного заряда

Теорема Гаусса устанавливает связь между потоком напряжённости электрического поля через замкнутую поверхность и зарядом внутри этой поверхности.

Вначале рассмотрим простой частный случай. Вычислим поток вектора $\vec{E}$ в однородной среде через сферическую поверхность, в центре которой расположен точечный заряд q (рис. 1.39).

Напряжённость поля в каждой точке на поверхности сферы одна и та же по модулю, а проекция E_n равна:

$$E_n = k\frac{q}{\varepsilon r^2}. \quad (1.11.4)$$

Поток вектора $\vec{E}$ через поверхность сферы равен:

$$N = \sum_i E_{n_i} \Delta S_i = E_n \sum_i \Delta S_i =$$

$$= E_n \cdot 4\pi r^2 = k\frac{4\pi q}{\varepsilon}. \quad (1.11.5)$$

Этот результат, надо ожидать, справедлив и для любой замкнутой поверхности, содержащей заряд q. Ведь любую

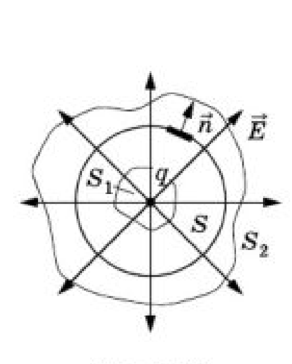


Рис. 1.39

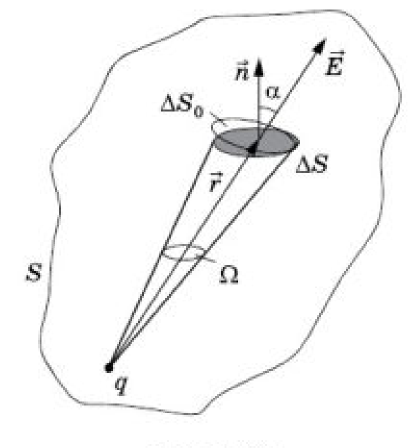


Рис. 1.40

поверхность S_1 или S_2 (см. рис. 1.39) пронизывает то же число силовых линий, что и поверхность S. Таким образом, согласно теореме Гаусса, **поток напряжённости через замкнутую поверхность пропорционален электрическому заряду внутри этой поверхности.**

Теперь дадим более строгое доказательство теоремы для одного точечного заряда, охватываемого произвольной замкнутой поверхностью площадью S (рис. 1.40). Выделим на этой поверхности малый элемент её ΔS. Поток напряжённости через этот элемент равен:

$$\Delta N = E_n \Delta S = k\frac{q}{\varepsilon r^2}\cos\alpha \cdot \Delta S, \qquad (1.11.6)$$

где r — расстояние от элемента ΔS до заряда q, т. е. модуль радиуса-вектора, указывающего положение элемента ΔS относительно заряда q. Согласно (1.11.2),

$$\Delta S\cos\alpha = \Delta S_0,$$

где ΔS_0 — проекция площадки ΔS на плоскость, перпендикулярную радиусу-вектору $\vec{r}$. Так как ΔS очень мала, то ΔS_0 фактически есть проекция ΔS на поверхность сферы. Следовательно, уравнение (1.11.6) можно переписать так:

$$\Delta N = k\frac{q}{\varepsilon}\frac{\Delta S_0}{r^2}. \qquad (1.11.7)$$

Для дальнейшего доказательства необходимо использовать понятие *телесного угла*.

Рассмотрим сферу радиусом r. Представим себе внутри этой сферы конус, вершина которого находится в центре сферы (рис. 1.41). Этот конус вырежет на сфере некоторую часть поверхности площадью S. *Область пространства, ограниченную поверхностью конуса, называют телесным углом.* Мерой телесного угла Ω служит отношение площади S к квадрату радиуса r сферы:

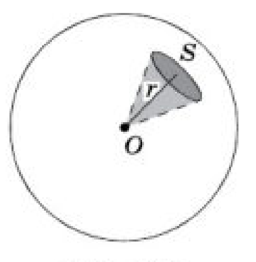


Рис. 1.41

$$\Omega = \frac{S}{r^2}. \qquad (1.11.8)$$

Нетрудно видеть, что значение телесного угла не зависит от радиуса сферы, так как площадь S вырезаемой им площадки пропорциональна квадрату радиуса. За единицу телесного угла принят с т е р а д и а н (ср) — это телесный угол с вершиной в центре сферы, вырезающий на поверхности сферы элемент, площадь которого равна квадрату радиуса сферы. Полный телесный угол, охватывающий всё пространство вокруг точки, равен:

$$\Omega_{\text{полн}} = \frac{S}{r^2} = \frac{4\pi r^2}{r^2} = 4\pi \text{ ср}. \qquad (1.11.9)$$

Выражение $\frac{\Delta S_0}{r^2}$ в формуле (1.11.7) есть не что иное, как значение телесного угла $\Delta\Omega$, под которым виден элемент поверхности ΔS_0 (или, что то же самое, элемент ΔS) из точки, где расположен заряд q:

$$\Delta\Omega = \frac{\Delta S_0}{r^2}. \qquad (1.11.10)$$

Подставляя выражение (1.11.10) в уравнение (1.11.7), получим:

$$\Delta N = k\frac{q}{\varepsilon}\Delta\Omega. \qquad (1.11.11)$$

Суммируя подобные выражения для всех элементов ΔS_i поверхности S, получим полный поток напряжённости через замкнутую поверхность:

$$N = \sum_i \Delta N_i = k\frac{q}{\varepsilon}\sum_i \Delta\Omega_i = k\frac{q}{\varepsilon}4\pi,$$

так как $\sum_i \Delta\Omega_i = 4\pi$ ср согласно (1.11.9).

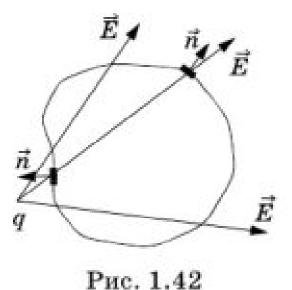


Рис. 1.42

Итак, теорему Гаусса можно записать следующим образом:

$$\boxed{N = \sum_i \Delta N_i = k\frac{4\pi}{\varepsilon}q.} \quad (1.11.12)$$

Если замкнутая поверхность не содержит внутри себя электрического заряда, то поток напряжённости через неё равен нулю (рис. 1.42). Силовые линии, идущие от заряда q, либо не пересекают её совсем, либо же пересекают чётное число раз. При этом число линий, выходящих из поверхности, равно числу линий, входящих в неё, и поэтому $N = 0$. (Выходящие из поверхности линии вносят положительный вклад в поток, а входящие — отрицательный.)

Обобщение теоремы Гаусса

Теорема Гаусса легко обобщается на случай любого числа точечных зарядов. Поток напряжённости через поверхность площадью S для каждого заряда определяется формулой (1.11.12). Вследствие принципа суперпозиции полей полный поток равен сумме потоков от всех зарядов. Поэтому, суммируя выражения (1.11.12) для всех зарядов, найдём:

$$N = k\frac{4\pi}{\varepsilon}\sum_i q_i. \quad (1.11.13)$$

Если алгебраическая сумма зарядов внутри поверхности равна нулю, то и $N = 0$.

Теорему Гаусса можно обобщить и для случая, когда заряд распределён в пространстве непрерывно. Это мы рассмотрим в следующем параграфе.

Коэффициент k в формуле (1.11.13) равен единице в абсолютной системе единиц и $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ в СИ. Поэтому теорема Гаусса в СИ не содержит множителя 4π:

$$N = \frac{1}{\varepsilon\varepsilon_0}\sum_i q_i. \quad (1.11.14)$$

Теорема Гаусса связывает поток напряжённости электрического поля через замкнутую поверхность с полным зарядом внутри этой поверхности.

? **1.°** Почему теорема Гаусса является теоремой, а не формулой или законом?

2. Сформулируйте и докажите теорему Гаусса.

§ 1.12. ПОЛЕ ЗАРЯЖЕННОЙ ПЛОСКОСТИ, СФЕРЫ И ШАРА

Рассмотрим применение теоремы Гаусса для вычисления напряжённости электрического поля заряженных тел простой формы: плоскости, сферы и шара. Плоские поверхности встречаются нередко. Кроме того, небольшой участок любой поверхности можно приближённо считать плоским. Приблизительно сферическую форму имеют многие тела в природе и технике: атомные ядра, капли дождя, планеты и т. д.

Поле равномерно заряженной бесконечной плоскости

Когда заряд распределён по какой-либо поверхности, то для расчёта полей удобно ввести поверхностную плотность заряда σ. Выделим на плоской поверхности маленький участок площадью ΔS. Пусть заряд этого участка равен Δq. *Поверхностной плотностью заряда называют отношение заряда Δq к площади поверхности, по которой он распределён*:

$$\sigma = \frac{\Delta q}{\Delta S}. \qquad (1.12.1)$$

Эта плотность может непрерывно изменяться вдоль поверхности. Конечно, электрический заряд имеет дискретную (прерывную) структуру, так как сосредоточен в элементарных частицах. Но если на поверхности площадью ΔS содержится огромное число элементарных зарядов, то дискретную структуру заряда можно не принимать во внимание. Мы ведь пользуемся понятием плотности, считая, что масса непрерывно распределена в пространстве. А на самом деле все тела состоят из дискретных образований — атомов.

В случае равномерного распределения заряда q по поверхности площадью S поверхностная плотность заряда постоянна и равна:

$$\sigma = \frac{q}{S} = \text{const}. \qquad (1.12.2)$$

Рассмотрим бесконечную равномерно заряженную плоскость. Поверхностная плотность заряда σ известна. Из соображений симметрии очевидно, что линии напряжённости представляют собой прямые, перпендикулярные плоскости. Поле бесконечной плоскости — однородное поле. Во всех точках пространства, независимо от расстояния до плоскости, напряжённость поля одна и та же.

Для применения теоремы Гаусса нужно выбрать замкнутую поверхность таким образом, чтобы можно было легко вычислить поток напряжённости электрического поля через эту поверхность. В данном случае удобнее всего выбрать цилиндр, образующие которого параллельны линиям напряжённости электрического поля, а основания параллельны плоскости (рис. 1.43). Тогда поток через боковую поверхность цилиндра будет равен нулю. Поэтому полный поток равен потоку через основания цилиндра A и B:

$$N = 2SE_n, \tag{1.12.3}$$

где E_n — проекция вектора напряжённости на нормаль к основанию цилиндра. Полный заряд внутри цилиндра равен σS. Согласно теореме Гаусса,

$$2SE_n = k\frac{4\pi}{\varepsilon}\sigma S.$$

Отсюда модуль напряжённости равен:

$$E = k\frac{2\pi|\sigma|}{\varepsilon}. \tag{1.12.4}$$

В СИ эта формула принимает вид:

$$E = \frac{|\sigma|}{2\varepsilon_0\varepsilon}, \tag{1.12.5}$$

а в абсолютной системе

$$E = \frac{2\pi|\sigma|}{\varepsilon}. \tag{1.12.6}$$

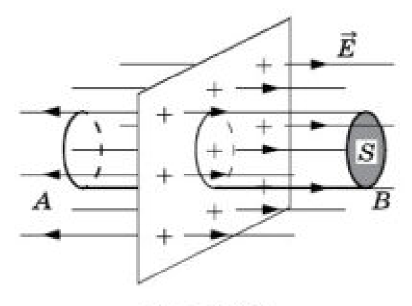


Рис. 1.43

Поле равномерно заряженной сферы

Поток напряжённости электрического поля через любую замкнутую поверхность внутри сферы равен нулю, так как равен нулю заряд. Это может быть лишь в том случае, когда напряжённость поля внутри сферы равна нулю.

Найдем напряжённость поля вне сферы. Из соображений симметрии ясно, что линии напряжённости начинаются на поверхности сферы (в случае положительного заряда), направлены по радиусам сферы и перпендикулярны её поверхности (рис. 1.44). Поэтому модуль напряжённости поля одинаков во всех точках, лежащих на одинаковых расстояниях от центра сферы.

Проведём сферическую поверхность радиусом $r > R$, где R — радиус заряженной сферы. Поток напряжённости через эту поверхность равен:

$$N = E_n S = E_n \cdot 4\pi r^2. \quad (1.12.7)$$

Если заряд сферы q, то по теореме Гаусса

$$N = E_n \cdot 4\pi r^2 = k\frac{4\pi}{\varepsilon}q. \quad (1.12.8)$$

Следовательно, модуль напряжённости поля при $r \geqslant R$ равен:

$$E = k\frac{|q|}{\varepsilon r^2}. \quad (1.12.9)$$

Таким образом, поле заряженной сферы совпадает вне сферы с полем точечного заряда, расположенного в центре сферы. График зависимости $E(r)$ изображён на рисунке 1.45.

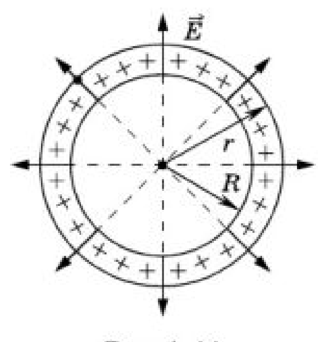


Рис. 1.44

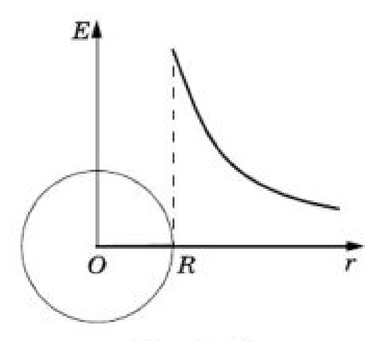


Рис. 1.45

Поле равномерно заряженного шара

Для характеристики распределения заряда по объёму используется понятие объёмной плотности заряда. *Объёмной плотностью заряда называется отношение заряда Δq к объёму ΔV, в котором он распределён*:

$$\rho = \frac{\Delta q}{\Delta V}. \qquad (1.12.10)$$

Эта плотность может непрерывно изменяться внутри заряженного тела. Если заряд q равномерно распределён по объёму V, то объёмная плотность заряда постоянна и равна:

$$\rho = \frac{q}{V} = \text{const}. \qquad (1.12.11)$$

Будем считать, что шар радиусом R равномерно заряжен; плотность заряда ρ известна. Полный заряд шара $q = \rho \cdot \frac{4}{3}\pi R^3$. Напряжённость электрического поля вне шара можно найти с помощью теоремы Гаусса точно так же, как и напряжённость равномерно заряженной сферы [см. формулу (1.12.9)]:

$$E = k\frac{|q|}{\varepsilon r^2} = k\frac{4\pi R^3 \rho}{3\varepsilon r^2} \qquad (1.12.12)$$

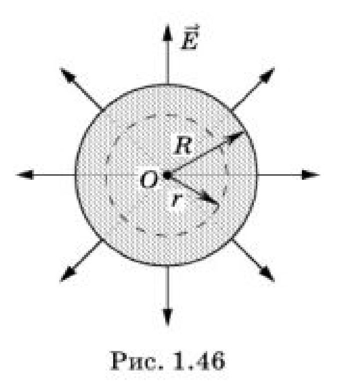


Рис. 1.46

(при условии, что $r \geqslant R$). Поле аналогично полю точечного заряда q, расположенного в центре шара.

Для нахождения поля внутри шара нужно применить теорему Гаусса к потоку напряжённости через сферическую поверхность радиусом $r < R$ (рис. 1.46). Заряд q_1 внутри этой поверхности равен:

$$q_1 = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho. \qquad (1.12.13)$$

Поток напряжённости через эту поверхность, согласно теореме Гаусса[1], равен:

$$N_1 = 4\pi r^2 E_n = k\frac{4\pi}{\varepsilon} q_1 = k\frac{4\pi}{\varepsilon}\frac{4\pi r^3 \rho}{3}. \qquad (1.12.14)$$

---

[1] Мы предполагаем, что диэлектрическая проницаемость среды одинакова внутри и вне шара.

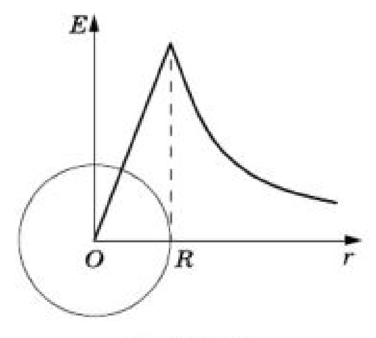


Рис. 1.47

Отсюда для напряжённости поля внутри шара получим выражение:

$$\vec{E} = k\frac{4\pi}{3\varepsilon}\rho\vec{r}. \qquad (1.12.15)$$

Напряжённость электрического поля линейно растёт с увеличением расстояния вплоть до $r = R$. При $r > R$ она определяется формулой (1.12.12). График модуля напряжённости поля в зависимости от расстояния до центра представлен на рисунке 1.47.

Теорема Гаусса позволяет сравнительно просто определить напряжённость электрического поля, если распределение заряда обладает определённой симметрией. Формулы (1.12.5), (1.12.9) и (1.12.15) следует запомнить. Их придётся часто использовать.

? 1. Что называется поверхностной и объёмной плотностью заряда?
2. Примените теорему Гаусса для расчёта напряжённостей электрического поля равномерно заряженной бесконечной плоскости, равномерно заряженных сферы и шара, внутри и вне разноимённо и одноимённо равномерно заряженных бесконечных плоскостей.
3. Поясните смысл «пика» на графике зависимости модуля напряжённости электрического поля равномерно заряженного шара от расстояния (см. рис. 1.47).
4. Заряженный лист фольги имеет такие же размеры, как страница из тетради. Можно ли определить напряжённость электрического поля, созданного листом, на расстоянии 0,5 см от него, используя формулу (1.12.4)?

§ 1.13. ПРОВОДНИКИ В ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОМ ПОЛЕ

Что происходит с телами, если их зарядить или поместить в электрическое поле? Проще всего ответить на этот вопрос в случае проводника. В проводниках есть свободные заряды.

Свободные заряды

В отношении электрических свойств тела делятся на проводники и диэлектрики (изоляторы). В проводниках, к которым в первую очередь относятся все металлы, имеются заряженные частицы, которые способны перемещаться внутри проводника под действием электрического поля. По этой причине заряды этих частиц называют **свободными зарядами**.

Диэлектрики состоят из нейтральных в целом атомов или молекул. Электрически заряженные частицы в нейтральном атоме **связаны** друг с другом и не могут, подобно свободным зарядам проводника, перемещаться под действием поля по всему объёму тела.

В металлах носителями свободных зарядов являются электроны. При образовании металла из нейтральных атомов атомы начинают взаимодействовать друг с другом. Благодаря этому взаимодействию электроны внешних оболочек атомов полностью утрачивают связи со «своими» атомами и становятся «собственностью» всего проводника в целом. В результате положительно заряженные ионы оказываются окружёнными отрицательно заряженным «газом», образованным коллективизированными электронами (рис. 1.48). Этот газ заполняет промежутки между ионами и стягивает их кулоновскими силами. Свободные электроны участвуют в тепловом движении, подобно молекулам газа, и могут перемещаться по куску металла в любом направлении.

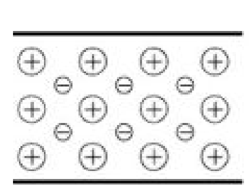


Рис. 1.48

Электрическое поле внутри проводника

Если электрические заряды неподвижны (случай электростатики), то электрического поля внутри проводника нет. Нетрудно понять почему. В проводнике есть свободные заряды. Поэтому если бы напряжённость электрического поля

была отлична от нуля, то поле приводило бы эти заряды в упорядоченное движение, т. е. в проводнике существовал бы электрический ток. Раз тока нет, то нет и поля. Утверждение об отсутствии электрического поля внутри проводника в равной мере справедливо как для заряженного проводника, так и для незаряженного, помещённого во внешнее электрическое поле. Нужно только иметь в виду, что речь идёт о среднем значении напряжённости поля. Отдельные заряженные частицы — электроны и ионы — создают микроскопические поля. Но эти поля внутри проводника в среднем компенсируют друг друга.

Механизм, приводящий к уничтожению электростатического поля в проводнике, состоит в следующем. Внесём в электрическое поле проводящий шар. В первый момент возникнет электрический ток, так как поле внутри шара вызывает перемещение электронов справа налево (рис. 1.49). Левая часть шара заряжается отрицательно, а правая — положительно. В этом состоит явление электростатической индукции. Появившиеся на поверхности проводника заряды создают своё поле, которое накладывается на внешнее поле и компенсирует его (рис. 1.50). (Силовые линии электрического поля этих зарядов показаны на рисунке штриховыми линиями.) За ничтожно малое время заряды перераспределятся так, что напряжённость результирующего поля внутри шара становится равной нулю и движение зарядов прекращается. В противном случае в проводнике всё время протекал бы ток и выделялась теплота. Но, согласно закону сохранения энергии, это невозможно. Если разделить шар пополам вдоль линии MN, то обе половины окажутся заряженными.



Итак, электростатического поля внутри проводника нет. На этом свойстве основана так называемая электростатическая защита. Чтобы защитить чувствительные к электрическому полю приборы, их заключают в металлические ящики.



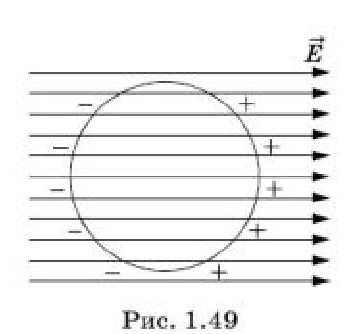


Рис. 1.49

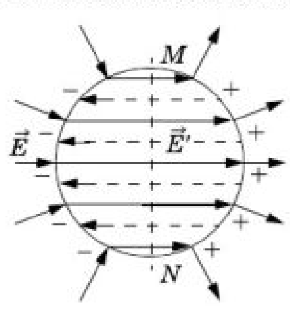


Рис. 1.50

Силовые линии электростатического поля вне проводника перпендикулярны его поверхности (см. рис. 1.50). Если бы это было не так, то имелась бы составляющая напряжённости поля вдоль поверхности проводника и по поверхности протекал бы электрический ток.

Электрический заряд проводника

В случае равновесия зарядов не только поле внутри проводника равно нулю, равен нулю и заряд. *Весь статический заряд проводника сосредоточен на его поверхности.* Это подтверждается и теоремой Гаусса. Поток напряжённости через любую замкнутую поверхность внутри проводника равен нулю, так как равна нулю напряжённость поля. Следовательно, и заряд внутри этой поверхности равен нулю.

Подчеркнём, что весь заряд сосредоточен на поверхности проводника только благодаря тому, что напряжённость поля убывает по мере удаления от заряда как $\frac{1}{r^2}$. При любой другой зависимости напряжённости от расстояния теорема Гаусса не выполнялась бы и заряд внутри проводника был бы отличен от нуля.

Объяснить скапливание заряда на поверхности проводника одним отталкиванием одноимённых зарядов нельзя. Первым это понял Г. Кавендиш. Он фактически за 14 лет до Кулона и более точно установил закон взаимодействия электрических зарядов. Но своих работ по электричеству Кавендиш не публиковал. Около ста лет рукописи находились в архиве семьи Кавендиша, пока не были переданы для печати Максвеллу. Произошло это через много лет после того, как закон взаимодействия зарядов был установлен Кулоном.

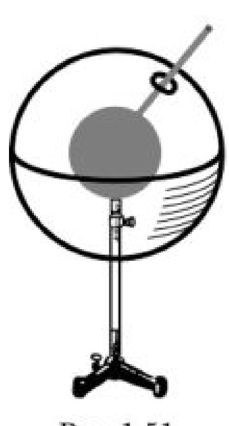


Рис. 1.51

Кавендиш экспериментально доказал, что заряд проводника целиком распределяется на его поверхности. Для этого он поместил заряженный проводящий шар на изолирующей подставке внутрь сферы, образованной двумя металлическими полусферами, плотно соединёнными друг с другом. В одной из полусфер было сделано маленькое отверстие, через которое можно было соединить заряженный шар и полусферы металлической проволокой (рис. 1.51). После соединения шара и полусфер проволокой полусферы раздвига-

лись и измерялся заряд шара. Он оказался равным нулю. Кавендиш понял, что это означает уменьшение сил взаимодействия между электрическими зарядами обратно пропорционально квадрату расстояния между ними.

При равновесии зарядов электрическое поле и электрический заряд внутри проводника равны нулю. Весь заряд сосредоточен на поверхности проводника, а линии напряжённости электрического поля в любой точке поверхности проводника перпендикулярны этой поверхности.

? **1.** По какой причине заряды в проводниках называют свободными?

2. Объясните механизм электростатической защиты.

3. Используя теорему Гаусса, докажите, что весь статический заряд проводника сосредоточен на его поверхности.

§ 1.14. ДИЭЛЕКТРИКИ В ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОМ ПОЛЕ

Взаимодействие заряженных тел в однородном диэлектрике ослабляется в ε раз (ε — диэлектрическая проницаемость среды). Выясним, почему это происходит.

Как влияет диэлектрик на электростатическое поле?



С помощью простого опыта можно убедиться в том, что незаряженный диэлектрик может создавать электрическое поле. На рисунке 1.52 вы видите заряженный электрометр

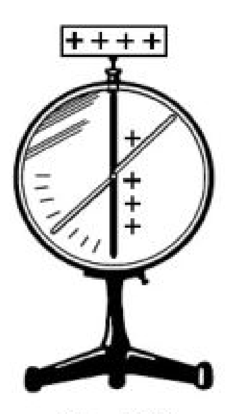


Рис. 1.52

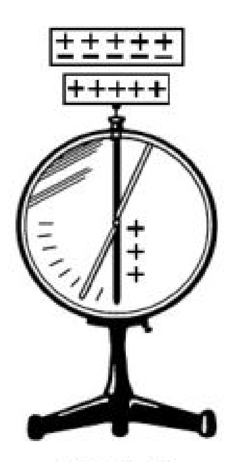


Рис. 1.53

с металлическим диском на конце стержня. Если к диску электрометра поднести незаряженный диэлектрик, например толстое стекло, то стрелка электрометра слегка приблизится к стержню (рис. 1.53). Это может произойти только в том случае, если диэлектрик, помещённый в электрическое поле заряженного диска, сам создаёт электрическое поле. Это поле влияет на распределение заряда в стержне и диске электрометра, уменьшая заряд стрелки и увеличивая соответственно заряд диска. Следовательно, *диэлектрик, оставаясь нейтральным, создает электрическое поле, напряжённость которого направлена противоположно напряжённости поля, созданного заряженным телом.* Ведь согласно принципу суперпозиции напряжённость электрического поля всегда равна сумме напряжённостей полей, созданных в данной точке всеми заряженными частицами.

Электрические свойства нейтральных атомов и молекул

Чтобы понять, как незаряженный диэлектрик создаёт электрическое поле, надо сначала познакомиться с электрическими свойствами нейтральных атомов и молекул.

Атомы и молекулы состоят из положительно заряженных частиц — ядер и отрицательно заряженных частиц — электронов. На рисунке 1.54 изображена схема простейшего атома — атома водорода. Положительный заряд атома, заряд его ядра, сосредоточен в центре атома. Электрон движется в атоме с большой скоростью $\approx 10^6$ м/с. Один оборот вокруг ядра он делает за очень малое время, порядка 10^{-15} с. Поэтому, например, уже за 10^{-9} с он успевает совершить миллион оборотов и, следовательно, миллион раз побывает в двух любых точках *1* и *2*, расположенных симметрично относительно ядра. Это даёт основание считать, что даже за очень малый промежуток времени центр распределения

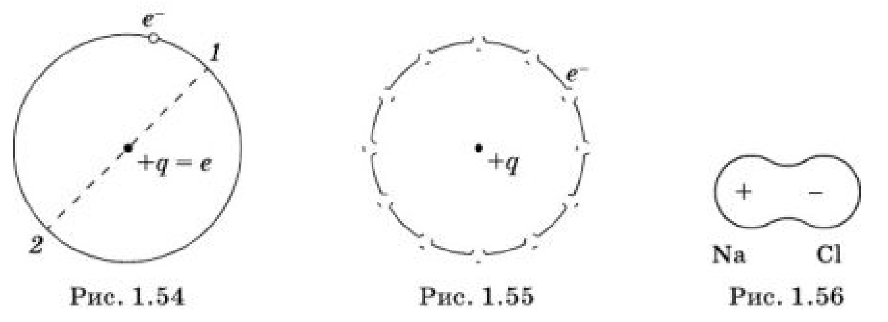


Рис. 1.54 Рис. 1.55 Рис. 1.56

отрицательного заряда приходится на середину атома, т. е. совпадает с положительно заряженным ядром (рис. 1.55, штриховыми окружностями показан ряд положений электрона).

Однако так обстоит дело не всегда. Рассмотрим молекулу поваренной соли NaCl. Атом натрия имеет во внешней оболочке один валентный электрон, слабо связанный с атомом. У хлора семь валентных электронов. При образовании молекулы единственный валентный электрон натрия захватывается хлором. Оба нейтральных атома превращаются в систему из двух ионов с зарядами противоположных знаков (рис. 1.56). Положительный и отрицательный заряды не распределены теперь симметрично по объёму молекулы: центр распределения положительного заряда приходится на ион натрия, а отрицательного — на ион хлора.

Электрический диполь

На большом расстоянии от молекулы её можно приближенно рассматривать как совокупность двух точечных зарядов, равных по модулю и противоположных по знаку, находящихся на некотором расстоянии l друг от друга (рис. 1.57). Такую нейтральную в целом систему зарядов называют электрическим диполем.

Электрические свойства диполя характеризуются электрическим дипольным моментом. *Электрический момент диполя равен произведению модуля одного из электрических зарядов диполя на вектор* $\vec{l}$, проведённый от отрицательного заряда диполя к положительному:

$$\vec{p} = |q|\vec{l}. \quad (1.14.1)$$

Дипольным моментом обладает, например, молекула воды. Однако распределение электрических зарядов у молекулы H_2O гораздо сложнее, чем у NaCl. Устроена молекула воды приблизительно следующим образом. Из восьми элек-

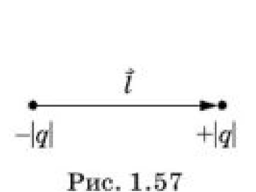


Рис. 1.57

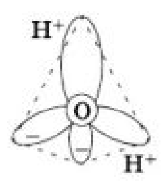


Рис. 1.58

тронов атома кислорода два находятся вблизи ядра. Пара электронов с внешней оболочки спаривается с двумя электронами атомов водорода, удерживая все три атома (один кислорода и два водорода) друг около друга. Остающиеся четыре электрона движутся парами по орбитам, простирающимся в стороны, противоположные атомам водорода. Примерная схема электронных орбит в молекуле воды изображена на рисунке 1.58. Верхняя по рисунку часть молекулы имеет положительный заряд, а нижняя — отрицательный. В результате молекулу на большом расстоянии тоже можно рассматривать как электрический диполь. Дипольный момент молекулы воды $p = 6{,}2 \cdot 10^{-30}$ Кл · м.

Два вида диэлектриков

Диэлектрики можно разделить на два вида:

полярные, состоящие из молекул, у которых центры распределения положительных и отрицательных зарядов не совпадают;

неполярные, состоящие из атомов и молекул, у которых центры распределения положительных и отрицательных зарядов совпадают.

К полярным диэлектрикам относятся спирты, вода и другие вещества; к неполярным — инертные газы, кислород, водород, бензол, полиэтилен и др.

Существует два вида диэлектриков: полярные и неполярные. Они различаются строением молекул.

?

1. Опишите опыт(ы), результаты которого(ых) наглядно демонстрируют влияние диэлектрика на элекростатическое поле.
2. Поясните, обладают ли нейтральные атомы и молекулы электрическими свойствами.
3. Что называют электрическим диполем? Изобразите напряжённость электростатического поля в точке, равноудалённой от зарядов диполя.
4. Какой(ие) признак(и) положен(ы) в основание классификации диэлектриков на полярные и неполярные? Существуют ли другие классификации диэлектриков, построенные на иных признаках?

§ 1.15. ПОЛЯРИЗАЦИЯ ДИЭЛЕКТРИКОВ

Теперь посмотрим, что происходит с диэлектриком в электрическом поле, и выясним, от чего зависит диэлектрическая проницаемость среды.

Поляризация полярных диэлектриков

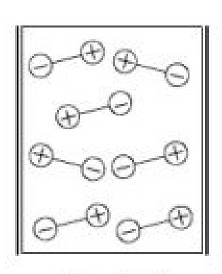


Рис. 1.59

Пусть полярный диэлектрик расположен между двумя параллельными металлическими пластинами. Если пластины не заряжены и, следовательно, напряжённость поля между пластинами равна нулю, то диполи молекул диэлектрика ориентированы хаотически (рис. 1.59). Вследствие этого во всех участках диэлектрика положительные и отрицательные заряды диполей различных молекул в среднем компенсируют друг друга. Электрическое поле диэлектрик не создаёт.

Что же произойдёт в диэлектрике, когда пластинам сообщены заряды, одинаковые по модулю и противоположные по знаку? Если размеры пластин много больше расстояния между ними, то возникает электрическое поле, которое вдали от краёв пластин можно считать однородным. Со стороны этого поля на молекулу, представляющую собой диполь, действуют две силы, одинаковые по модулю и противоположные по направлению (рис. 1.60, *а*). Они создают момент силы, стремящийся повернуть диполь так, чтобы его ось была направлена по линии напряжённости поля (рис. 1.60, *б*). Этому, однако, препятствует тепловое движение, приводящее к хаотической ориентации диполей. В результате полная ориентация может быть достигнута лишь в сильных полях при температурах, близких к абсолютному нулю. В обычных условиях получается состояние с преимущественной ориен-

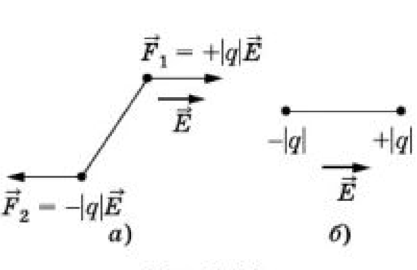


Рис. 1.60

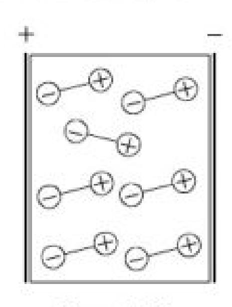


Рис. 1.61

тацией диполей вдоль поля. Это значит, что в среднем число диполей, ориентированных вдоль поля, больше, чем против поля (рис. 1.61). На рисунке видно, что вследствие преимущественной ориентации диполей вдоль поля у положительно заряженной пластины появляются отрицательные заряды диполей, а у отрицательно заряженной — положительные. В результате на поверхности диэлектрика появляется поверхностный связанный заряд с определённой плотностью σ'. Внутри диэлектрика отрицательные и положительные заряды диполей компенсируют друг друга и средний электрический заряд равен нулю.

Смещение положительных и отрицательных связанных зарядов диэлектрика в противоположные стороны называют поляризацией.



Поляризация неполярных диэлектриков

Ориентация диполей (атомов или молекул диэлектрика) в электрическом поле — не единственный процесс при поляризации диэлектриков. Это следует из того факта, что и диэлектрики с неполярными молекулами в электрическом поле тоже поляризуются. Что же происходит в этом случае?

В отсутствие поля центры положительных и отрицательных зарядов в атомах или молекулах неполярных диэлектриков совпадают. При внесении диэлектрика в поле на отрицательно и положительно заряженные частицы начинают действовать силы, направленные в противоположные стороны. В результате молекула растягивается и происходит смещение центров положительного и отрицательного зарядов. Молекула становится диполем, ось которого направлена вдоль поля.



Вследствие этого процесса на поверхностях диэлектрика, примыкающих к заряженным пластинам, также возникают связанные заряды. Очевидно, что процесс, аналогичный поляризации неполярных диэлектриков, происходит и в полярных диэлектриках. Однако в последних он маскируется значительно большим эффектом, обусловленным ориентацией диполей.



Силы притяжения между соседними молекулами диэлектрика значительно слабее сил, связывающих разноимённые заряды в молекуле. Поэтому при разрезании или разрыве диэлектрика на части молекулы не разрушаются, а целиком остаются на поверхностях разреза. В результате обе части поляризованного диэлектрика будут электрически нейтральны после разрезания.

Диэлектрическая проницаемость и поляризуемость диэлектрика

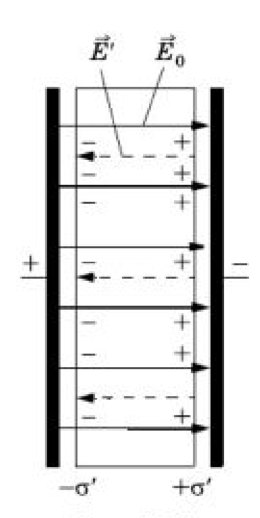


Рис. 1.62

Связанный поверхностный заряд создаёт электрическое поле напряжённостью $\vec{E}'$, направленной в диэлектрике против напряжённости внешнего поля $\vec{E}_0$ зарядов на пластинах (рис. 1.62). Из-за этого поле внутри диэлектрика ослабляется. Степень ослабления поля зависит от свойств диэлектрика.

Если напряжённость электрического поля внутри диэлектрика обозначить через E, то

$$E = E_0 - E' \qquad (1.15.1)$$

(см. рис. 1.62). Напряжённость E' определяется поверхностной плотностью заряда σ'. Этот заряд находится на двух противоположных поверхностях диэлектрика. Каждая поверхность создаёт электрическое поле напряжённостью $E_1' = 2\pi|\sigma'|$ (в абсолютной системе единиц). Напряжённости полей от отрицательно и положительно заряженных поверхностей внутри диэлектрика совпадают по направлению. Поэтому

$$E' = 4\pi|\sigma'|. \qquad (1.15.2)$$

Плотность поверхностного заряда зависит от свойств диэлектрика и напряжённости E электрического поля внутри него. При $E = 0$ σ' также равна нулю. Опыт показывает, что для многих диэлектриков плотность поверхностного заряда прямо пропорциональна напряжённости поля[1]:

$$|\sigma'| = \alpha E. \qquad (1.15.3)$$

Коэффициент пропорциональности α называется *поляризуемостью диэлектрика* или его диэлектрической восприимчивостью. Он характеризует электрические свойства диэлектрика и простым образом связан с диэлектрической проницаемостью ε. Найдем эту связь. Подставив выражение (1.15.3) в формулу (1.15.2), получим значение

---

[1] Надо иметь в виду, что смещение зарядов в диэлектрике непосредственно определяется полем внутри него с напряжённостью $\vec{E}$, а не внешним полем с напряжённостью $\vec{E}_0$.

напряжённости поля связанных зарядов в зависимости от напряжённости поля внутри диэлектрика:

$$E' = 4\pi\alpha E. \tag{1.15.4}$$

Если теперь подставить выражение (1.15.4) в соотношение (1.15.1), то можно выразить напряжённость поля в диэлектрике через напряжённость внешнего поля:

$$E = \frac{E_0}{1 + 4\pi\alpha}. \tag{1.15.5}$$

Стоящая в знаменателе величина характеризует степень ослабления поля; она показывает, во сколько раз уменьшается напряжённость электрического поля в однородном диэлектрике. Это и есть диэлектрическая проницаемость среды (см. § 1.4):

$$\varepsilon = 1 + 4\pi\alpha. \tag{1.15.6}$$

Таким образом, диэлектрическая проницаемость и поляризуемость являются эквивалентными характеристиками электрических свойств среды.

Сегнетоэлектрики

Отметим в заключение, что, кроме полярных и неполярных диэлектриков, существует еще один тип диэлектриков, которые называют сегнетоэлектриками. Эти вещества обладают рядом замечательных свойств. В частности, они имеют очень большую диэлектрическую проницаемость. Так, например, у сегнетовой соли диэлектрическая проницаемость достигает 10 000. Заметим для сравнения, что среди полярных диэлектриков наибольшей проницаемостью обладает вода ($\varepsilon = 81$). Значение ε у неполярных диэлектриков много меньше.

Большой вклад в исследование сегнетоэлектриков был сделан отечественными физиками И. В. Курчатовым, Б. М. Вулом и др.



В электрическом поле связанные заряды диэлектрика смещаются в противоположные стороны: происходит поляризация диэлектрика. Поляризованный диэлектрик сам создаёт электрическое поле. Это поле ослабляет внутри диэлектрика внешнее электрическое поле.

? 1. Можно ли объяснить отсутствие зарядов внутри проводника тем, что одноимённые заряды отталкиваются?

2. Внутри проводящей сферы расположен положительный точечный заряд (рис. 1.63). Начертите линии напряжённости внутри и вне сферы. Как будет изменяться поверхностная плотность заряда на внутренней и внешней поверхностях сферы, если заряд перемещать внутри сферы?

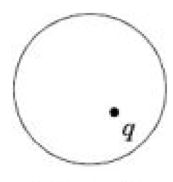


Рис. 1.63

3. Объясните механизм поляризации полярных или неполярных диэлектриков.
4. Покажите связь между диэлектрической проницаемостью и поляризуемостью диэлектрика.
5. Назовите отличительные черты сегнетоэлектриков от других диэлектриков.

§ 1.16. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

При решении задач с использованием понятия напряжённости электрического поля необходимо знать формулы (1.9.3) и (1.9.5), определяющие силу, действующую на заряд со стороны электрического поля, и напряжённость поля точечного заряда. Пользуясь принципом суперпозиции полей, можно вычислить напряжённость поля заряженного тела с произвольно распределённым в пространстве зарядом. Этот заряд следует рассматривать как совокупность точечных зарядов. Полезно помнить формулы напряжённости поля равномерно заряженной сферы (1.12.9) и равномерно (по объёму) заряженного шара (1.12.15), а также поля равномерно заряженной плоскости (1.12.4).

Очень важно уметь свободно пользоваться понятием линий напряжённости, дающих качественную картину распределения поля в пространстве.

Также необходимо хорошо знать поведение проводников и диэлектриков в электростатическом поле.

Задача 1

Положительный заряд q равномерно распределён по тонкому проволочному кольцу радиусом R. Найдите напряжённость электрического поля на оси кольца в зависимости от расстояния h от центра кольца.

Решение. Напряжённость $\vec{E}$ поля в произвольной точке A на оси кольца равна геометрической сумме напряжённостей

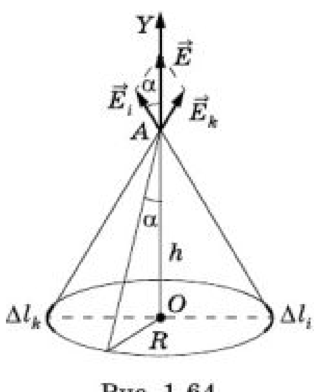


Рис. 1.64

(принцип суперпозиции), создаваемых отдельными малыми элементами длиной Δl_i заряженного кольца (рис. 1.64).

Заряд малого элемента кольца

$$\Delta q_i = \frac{q}{2\pi R}\Delta l_i.$$

Следовательно, модуль напряжённости поля, создаваемого элементом кольца в точке A, равен:

$$E_i = k\frac{\Delta q_i}{R^2 + h^2}. \qquad (1.16.1)$$

Искомая напряжённость

$$\vec{E} = \sum_i \vec{E}_i. \qquad (1.16.2)$$

Вследствие симметрии суммарный вектор $\vec{E}$ лежит на оси кольца. Поэтому в проекции на ось Y (которая совпадает с осью симметрии кольца) равенство (1.16.2) запишется так:

$$E = \sum_i E_{iy} = \sum_i E_i \cos\alpha.$$

Из рисунка видно, что $\cos\alpha = \frac{h}{\sqrt{R^2 + h^2}}$. Следовательно, с учётом (1.16.1)

$$E = \sum_i k\frac{\Delta q_i}{R^2 + h^2}\frac{h}{\sqrt{R^2 + h^2}} = k\frac{h}{(R^2 + h^2)^{3/2}}\sum_i \Delta q_i.$$

Сумма $\sum_i \Delta q_i = q$, поэтому окончательно имеем:

$$E = k\frac{qh}{(R^2 + h^2)^{3/2}}.$$

Из этого выражения вытекает, что в центре кольца ($h = 0$) $E = 0$.

Задача 2

Свойства электрического диполя (системы из двух точечных зарядов $+|q|$ и $-|q|$, находящихся на расстоянии l друг от друга) характеризуются его электрическим моментом $\vec{p} = |q|\vec{l}$. Найдите напряжённость поля электрического ди-

поля с моментом $\vec{p}$ в точке, отстоящей от центра оси диполя на расстоянии $R \gg l$ в двух случаях:

а) точка лежит на прямой, проходящей через ось диполя;

б) точка лежит на прямой, перпендикулярной оси диполя и проходящей через её центр.

Решение. а) В первом случае, как это видно из рисунка 1.65, напряжённость поля в точке A равна:

$$E_A = E_{+q} - E_{-q} = k|q|\left(\frac{1}{\left(R - \frac{l}{2}\right)^2} - \frac{1}{\left(R + \frac{l}{2}\right)^2}\right).$$

Так как $R \gg l$, то

$$\frac{1}{\left(R - \frac{l}{2}\right)^2} - \frac{1}{\left(R + \frac{l}{2}\right)^2} \approx \frac{2l}{R^3}.$$

Следовательно, модуль вектора напряжённости в точке A

$$E_A \approx k\frac{2|q|l}{R^3} = k\frac{2p}{R^3}. \qquad (1.16.3)$$

Направлен вектор $\vec{E}_A$ вдоль оси диполя от него. Если бы точка A была взята слева от диполя (со стороны отрицательного заряда), то вектор $\vec{E}_A$ был бы направлен к диполю.

б) Во втором случае (см. рис. 1.65) напряжённость поля, созданного каждым из зарядов в точке B, равна:

$$E_1 = E_2 = k\frac{|q|}{R^2 + \frac{l^2}{4}}.$$

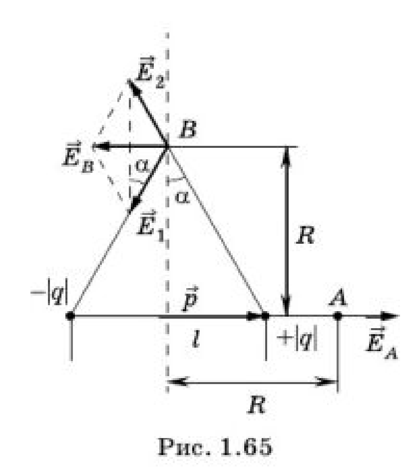


Рис. 1.65

Суммарный вектор напряжённости $\vec{E}$ параллелен оси диполя. Его модуль равен:

$$E_B = 2E_1 \sin\alpha = k\frac{|q|l}{\left(R^2 + \frac{l^2}{4}\right)^{3/2}} \approx k\frac{p}{R^3}. \qquad (1.16.4)$$

Заметим, что в обоих случаях напряжённость убывает как $\frac{1}{R^3}$, т. е. быстрее, чем напряжённость поля точечного заряда (пропорциональная $\frac{1}{R^2}$).

Задача 3

В сильном однородном электрическом поле напряжённостью $\vec{E}$ на одной силовой линии в точках *1* и *2*, расположенных на расстоянии l_0 друг от друга, находятся протон (p) и электрон (e) (рис. 1.66). Начальная скорость обеих частиц равна нулю. Чему равно расстояние между частицами спустя время τ после начала движения?

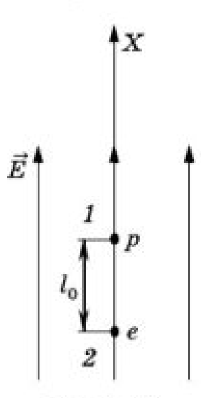


Рис. 1.66

Решение. Направим ось X по направлению силовой линии $\vec{E}$, а начало отсчёта совместим с точкой *2*, где вначале находился электрон. Пренебрегая взаимодействием частиц друг с другом (сильное поле), можно считать движение электрона и протона равноускоренным. Тогда, согласно известной кинематической формуле, координата протона в момент времени τ равна:

$$x_1 = l_0 + \frac{eE}{m_p}\frac{\tau^2}{2},$$

где e — заряд, а m_p — масса протона.

Координата электрона

$$x_2 = -\frac{eE}{m_e}\frac{\tau^2}{2},$$

где m_e — масса электрона. Искомое расстояние

$$l = x_1 - x_2 = l_0 + \frac{eE\tau^2}{2}\frac{m_p + m_e}{m_p m_e} \approx l_0 + \frac{eE\tau^2}{2m_e},$$

так как $m_p \gg m_e$.

Задача 4

На расстоянии d от большой проводящей пластины находится точечный электрический заряд $+q$. С какой силой действует на него пластина?

Решение. Под влиянием заряда $+q$ на пластине появляются наведённые отрицательные заряды. Они распределяются по поверхности пластины таким образом, что результирующая напряжённость электрического поля, созданного этими зарядами и зарядом $+q$, внутри пластины равна нулю (индуцированные положительные заряды уходят на удалённые края пластины, и их влиянием можно пренебречь). Поскольку пластина большая, модуль суммарного наведённого заряда равен q.

Справа от пластины (рис. 1.67) электрическое поле создаётся точечным зарядом $+q$ и распределённым по поверхности пластины наведённым отрицательным зарядом $-q$. Слева электрическое поле отсутствует (эффект электростатической защиты).

Представим себе, что мы поместили слева от пластины на расстоянии d точечный отрицательный заряд $-q$ (заряд-изображение). Он наведёт на левой поверхности пластины положительные заряды, которые распределятся по ней точно так же, как отрицательные заряды на правой поверхности. При этом электрическое поле справа от пластины не изменится (опять действует электростатическая защита).

Можно сказать, что справа от пластины поле создаётся двумя точечными зарядами $+q$ и $-q$ и зарядами (отрицательными и положительными), индуцированными на обеих сторонах пластины. (Ведь суммарная напряжённость электрического поля от точечного отрицательного заряда и наведённых положительных зарядов справа от пластины равна нулю.) Если пластина тонкая (её толщина мала по сравнению с расстоянием d), то напряжённость поля наведённых зарядов вне пластины равна нулю.

Таким образом, оказывается, что справа от пластины электрическое поле, создаваемое зарядом $+q$ и наведёнными

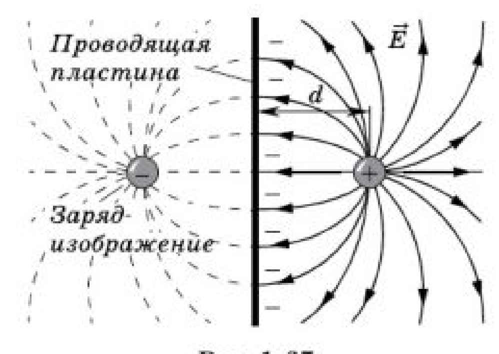


Рис. 1.67

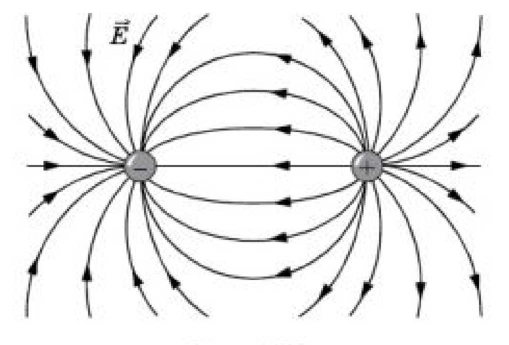


Рис. 1.68

отрицательными зарядами, совпадает с полем, созданным двумя точечными зарядами $+q$ и $-q$, находящимися на расстоянии $2d$ друг от друга (рис. 1.68). Это означает, что напряжённость поля индуцированных зарядов в точке, где находится заряд $+q$, равна напряжённости поля точечного заряда $-q$. Тогда для искомой силы притяжения получим:

$$F = k\frac{q^2}{4d^2}.$$

Задача 5

Найдите напряжённость электрического поля вблизи участка поверхности проводника с известной поверхностной плотностью электрического заряда σ.

Решение. Очень близко к заряженной поверхности напряжённость электрического поля (в СИ) определяется по формуле ($\varepsilon = 1$)

$$E_1 = \frac{|\sigma|}{2\varepsilon_0},$$

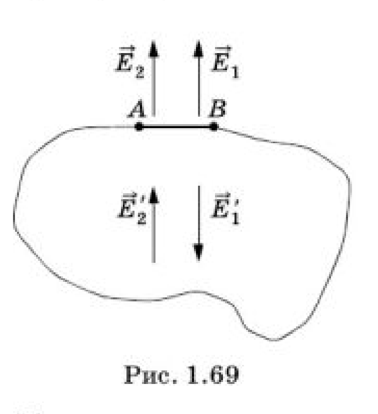


Рис. 1.69

так как очень малый участок поверхности AB (рис. 1.69) можно считать плоским, и вблизи этого участка справедлива формула (1.12.5) для напряжённости поля равномерно заряженной плоскости. Это поле создаётся по обе стороны заряженной поверхности: $\vec{E}_1' = -\vec{E}_1$. Кроме того, вблизи дан-

ного элемента поверхности зарядами, расположенными на всей остальной поверхности проводника, создаётся поле напряжённостью $\vec{E}_2$. Так как поле является непрерывным, то $\vec{E}'_2 = -\vec{E}_2$. Внутри проводника поле отсутствует, т. е. $\vec{E}'_1 + \vec{E}'_2 = 0$. Значит, $\vec{E}'_1 = -\vec{E}_2$. Следовательно, $\vec{E}_2 = \vec{E}_1$. Поэтому искомая напряжённость

$$E = E_1 + E_2 = \frac{|\sigma|}{2\varepsilon_0} + \frac{|\sigma|}{2\varepsilon_0} = \frac{|\sigma|}{\varepsilon_0}.$$

Задача 6

Внутри заряженного шара с постоянной объёмной плотностью электрического заряда ρ имеется сферическая полость. Расстояние между центрами шара и полости равно a. Найдите напряжённость $\vec{E}$ электрического поля внутри полости.

Решение. Заряженный шар с полостью эквивалентен шару, равномерно заряженному по всему объёму, внутри которого имеется сфера с зарядом противоположного знака и той же по модулю объёмной плотностью заряда ρ. Тогда суммарный заряд этой части шара равен нулю, что соответствует наличию полости в шаре.

Напряжённость поля в произвольной точке A полости равна векторной сумме напряжённостей поля, созданного сплошным заряженным шаром, и поля, созданного шаром, занимающим сферическую полость (рис. 1.70):

$$\vec{E}_A = k\frac{4\pi}{3}\rho\vec{R}_A - k\frac{4\pi}{3}\rho\vec{r}_A = k\frac{4\pi}{3}\rho\vec{a}.$$

Как видно из полученного результата, напряжённость поля в полости не зависит от положения выбранной точки A. Она во всех точках одинакова и направлена параллельно прямой, соединяющей центр шара и центр полости; поле однородно.

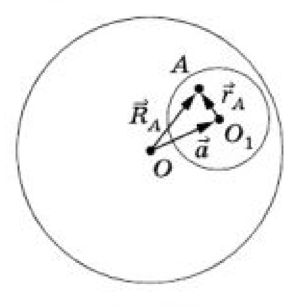


Рис. 1.70

Задача 7

Металлический шар радиусом R, имеющий заряд q, находится внутри диэлектрика с диэлектрической проницаемостью ε. Определите поляриза-

ционный заряд, возникающий в диэлектрике у поверхности заряженного шара, и поверхностную плотность поляризационного заряда.

Решение. Если бы вокруг шара не было диэлектрика, то он создавал бы в окружающем пространстве поле с напряжённостью

$$E_1 = k\frac{|q|}{r^2},$$

где $r \geqslant R$.

При наличии диэлектрика возникает поле с напряжённостью

$$E_2 = k\frac{|q|}{\varepsilon r^2}.$$

Разность

$$E = E_1 - E_2 = k\frac{|q|}{r^2}\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon}, \qquad (1.16.5)$$

очевидно, равна напряжённости поля, которое создаёт поверхностный поляризационный заряд q', появляющийся возле заряженного шара (рис. 1.71). Заряд q' противоположен по знаку заряду q. Так как поляризационный заряд распределён равномерно по поверхности сферы, то

$$E = k\frac{|q'|}{r^2}. \qquad (1.16.6)$$

Сопоставляя выражения (1.16.5) и (1.16.6) для E, найдём:

$$|q'| = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon}|q|.$$

Поверхностная плотность поляризационных зарядов равна

$$\sigma' = \frac{|q'|}{4\pi R^2} = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon}\frac{|q|}{4\pi R^2} = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon}|\sigma|,$$

где σ — поверхностная плотность заряда q на шаре.

Задача 8

Найдите напряжённость электрического поля, создаваемого в вакууме бесконечно длинной заряженной нитью с линейной плотностью заряда τ.

Решение. Проще всего решить задачу с помощью теоремы Гаусса.

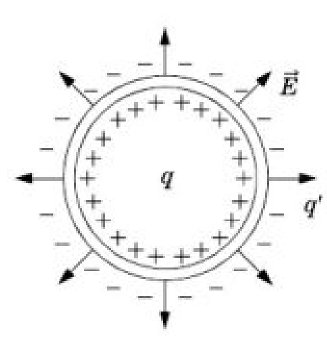




Рис. 1.71

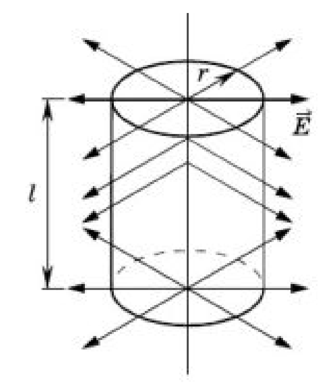


Рис. 1.72

Вычислим поток напряжённости через цилиндр, ось которого совпадает с заряженной нитью (рис. 1.72). Радиус цилиндра r, а его высота l. Из соображений симметрии очевидно, что линии напряжённости $\vec{E}$ перпендикулярны боковой поверхности цилиндра. Поэтому поток напряжённости через боковую поверхность цилиндра равен:

$$N = 2\pi r l E_n. \qquad (1.16.7)$$

Поток через основания равен нулю.

Внутри цилиндра находится заряд $q = \tau l$.

Согласно теореме Гаусса, записанной в абсолютной системе единиц,

$$2\pi r l E_n = 4\pi\tau l. \qquad (1.16.8)$$

Отсюда модуль напряжённости поля равен:

$$E = \frac{2\tau}{r}. \qquad (1.16.9)$$

Упражнение 2

1. Два точечных заряда $q_1 = 200$ СГСЭ$_q$ и $q_2 = 10^{-7}$ Кл погружены в керосин ($\varepsilon = 2$). Найдите модуль напряжённости поля в точке B, отстоящей от первого заряда на расстоянии $r_1 = 4$ см, а от второго — на $r_2 = 3$ см. Угол между радиусами-векторами $\vec{r}_1$ и $\vec{r}_2$ прямой (рис. 1.73).

2. В точке A напряжённость поля равна 63 Н/Кл, а в точке B — 7 Н/Кл (рис. 1.74). Найдите напряжённость в точке C, лежащей посередине между точками A и B.

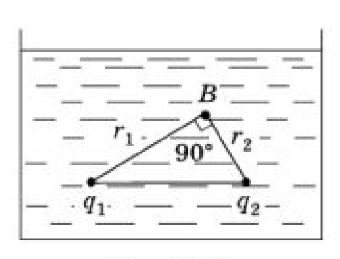



Рис. 1.73

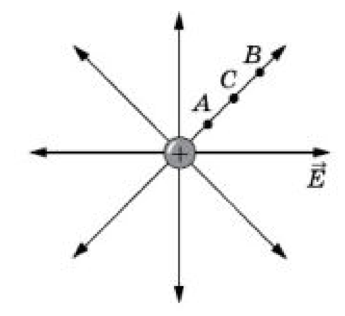


Рис. 1.74

3. В вершинах квадрата со стороной l расположены одинаковые заряды q. Чему равна напряжённость на расстоянии $d = 2l$ от центра квадрата: а) на продолжении диагонали; б) на прямой, проходящей через центр квадрата и параллельной его стороне?

4. Заряженная пылинка массой 10^{-8} г находится в равновесии в однородном электрическом поле. Напряжённость поля направлена вертикально и равна по модулю 10 $СГСЭ_E$. Сколько избыточных электронов находится на пылинке? Заряд электрона $e = 4{,}8 \cdot 10^{-10}$ $СГСЭ_q$, а его масса $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-28}$ г.

5. В однородном поле с напряжённостью, направленной вертикально и равной по модулю 10^5 Н/Кл, находится в равновесии капелька масла, имеющая избыточный заряд, равный заряду электрона $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл. Плотность масла $\rho = 900$ кг/м^3. Найдите радиус сферической капли.

6. В вершинах при острых углах ромба, составленного из двух равносторонних треугольников со стороной a, помещены положительные заряды q. В вершине при одном из тупых углов ромба помещён также положительный заряд Q. Определите напряжённость $\vec{E}$ поля в четвёртой вершине ромба.

7. Решите предыдущую задачу, если заряд Q — отрицательный, в случаях, когда: а) $|Q| > q$; б) $|Q| = q$ и в) $|Q| < q$.

8. Какой угол α с вертикалью составляет нить, на которой висит заряженный шарик массой $m = 0{,}25$ г, помещённый в однородное электрическое поле с напряжённостью $E = 35$ $СГСЭ_E$? Вектор напряжённости направлен горизонтально. Заряд шарика $q = 7$ $СГСЭ_q$.

9. В однородном электрическом поле с напряжённостью $E = 100$ СГСЭ$_E$, линии которого составляют с вертикалью угол $\alpha = 30°$, висит на нити шарик массой $m = 2$ г, имеющий заряд $q = 10$ СГСЭ$_q$. Определите силу натяжения нити.

10. Может ли точечный электрический заряд, помещённый в электростатическое поле, находиться в состоянии устойчивого равновесия?

11. Тонкое полукольцо радиусом $R = 20$ см заряжено равномерно зарядом $q = 7 \cdot 10^{-11}$ Кл. Найдите модуль напряжённости поля в центре окружности полукольца.

12. Три одинаковых точечных заряда q расположены в вершинах равностороннего треугольника, сторона которого равна a. Найдите напряжённость поля в вершине правильного тетраэдра, построенного на этом треугольнике.

13. Тонкой прямоугольной металлической пластинке со сторонами a и b сообщён заряд q. Определите модуль напряжённости поля в точках, близких к центру пластинки.

14. Две металлические пластины, площадью S каждая, несут положительные заряды Q_1 и Q_2. Расстояние между пластинами много меньше их линейных размеров. Найдите напряжённость поля в точках A, B, C (рис. 1.75).

15. Две пластины площадью $S = 100$ см^2 каждая находятся на малом расстоянии друг от друга. Заряды пластин равны по модулю $|q| = 10^{-8}$ Кл и противоположны по знаку. Найдите силу притяжения пластин.

16. Мыльному пузырю радиусом R сообщён заряд Q. Найдите силу, действующую на поверхность пузыря единичной площади. Мыльную плёнку считать проводящей.

17. К длинной вертикально расположенной проволоке, заряженной равномерно с линейной плотностью τ, привязан вблизи её середины на небольшой нити шарик массой m. Шарик заряжен зарядом q, одноимённым с зарядом нити. При равновесии расстояние от шарика до проволоки равно r. Найдите угол отклонения нити от проволоки.

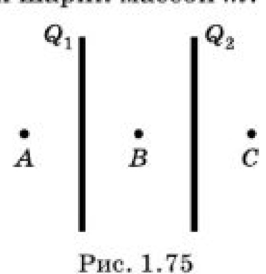


Рис. 1.75

18. Две частицы с массами m и M, имеющие заряды $-q$ и $+Q$, движутся вдоль линии напряжённости однородного

электрического поля так, что их скорости в любой момент времени одинаковы (рис. 1.76). Определите: а) расстояние x между частицами, при котором возможно такое движение; б) ускорение частиц. Напряжённость E поля известна.

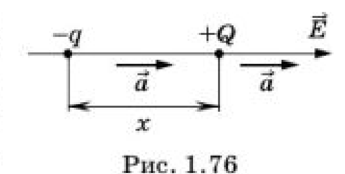


Рис. 1.76

19. В центре полого проводящего шара помещён точечный заряд $q = 10$ СГСЭ$_q$. Внутренний радиус шара $r = 10$ см, внешний радиус $R = 20$ см. Найдите напряжённости электрического поля у внутренней (E_1) и у внешней (E_2) границ шара.

20. Пространство между двумя бесконечными параллельными пластинами заполнено диэлектриком, заряженным с постоянной объёмной плотностью заряда ρ. Расстояние между пластинами a. Найдите зависимость напряжённости электрического поля от расстояния x, отсчитываемого от середины между пластинами.

---

1. Оцените напряжённость человеческих отношений в вашем классном коллективе.

2. Можно ли применить теории близкодействия и дальнодействия к описанию поведения людей? Аргументируйте ответ на примере своего класса.

3. Действует ли электрическое поле на органы чувств? Ответ аргументируйте на конкретных примерах.

4. Для доказательства теоремы Гаусса используется понятие телесного угла. За единицу телесного угла принят стерадиан. Проведите теоретическое мини-исследование, результатом которого будут ответы на вопрос: «Что связывает термины «тело» и «телесный угол», «стерадиан» и «стереометрия»?»

5. Подготовьте доклад «Эксперименты Кавендиша — исследование электрического заряда проводника».

6. Просмотрев фильм «Сегнетоэлектрики и пьезоэлектрики» (http://tube.sfu-kras.ru/video/232), выпишите новые (неизвестные) понятия. В каких разделах физики вы с ними ознакомитесь? Какими новыми сюжетами следует дополнить данный фильм, учитывая дату его съёмки (1985 г.)?

§ 1.17. ПОТЕНЦИАЛЬНОСТЬ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ПОЛЯ

В курсе механики было показано, что работа силы тяготения не зависит от формы траектории, по которой перемещается тело. Она определяется только начальным и конечным положениями тела. Силы, работа которых не зависит от формы траектории, а на замкнутом пути равна нулю, были названы консервативными. Часто их называют также п о т е н ц и а л ь н ы м и.
Закон Кулона имеет такую же математическую форму, что и закон всемирного тяготения. Поэтому работа кулоновских сил также не зависит от формы пути. Эти силы тоже потенциальны (консервативны).

Потенциальность кулоновских сил

Потенциальность электростатических сил непосредственно вытекает из закона сохранения энергии. Если бы, например, положительная работа кулоновских сил при перемещении заряда от точки A к точке B по кривой ACB (рис. 1.77) не равнялась по модулю отрицательной работе при перемещении заряда обратно в точку B по любому другому пути (BC_1A, BC_2A и т. д.), то можно было бы создать вечный двигатель. Ведь при движении заряда по замкнутому пути с другими зарядами, создающими электростатическое поле, ничего не происходит. Они как были неподвижными, так неподвижными и остаются. Поэтому за один оборот можно было бы получить полезную работу, которую легко увеличить в любое число раз неоднократным повторением пройденного пути. Но это невозможно.

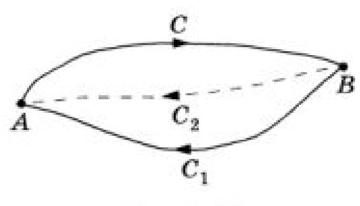


Рис. 1.77

Электрическая энергия

Если силы потенциальны, то положение любых точек A и B в поле однозначно определяет работу при перемещении заряда из A в B. Согласно определению, принятому в механике, эта работа равна изменению потенциальной энергии при переносе тела из одной точки в другую, взятому со знаком минус:

$$A = -(W_{p2} - W_{p1}). \qquad (1.17.1)$$

Здесь W_{p2} — потенциальная энергия в конечной точке траектории, а W_{p1} — в начальной.

Следовательно, система заряженных тел обладает потенциальной энергией подобно системе тел, взаимодействующих посредством гравитационных сил. Это означает, что система заряженных тел способна совершить определённую работу. Например, такая работа совершается, когда наэлектризованная расчёска притягивает обрезки бумаги.

Потенциальную энергию заряженных тел называют **электрической или кулоновской**.

Энергия взаимодействия электронов с ядром в атоме и энергия взаимодействия атомов друг с другом в молекулах (химическая энергия) — это в основном электрическая энергия. Огромная электрическая энергия запасена внутри атомного ядра. Именно за счёт этой энергии выделяется теплота при работе ядерного реактора атомной электростанции.

С точки зрения теории близкодействия на заряд непосредственно действуют не другие заряды, а созданное ими электрическое поле. При перемещении заряда действующая на него со стороны поля сила совершает работу. (В дальнейшем для краткости мы будем говорить о работе поля.) Поэтому можно определить не только энергию системы заряженных частиц, но и потенциальную энергию отдельного заряженного тела в электрическом поле.

? Почему электрическая энергия определяется только через потенциальную энергию заряженных тел?

§ 1.18. ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ЭНЕРГИЯ ЗАРЯДА В ОДНОРОДНОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ. ЭНЕРГИЯ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ТОЧЕЧНЫХ ЗАРЯДОВ

Вычислим потенциальную энергию электрических зарядов для наиболее простых, но очень важных частных случаев.

Потенциальная энергия заряда в однородном поле



Пусть заряд q перемещается в однородном электрическом поле с напряжённостью $\vec{E}$ из точки *1* в точку *2*. Положение точки *1* определяется радиусом-вектором $\vec{r}_1$, а точки *2* ради-

усом-вектором $\vec{r}_2$. Действующая на заряд сила $\vec{F} = q\vec{E}$ постоянна. Работа силы $\vec{F}$ не зависит от формы траектории, соединяющей точки *1* и *2*. Это следует из общего доказательства потенциальности электростатического поля. Можно провести доказательство и с помощью непосредственного вычисления работы при перемещении заряда по разным путям точно так же, как это было сделано в «Механике» для гравитационных сил. Сейчас мы это делать не будем.

Проще всего вычислить работу, если заряд перемещается вдоль прямой, соединяющей точку *1* и точку *2* (рис. 1.78). Вектор перемещения $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$. Работа равна скалярному произведению силы на перемещение:

$$A = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r} = q\vec{E}(\vec{r}_2 - \vec{r}_1) = q\vec{E} \cdot \vec{r}_2 - q\vec{E} \cdot \vec{r}_1. \quad (1.18.1)$$

С другой стороны, согласно (1.17.1), $A = -(W_{p2} - W_{p1})$. Сравнивая выражения (1.18.1) и (1.17.1), получим выражение для потенциальной энергии заряда в однородном поле:

$$W_p = -q\vec{E} \cdot \vec{r}. \quad (1.18.2)$$

Однородное поле создаётся, в частности, в пространстве между параллельными пластинами, несущими заряды противоположных знаков (рис. 1.79). Естественно выбрать систему координат так, чтобы ось X была направлена перпендикулярно пластинам. Тогда проекции E_y и E_z равны нулю и выражение (1.18.2) приобретает вид:

$$W_p = -q(E_x x + E_y y + E_z z) = -qE_x x. \quad (1.18.3)$$

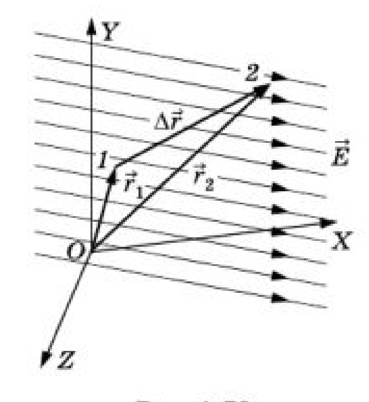


Рис. 1.78

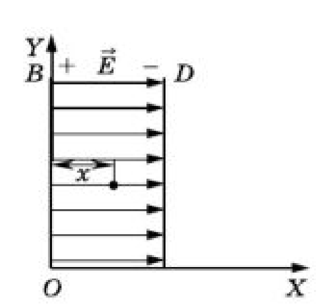


Рис. 1.79

Формула (1.18.3) подобна формуле $W_p = mgh$ для потенциальной энергии тела над поверхностью Земли. Роль массы играет заряд, ускорения свободного падения — напряжённость поля, а вместо высоты h стоит координата x. Но знак энергии другой: минус вместо плюса. Дело здесь вот в чём. Масса всегда положительна, и сила тяготения обязательно направлена вертикально вниз. С учётом этих обстоятельств и была записана формула $W_p = mgh$. В ней стоит модуль ускорения свободного падения, и высота h отсчитывается от поверхности Земли. Формула (1.18.3) является более общей. Заряд q может быть как положительным, так и отрицательным; напряжённость поля может быть направлена куда угодно, и ее проекция может иметь как положительное значение, так и отрицательное в зависимости от выбора системы координат.

В частности, если напряжённость поля $\vec{E}$ направлена вертикально вниз, а ось X вверх, то

$$W_p = qE|x| \qquad (1.18.4)$$

в точном соответствии с выражением $W_p = mgh$.

Если электрическое поле совершает положительную работу, то энергия заряженного тела в поле уменьшается: $\Delta W_p < 0$. Одновременно растёт его кинетическая энергия. На этом основано ускорение электронов электрическим полем в электронных лампах, телевизионных трубках и т. д. И наоборот, если работа отрицательна (например, при движении положительно заряженной частицы в направлении, противоположном направлению напряжённости поля $\vec{E}$), то $\Delta W_p > 0$. Такое движение заряженной частицы подобно движению камня, брошенного вверх. Потенциальная энергия частицы при этом растёт, а кинетическая энергия уменьшается: частица тормозится.

Нулевой уровень потенциальной энергии

Потенциальная энергия в электродинамике определяется, как и в механике, с точностью до произвольной постоянной. Вместо выражения (1.18.2) мы могли бы написать:

$$W_p = -q\vec{E} \cdot \vec{r} + C, \qquad (1.18.5)$$

где C — произвольная константа. При этом изменение потенциальной энергии остаётся тем же, а работа определяет именно изменение потенциальной энергии, а не саму энер-

гию. Записывая формулу (1.18.2), мы фактически приравняли постоянную C к нулю. Это соответствует определённому выбору нулевого уровня потенциальной энергии. Например, для случая, изображённого на рисунке 1.79, потенциальная энергия считается равной нулю на поверхности пластины B. Но, как и при действии сил тяготения, нулевой уровень потенциальной энергии выбирают произвольно. Можно считать, что $W_p = 0$ на расстоянии x_1 от пластины B. Тогда

$$W_p = -qE_x x - qE_x x_1.$$

Физический смысл имеет не сама потенциальная энергия, а разность её значений, определяемая работой поля при перемещении заряда из начального положения в конечное.

Энергия взаимодействия точечных зарядов

В курсе механики было получено выражение для энергии взаимодействия точечных тел:

$$W_p = -G\frac{m_1 m_2}{r}.$$

Если вместо точечных масс взять два разноимённых по знаку заряда q_1 и q_2 (заряды притягиваются), то можно получить аналогичное выражение для потенциальной энергии их взаимодействия:

$$W_p = -k\frac{|q_1||q_2|}{r}. \qquad (1.18.6)$$

Для зарядов одного знака (заряды отталкиваются) знак потенциальной энергии будет противоположным:

$$W_p = k\frac{|q_1||q_2|}{r}. \qquad (1.18.7)$$

Формулы (1.18.6) и (1.18.7) можно объединить в одну, если вместо модулей зарядов взять их алгебраические значения:

$$\boxed{W_p = k\frac{q_1 q_2}{r}.} \qquad (1.18.8)$$

Знак потенциальной энергии автоматически получится правильным.

Если заряды q_1 и q_2 имеют одинаковые знаки, то потенциальная энергия их взаимодействия положительна

(рис. 1.80, *а*). Она тем больше, чем меньше расстояние между зарядами, так как работа, которую могут совершить кулоновские силы при отталкивании зарядов друг от друга, будет больше. Если заряды имеют противоположные знаки, то энергия отрицательна и максимальное её значение, равное нулю, достигается при $r \to \infty$ (рис. 1.80, *б*). Чем больше r, тем бо́льшую работу совершат силы притяжения при сближении зарядов.

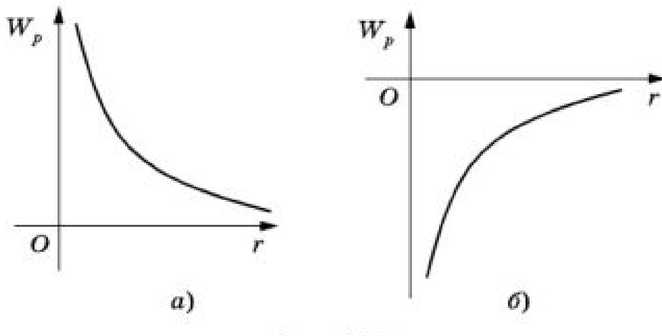


Рис. 1.80

При записи потенциальной энергии в форме (1.18.8) уже сделан определённый выбор нулевого уровня потенциальной энергии. Считается, что потенциальная энергия бесконечно удалённых зарядов равна нулю: $W_p \to 0$ при $r \to \infty$. Такой выбор нулевого уровня удобен, но не обязателен. Вместо выражения (1.18.8) можно было бы с тем же успехом записать, что

$$W_p = k\frac{q_1 q_2}{r} + C, \qquad (1.18.9)$$

где C — произвольная постоянная. Отсюда видно, что положительное или отрицательное значение потенциальной энергии особого физического смысла не имеет. Знак потенциальной энергии будет определённым при фиксации произвольной постоянной C. Изменив значение C, мы можем изменить знак W_p при данном расстоянии r между зарядами.

Потенциальная энергия системы точечных зарядов

Потенциальная энергия системы точечных зарядов q_1, q_2, ... , q_N равна сумме потенциальных энергий всех пар взаимодействующих зарядов. Для трёх зарядов

$$W_p = k\frac{q_1 q_2}{r_{1,2}} + k\frac{q_1 q_3}{r_{1,3}} + k\frac{q_2 q_3}{r_{2,3}}. \qquad (1.18.10)$$

Докажите это самостоятельно, используя следующий приём. Вначале заряды q_2 и q_3 находятся на бесконечно большом расстоянии от заряда q_1. Затем заряд q_2 перемещается в точку, находящуюся на расстоянии $r_{1,2}$ от первого заряда. Вслед за тем заряд q_3 перемещается в точку на расстоянии $r_{1,3}$ от первого заряда и $r_{2,3}$ от второго. Надо вычислить работу кулоновских сил, совершаемую при этих перемещениях, и приравнять её изменению потенциальной энергии, взятому с противоположным знаком.

В общем случае N зарядов

$$W_p = \sum_{i=1}^{N} \sum_{\substack{k=1 \\ (i \neq k)}}^{N} \frac{1}{2} k \frac{q_i q_k}{r_{i,k}}, \qquad (1.18.11)$$

где $r_{i,k}$ — расстояние между зарядами номеров i и k. Коэффициент $\frac{1}{2}$ получается из-за того, что при суммировании потенциальная энергия учитывается дважды в виде одинаковых слагаемых $\frac{q_i q_k}{r_{i,k}}$ и $\frac{q_k q_i}{r_{k,i}}$.

Формулы для потенциальной энергии электрического заряда в однородном поле (1.18.2) и для двух точечных зарядов (1.18.8) целесообразно запомнить. Они будут встречаться достаточно часто.

? **1.** Выведите выражение для потенциальной энергии заряда в однородном электрическом поле. Поясните физический смысл знака «минус» в полученном выражении.

2. Приведите примеры источников однородного электрического поля.

3. Можно ли создать электростатическое поле, линии напряжённости которого параллельны, а модуль напряжённости возрастает в направлении, перпендикулярном линиям (рис. 1.81)?

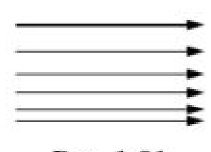


Рис. 1.81

4. Поясните смысл термина «нулевой уровень потенциальной энергии».

5. Выведите выражение для потенциальной энергии системы точечных зарядов.

6. Нарисуйте график зависимости потенциальной энергии разноимённо заряженных частиц от расстояния при условии,

что произвольная постоянная C в формуле (1.18.9) положительна.

7. Как будет выглядеть формула (1.18.8), если заряды находятся в среде с диэлектрической проницаемостью ε?

§ 1.19. ПОТЕНЦИАЛ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ПОЛЯ И РАЗНОСТЬ ПОТЕНЦИАЛОВ

Наряду с силовой характеристикой электрического поля — напряжённостью можно ввести энергетическую характеристику поля — потенциал.

Потенциал

Потенциальная энергия заряда в электростатическом поле пропорциональна самому заряду. Это справедливо как для однородного поля, так и для любого другого. В частности, потенциальная энергия заряда q_2 в поле точечного заряда q_1 пропорциональна, согласно формуле (1.18.8), заряду q_2.

Следовательно, *отношение потенциальной энергии к заряду не зависит от помещённого в поле заряда*. Это позволяет ввести новую количественную характеристику электростатического поля — потенциал, не зависящую от помещённого в поле заряда.

Потенциалом электростатического поля называется отношение потенциальной энергии заряда в поле к этому заряду. Обозначим потенциал буквой φ. Тогда по определению

$$\boxed{\varphi = \frac{W_p}{q}.} \qquad (1.19.1)$$

Напряжённость поля $\vec{E}$ является вектором и представляет собой силовую характеристику поля; она определяет силу, действующую на заряд q в данной точке поля. Потенциал φ — скаляр. Это энергетическая характеристика поля. Он определяет потенциальную энергию заряда q в данной точке поля.

Потенциал однородного поля

Если в качестве нулевого уровня потенциальной энергии, а значит, и потенциала принять потенциал положительно за-

ряженной пластины *B* (см. рис. 1.79), то, согласно формулам (1.18.3) и (1.19.1), потенциал однородного поля равен:

$$\varphi = \frac{W_p}{q} = -E_x x. \qquad (1.19.2)$$

Потенциал однородного поля является линейной функцией координаты.

Потенциал поля точечного заряда

Потенциальная энергия заряда q_0, находящегося в поле точечного заряда q, согласно формуле (1.18.8), равна:

$$W_p = k\frac{qq_0}{r}. \qquad (1.19.3)$$

Отсюда в соответствии с определением потенциала (1.19.1) потенциал точечного заряда равен:

$$\varphi = k\frac{q}{r}. \qquad (1.19.4)$$

В этом выражении потенциал на бесконечности ($r \to \infty$) выбран нулевым, поэтому при $q > 0$ $\varphi > 0$, а при $q < 0$ $\varphi < 0$.

Формула (1.19.4) справедлива также и для потенциала поля равномерно заряженной сферы (или равномерно заряженного шара) на расстояниях, бóльших или равных её радиусу, так как поле сферы (или шара) вне сферы и на её поверхности совпадает с полем точечного заряда, помещённого в центре сферы.

Потенциал поля произвольной системы зарядов

Заряд любого тела (или нескольких тел) можно мысленно разделить на столь малые элементы, что каждый из них будет представлять собой точечный заряд. Тогда потенциал в произвольной точке определится как алгебраическая сумма потенциалов φ_1, φ_2, φ_3, ..., создаваемых отдельными точечными зарядами:

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \dots\,. \qquad (1.19.5)$$

Это соотношение является следствием принципа суперпозиции полей.

Разность потенциалов

Подобно потенциальной энергии, значение потенциала в данной точке зависит от выбора нулевого уровня для отсчё-

та потенциала. Этот уровень выбирается произвольно, и поэтому потенциал одной определённой точки поля может иметь любое значение. Определённую, практически важную роль играет не сам потенциал в точке, а изменение потенциала, которое не зависит от выбора нулевого уровня отсчёта потенциала.

Так как потенциальная энергия $W_p = q\varphi$, то работа равна:

$$A = -(W_{p2} - W_{p1}) = -q(\varphi_2 - \varphi_1) = -q\Delta\varphi. \quad (1.19.6)$$

В дальнейшем вместо величины «изменение потенциала», представляющей собой разность значений потенциала в конечной и начальной точках траектории ($\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$), мы будем также использовать другую величину — разность потенциалов. *Под разностью потенциалов (обозначается буквой U) понимают разность значений потенциала в начальной и конечной точках траектории*:

$$U = \varphi_1 - \varphi_2 = -\Delta\varphi. \quad (1.19.7)$$

Часто разность потенциалов называют также напряжением. Изменение потенциала отличается от напряжения только знаком.

С разностью потенциалов, или напряжением, U удобнее иметь дело, чем с изменением потенциала $\Delta\varphi$, при изучении электрического тока.

Согласно формулам (1.19.6) и (1.19.7), разность потенциалов оказывается равной:

$$U = \varphi_1 - \varphi_2 = -\Delta\varphi = \frac{A}{q}. \quad (1.19.8)$$

Разность потенциалов (напряжение) между двумя точками равна отношению работы поля при перемещении заряда из начальной точки в конечную к этому заряду.

Используя это определение, можно придать потенциалу точечного заряда простой физический смысл. Если потенциал бесконечно удалённых точек принят за нулевой, то, подставляя в формулу (1.19.8) значение $\varphi_2(\infty) = 0$ и обозначая потенциал в точке *1* через $\varphi(r)$, получим:

$$\varphi(r) = \frac{A_\infty}{q}. \quad (1.19.9)$$

Потенциал электростатического поля, созданного точечным зарядом, равен отношению работы, совершаемой кулоновскими силами при перемещении пробного заряда q из

данной точки поля в бесконечность, к перемещаемому заряду q.

Единицы разности потенциалов

Единицы разности потенциалов устанавливают с помощью формулы (1.19.8). В Международной системе единиц работу выражают в джоулях, а заряд — в кулонах. Поэтому *разность потенциалов между двумя точками равна единице, если при перемещении заряда в* 1 Кл *из одной точки поля в другую электрическое поле совершает работу в* 1 Дж. Эту единицу называют в о л ь т о м (В); 1 В = 1 Дж/1 Кл.

Зная напряжение в осветительной цепи в вольтах, мы тем самым знаем работу в джоулях, которую электрическое поле может совершить при перемещении заряда в 1 Кл от одного контакта розетки к другому по любой электрической цепи.

За единицу разности потенциалов в абсолютной системе принимается разность потенциалов двух точек поля, при перемещении между которыми заряда в 1 $СГСЭ_q$ совершается работа 1 эрг. Специального названия эта единица не имеет.

Соотношение между единицами разности потенциалов в различных системах таково:

$$1\ \text{В} = \frac{1\ \text{Дж}}{1\ \text{Кл}} = \frac{10^7\ \text{эрг}}{3 \cdot 10^9\ \text{СГСЭ}_q} = \frac{1}{300}\ \text{СГСЭ}_\varphi.$$

Энергетическую характеристику электростатического поля называют потенциалом. Потенциал равен отношению потенциальной энергии заряда в поле к заряду. Разность потенциалов между двумя точками численно равна работе по перемещению единичного заряда.
Надо помнить формулы для определения потенциала точечного заряда $\varphi = k\frac{q}{r}$ *и потенциала однородного поля* $\varphi = -E_x x$.

? 1. Почему потенциал является энергетической характеристикой электрического поля?
2. Рассчитайте потенциал поля точечного заряда.
3. Поясните, как рассчитать потенциал поля произвольной системы зарядов.
4. Какова взаимосвязь между напряжением, разностью потенциалов и работой электрического поля по перемещению заряда из одной точки в другую? Ответ аргументируйте определениями и выводами конкретных формул.

§ 1.20. СВЯЗЬ МЕЖДУ НАПРЯЖЁННОСТЬЮ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ПОЛЯ И РАЗНОСТЬЮ ПОТЕНЦИАЛОВ. ЭКВИПОТЕНЦИАЛЬНЫЕ ПОВЕРХНОСТИ

Между напряжённостью электростатического поля и изменением потенциала существует однозначная связь.

Напряжённость и разность потенциалов

Работа поля при малом перемещении $\Delta\vec{l}$ заряда q равна:

$$A = qE\Delta l\cos\alpha = qE_l\Delta l, \qquad (1.20.1)$$

где α — угол между векторами $\vec{E}$ и $\Delta\vec{l}$, а E_l — проекция вектора $\vec{E}$ на направление $\Delta\vec{l}$ (рис. 1.82). Перемещение должно быть настолько малым, чтобы значение вектора $\vec{E}$ было одинаковым на всем перемещении $\Delta\vec{l}$.

Рис. 1.82

С другой стороны, согласно уравнению (1.19.6),

$$A = -q\Delta\varphi, \qquad (1.20.2)$$

где $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ — изменение потенциала при перемещении заряда из точки *1* в точку *2* (см. рис. 1.82). Приравнивая выражения для работы (1.20.1) и (1.20.2), найдём:

$$E_l\Delta l = -\Delta\varphi. \qquad (1.20.3)$$

Следовательно, зная напряжённость поля в каждой точке, можно вычислить изменение потенциала между любыми точками. А зная изменение потенциала между любыми сколь угодно близкими точками в поле, связанными вектором перемещения $\Delta\vec{l}$, можно найти проекцию напряжённости поля на направление $\Delta\vec{l}$:

$$E_l = -\frac{\Delta\varphi}{\Delta l}. \qquad (1.20.4)$$

Используя выражение для работы (1.18.1) в форме скалярного произведения, можно получить выражение для проекции напряжённости электрического поля на ось X:

$$E_x = -\frac{\Delta\varphi}{\Delta x}. \qquad (1.20.5)$$

Здесь $\Delta\varphi$ — изменение потенциала между точками с координатами x_1 и x_2 ($\Delta x = x_2 - x_1$).

Аналогичные выражения можно написать для проекций напряжённости поля на другие оси координат.

В случае однородного поля перемещение Δl или изменение координаты Δx в формулах (1.20.4) и (1.20.5) могут быть любыми. Если вместо изменения потенциала использовать разность потенциалов $U = -\Delta\varphi$, то эти формулы можно записать так:

$$E_l = \frac{U}{\Delta l} \text{ и } E_x = \frac{U}{\Delta x}. \qquad (1.20.6)$$

Формулы (1.20.4), (1.20.5) или (1.20.6) показывают, что чем меньше меняется потенциал на расстоянии Δl или Δx, тем меньше напряжённость электрического поля. Если потенциал не меняется совсем, то напряжённость поля равна нулю.

Напряжённость электростатического поля направлена в сторону убывания потенциала. Действительно, если $\varphi(x_2) < \varphi(x_1)$, то, согласно формуле (1.20.5), $E_x > 0$. Это и означает, что напряжённость поля направлена от точки с координатой x_1 к точке с координатой x_2.

Единица напряжённости электрического поля

Единицу напряжённости электрического поля в СИ устанавливают на основе единицы разности потенциалов. Для этого можно использовать формулу (1.20.6) для случая, когда вектор $\Delta\vec{l}$ совпадает по направлению с вектором $\vec{E}$ и

$$E_l = E = \frac{U}{\Delta l}.$$

Напряжённость электрического поля равна единице, если разность потенциалов между двумя точками на расстоянии 1 м в однородном поле равна 1 В. Наименование этой единицы — вольт на метр (В/м).

Как уже говорилось, напряжённость можно также выражать в ньютонах на кулон. Действительно,

$$1\ \frac{\text{В}}{\text{м}} = 1\ \frac{\text{Дж}}{\text{Кл}} \cdot \frac{1}{\text{м}} = 1\ \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{Кл} \cdot \text{м}} = 1\ \frac{\text{Н}}{\text{Кл}}.$$

Эквипотенциальные поверхности

При перемещении заряда под углом 90° к линиям напряжённости электрическое поле не совершает работы, так как сила перпендикулярна перемещению. Значит, если провести поверхность, перпендикулярную в каждой точке линиям напряжённости, то при перемещении заряда вдоль этой поверхности работа не совершается. А это, в свою очередь, означает, что *все точки поверхности, перпендикулярной линиям напряжённости, имеют один и тот же потенциал. Поверхности равного потенциала называют эквипотенциальными.*

Эквипотенциальные поверхности однородного поля представляют собой плоскости (рис. 1.83), а поля точечного заряда — концентрические сферы (рис. 1.84). Эквипотенциальные поверхности диполя изображены на рисунке 1.85.

Подобно линиям напряжённости, эквипотенциальные поверхности качественно характеризуют распределение поля в пространстве. Вектор напряжённости перпендикулярен

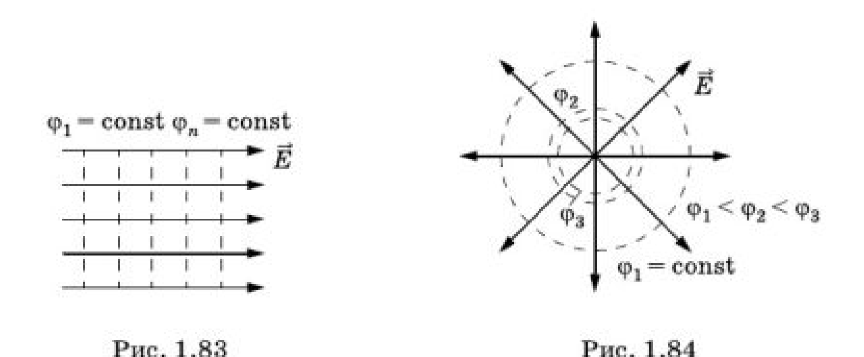


Рис. 1.83

Рис. 1.84

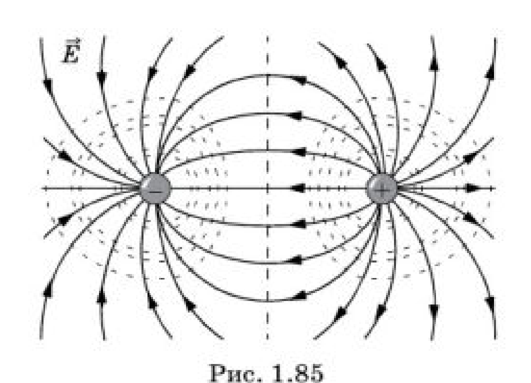


Рис. 1.85

эквипотенциальным поверхностям и направлен в сторону уменьшения потенциала. Это особенно очевидно на примере поля точечного положительного заряда. Потенциал убывает по мере удаления от заряда, и напряжённость поля направлена от заряда вдоль радиусов концентрических сфер (см. рис. 1.84). Чем больше напряжённость поля, тем меньше расстояния между соседними эквипотенциальными поверхностями.

Эквипотенциальной является поверхность любого проводника в электростатическом поле. Ведь силовые линии поля перпендикулярны поверхностям проводника. Причём *не только поверхность, но и все точки внутри проводника имеют один и тот же потенциал.* Напряжённость поля внутри проводника равна нулю, значит, равна нулю и разность потенциалов между любыми точками проводника.

Две характеристики электростатического поля

Разность потенциалов в двух точках — это количественная характеристика поля, равноценная напряжённости. Обе характеристики связаны однозначно. Напряжённость поля $\vec{E}(x, y, z)$ — функция координат точки. Она определяет силу, действующую на заряд. Поле полностью задано, если известно значение $\vec{E}$ в каждой его точке. Разность потенциалов $\varphi(x_1, y_1, z_1) - \varphi(x_2, y_2, z_2)$ — функция координат двух точек. Она определяет работу по перемещению заряда между этими точками. Поле полностью задано, если известно значение разности потенциалов между двумя любыми точками.

Какой же смысл имеет введение еще одной характеристики поля наряду с напряжённостью? (Тем более что она менее наглядна, чем напряжённость.) Дело в том, что потенциал или разность потенциалов в качестве характеристики поля имеет ряд преимуществ.

1. Напряжённость поля $\vec{E}$ — вектор, значение которого определяется полностью тремя независимыми величинами — проекциями вектора на координатные оси. Потенциал — скаляр. Для задания его нужна только одна величина.

2. Подобно тому как опасность со стороны падающего камня непосредственно определяется не силой тяжести, действующей на камень у поверхности Земли, а совершённой полем силы тяжести работой, многие процессы определяют-

ся не напряжённостью электрического поля в данном месте, а разностью потенциалов. В частности, разностью потенциалов определяется такая важная величина, как сила тока.

3. Разность потенциалов гораздо легче измерить, чем напряжённость поля. Для определения напряжённости поля нужно измерить силу, действующую на заряженный шарик. Для этого шарик следует закрепить на пружинках и фиксировать деформацию пружинок при действии поля на заряд. В следующем параграфе мы узнаем, что для измерения разности потенциалов ничего подобного не нужно.

Модуль напряжённости электростатического поля равен отношению разности потенциалов между двумя близкими точками в поле к расстоянию между этими точками.

? 1. Обязательно ли потенциал отрицательного заряда меньше нуля?
2. Потенциал электростатического поля возрастает в направлении снизу вверх. Куда направлен вектор напряжённости поля?
3. Одинаковы ли потенциалы двух точек заряженного диэлектрика?
4. Незаряженный проводящий шар поместили в однородное электрическое поле. Как будут выглядеть эквипотенциальные поверхности поля?
5. Какая связь существует между напряжённостью электростатического поля и изменением потенциала?

§ 1.21. ИЗМЕРЕНИЕ РАЗНОСТИ ПОТЕНЦИАЛОВ

Для измерения разности потенциалов между проводниками используют прибор, называемый электрометром.

Измерение разности потенциалов между проводниками

На рисунке 1.86 изображён один из простейших электрометров. Основная его часть — легкая алюминиевая стрелка, укреплённая на металлическом стержне с помощью горизонтальной оси. Стрелка может поворачиваться вокруг этой оси. Центр тяжести стрелки расположен так, что до начала измерения она располагается вертикально. Стержень со стрелкой помещён в металлический корпус, изолированный

от стержня эбонитовой пробкой. Для наблюдения за стрелкой имеется смотровое окно. Электрометр напоминает электроскоп, но отличается от него тем, что имеет металлический корпус.

Для измерения разности потенциалов между двумя проводниками один из них присоединяют к стержню электрометра, а другой — к его корпусу. (Если хотят измерить потенциал тела относительно земли, то тело соединяют проводником со стержнем, а корпус заземляют.) Между корпусом и стержнем устанавливается разность потенциалов, которую нужно измерить[1].

Электрическое поле внутри электрометра зависит только от этой разности потенциалов, так как внешнее электростатическое поле заряженных или поляризованных тел не проникает сквозь металлический корпус прибора (электростатическая защита). Распределение же поля внутри электрометра однозначно определяет силы, действующие на стрелку. Чтобы по положению стрелки можно было судить о значении разности потенциалов, прибор нужно проградуировать. Для этого необходимо найти, какие углы отклонения стрелки соответствуют известным значениям напряжения между заряженными проводниками.



С помощью электрометра легко убедиться на опыте, что все точки проводника имеют одинаковый потенциал относительно земли. Для этого соединяют различные участки проводника со стержнем электрометра, корпус которого заземлён (рис. 1.87). Показания электрометра при этом меняться не будут.

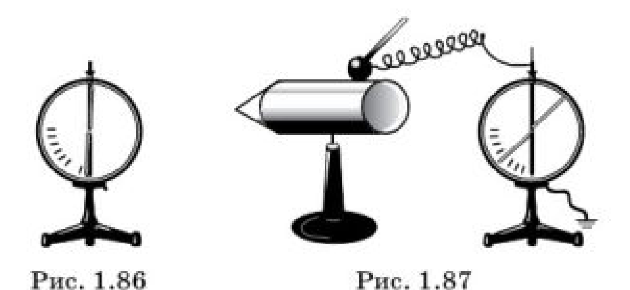


Рис. 1.86 Рис. 1.87

[1] Впрочем, подключение электрометра несколько меняет разность потенциалов между проводниками, так как часть зарядов проводников передаётся электрометру. Но если электроёмкость электрометра много меньше электроёмкости проводников (см. § 1.24), то этим эффектом можно пренебречь.

Измерение потенциала произвольных точек пространства

Несколько сложнее измерить потенциал произвольной точки пространства относительно какого-либо проводника. Обычно измеряется потенциал относительно земного шара.

Если внести в электрическое поле проводящий шарик, то его потенциал (точнее, разность потенциалов между шариком и землёй) станет равным потенциалу той точки пространства, в которой расположен центр шарика (рис. 1.88). Суммарный индуцированный заряд на шарике равен нулю и не может изменить потенциала центра шарика (подробнее об этом говорится в решении задачи 1 в § 1.23).

Но при соединении шарика проводником с электрометром картина меняется. Теперь уже индуцированный на шарике заряд не равен нулю, так как часть заряда перемещается на стержень электрометра. Из-за этого потенциал центра шарика не будет равен потенциалу поля в отсутствие шарика (рис. 1.89).

Поэтому поступают следующим образом: конец проводника, соединённого со стержнем электрометра, помещают в пламя газовой горелки (пламенный зонд). В пламени имеется большое количество ионов. Эти заряженные частицы осаждаются на проволочке до тех пор, пока её потенциал не сравняется с потенциалом той малой области пространства, где расположен пламенный зонд (рис. 1.90). Ионы нейтрализуют индуцированный заряд проволочки, и вследствие этого исследуемое поле искажается незначительно.

На рисунке 1.90 показана экспериментальная установка по измерению потенциала электрического поля заряженного шара относительно земли. Для этого корпус электрометра заземляют. При перемещении зонда вдоль радиусов круга,

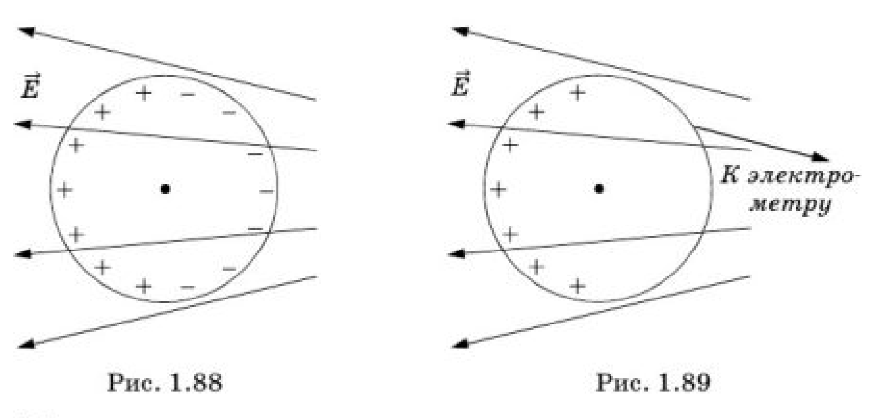


Рис. 1.88 Рис. 1.89

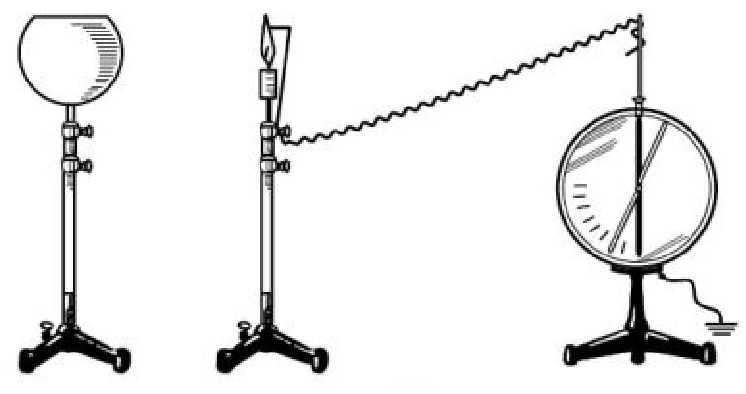


Рис. 1.90

в центре которого расположена подставка с шаром, показания электрометра меняются; отклонение стрелки растёт при приближении зонда к шару. При перемещении зонда по окружности вокруг шара показания остаются неизменными.

Разность потенциалов измеряют электрометром. Электрометр — это электроскоп с металлическим корпусом.

? Назовите прибор, с помощью которого можно измерить разность потенциалов. Объясните принцип действия этого прибора.

§ 1.22. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭЛЕМЕНТАРНОГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ЗАРЯДА

После достаточно детального знакомства со свойствами электрического поля мы можем подробно рассмотреть экспериментальные методы определения элементарного электрического заряда (*заряда электрона*).

Первые наиболее точные опыты по измерению заряда электрона были осуществлены американским физиком Р. Милликеном (1868—1953) в 1906—1916 гг. и независимо от него в 1913 г. отечественным учёным А. Ф. Иоффе.

Милликен поставил смелую для того времени задачу: измерить электрический заряд отдельных мелких капелек масла. Для этого нужно было очень точно измерить силу, действующую на заряд порядка 10^{-19} Кл в электрическом поле напряжённостью до 10^6 В/м — самом сильном поле, при котором ещё не наступает пробой воздуха. Эта сила составляет всего лишь 10^{-13} Н и действует на капельку массой около 10^{-12} г.

Установка Милликена изображена на рисунке 1.91. Между параллельными пластинами M и N создавалось однородное электрическое поле напряжённостью $5 \cdot 10^3$ В/м. Она определялась отношением напряжения между пластинами к расстоянию между ними. В это поле с помощью распылителя D впрыскивались капельки масла. Масло имеет низкое давление насыщенных паров, и поэтому испарением капелек за время опыта можно пренебречь. Весь прибор помещался внутрь защитного кожуха G, чтобы температура и давление воздуха оставались строго постоянными.

При распылении масла капельки электризовались и двигались под влиянием силы тяжести и электрического поля. За движением капелек можно наблюдать в микроскоп через специальное окошко.

Сначала измерялась скорость v_0 установившегося падения капли под действием силы тяжести и силы сопротивления воздуха. Сила сопротивления при небольших скоростях прямо пропорциональна скорости: $F_c = kv_0$. Затем создавалось электрическое поле между пластинами, заставлявшее капельку подниматься вверх, и измерялась скорость установившегося движения капельки под действием электрического поля, силы тяжести и силы сопротивления воздуха.

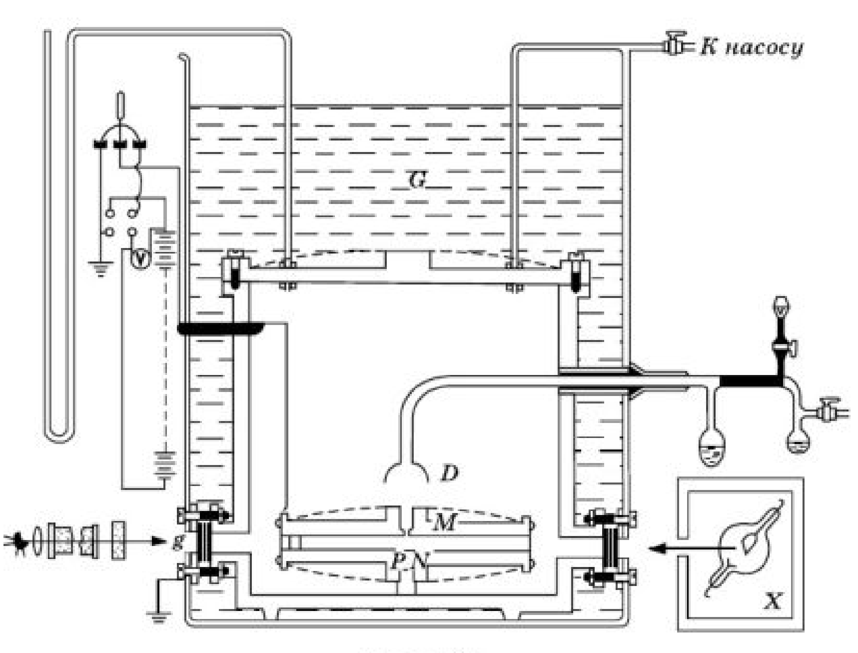


Рис. 1.91

В первом случае скорость падения капельки υ_0 определяется уравнением:

$$k\upsilon_0 = \frac{4\pi}{3}a^3(\rho - \rho_0)g = (\rho - \rho_0)Vg, \qquad (1.22.1)$$

где a — радиус капельки; V — её объём; ρ — плотность масла; ρ_0 — плотность воздуха. Здесь учитывается выталкивающая сила, действующая на капельку со стороны воздуха.

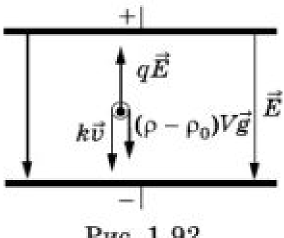


Рис. 1.92

При создании электрического поля (рис. 1.92) уравнение установившегося движения капельки примет форму

$$k\upsilon = qE - \frac{4\pi a^3}{3}(\rho - \rho_0)g. \qquad (1.22.2)$$

Из формул (1.22.1) и (1.22.2) можно определить значение заряда капельки:

$$q = \frac{k(\upsilon_0 + \upsilon)}{E}. \qquad (1.22.3)$$

Коэффициент k для установившегося движения сферического тела с небольшой скоростью определяется формулой Стокса, известной из механики:

$$k = 6\pi\eta a, \qquad (1.22.4)$$

где η — вязкость воздуха.

Радиус капельки настолько мал, что измерить его с помощью микроскопа нельзя. В поле зрения микроскопа видна лишь ярко светящаяся звёздочка, которая появляется в результате рассеяния света на капельке. Милликен определял радиус капельки с помощью уравнения (1.22.1). Подставив в это уравнение коэффициент η из формулы (1.22.4), получим:

$$a = \sqrt{\frac{9\eta\upsilon_0}{2(\rho - \rho_0)g}}. \qquad (1.22.5)$$

После подстановки выражений (1.22.4) и (1.22.5) в уравнение (1.22.3) получим для определения заряда капельки формулу:

$$q = \frac{9\pi\eta}{E}(\upsilon_0 + \upsilon)\sqrt{\frac{2\eta\upsilon_0}{(\rho - \rho_0)g}}. \qquad (1.22.6)$$

Облучая капельки масла в воздухе рентгеновскими лучами малой интенсивности, Милликен наблюдал скачкообразное изменение скорости установившегося движения капельки в электрическом поле. Это свидетельствовало

о том, что заряд капельки под действием рентгеновских лучей менялся прерывно.

Заряду электрона соответствовало минимальное значение заряда q капельки, определяемое формулой (1.22.6).

На протяжении многих лет Милликен совершенствовал свой прибор и уточнял результаты измерений. Им было учтено отступление от формулы Стокса (1.22.4) для капелек очень малого размера, когда их радиус приближается к длине свободного пробега молекул воздуха. В этом случае воздух уже нельзя рассматривать как сплошную среду.

В результате многочисленных опытов Милликен пришёл к значению модуля заряда электрона $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл. Несколько меньшее значение заряда по сравнению с современными данными получилось из-за того, что были использованы заниженные значения вязкости воздуха. По современным данным значение элементарного заряда равно:

$$e = 1{,}6021892 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}.$$

Последние два знака определены с точностью $\pm$ 46.

Наиболее точные значения элементарного электрического заряда получены при наблюдении движения заряженных капелек масла в электрическом поле.

§ 1.23. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

В этом параграфе рассматриваются задачи с использованием понятий потенциальной энергии, потенциала и разности потенциалов.

Работа сил, действующих на заряд со стороны электростатического поля, выражается через разность потенциальных энергий или разность потенциалов [см. формулы (1.17.1) и (1.19.6)]. Потенциал точечного заряда определяется формулой (1.19.4), а потенциал однородного поля — формулой (1.19.2). Кроме того, надо знать выражение (1.18.8) для энергии взаимодействия точечных зарядов и связь между напряжённостью электрического поля и разностью потенциалов [формула (1.20.4)].

При решении задач на движение заряженных частиц в электрическом поле можно использовать законы сохранения энергии и импульса, а также законы механики Ньютона.

Задача 1

На расстоянии d от точечного заряда q расположен центр незаряженного проводящего шара радиусом R. Чему равен потенциал шара?

Решение. Потенциал всех точек шара одинаков, поэтому достаточно найти потенциал одной точки. Проще всего найти потенциал центра шара. Он равен сумме потенциала, созданного в центре шара точечным зарядом $\left(\varphi = k\frac{q}{d}\right)$, и потенциала, созданного зарядами, возникающими на поверхности шара вследствие электростатической индукции. Но этот потенциал равен нулю, так как суммарный заряд на сфере равен нулю, и все элементы заряда находятся на равном расстоянии от центра. Следовательно, потенциал шара

$$\varphi = k\frac{q}{d}.$$

Задача 2

Три заряженных одинаковых шарика, заряд каждого из которых равен q, а масса — m, расположены в вершинах равностороннего треугольника со стороной a. Каких максимальных скоростей достигнут шарики, отталкиваясь друг от друга, если их отпустить?

Решение. В начальном состоянии шарики обладают потенциальной энергией:

$$W_p = 3k\frac{q^2}{a}.$$

Разлетаясь, шарики вследствие симметрии будут иметь одинаковые по модулю скорости. Эти скорости максимальны на бесконечности, где $W_p = 0$, а $W_k = 3\,\frac{mv_{\max}^2}{2}$.

Согласно закону сохранения энергии,

$$\frac{3mv_{\max}^2}{2} = 3k\frac{q^2}{a}.$$

Отсюда

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{2kq^2}{ma}}.$$

Задача 3

Почему на проводниках, имеющих форму острия, поверхностная плотность заряда достигает значительных величин?

Решение. На рисунке 1.93, *а* изображён проводник, имеющий форму острия. Моделью острия может служить (в первом приближении) система двух шаров различных радиусов,

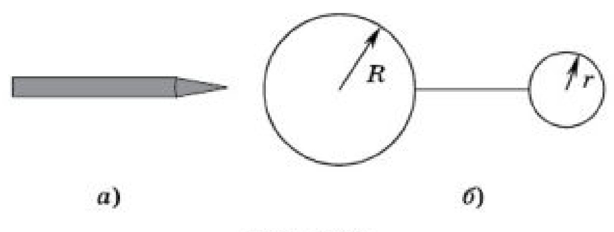


Рис. 1.93

соединённых тонкой проволокой (рис. 1.93, *б*). Радиус левого шара R значительно больше радиуса правого шара r ($R \gg r$). Пренебрегая влиянием шаров друг на друга, их потенциалы можно записать в виде:

$$\varphi_1 = k\frac{q_1}{R}, \ \varphi_2 = k\frac{q_2}{r}.$$

Так как шары соединены проводником, то $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi$. Следовательно,

$$q_1 = \frac{R\varphi}{k} \text{ и } q_2 = \frac{r\varphi}{k}.$$

Поверхностные плотности заряда шаров соответственно равны:

$$\sigma_1 = \frac{q_1}{4\pi R^2} = \frac{\varphi}{4\pi kR} \text{ и } \sigma_2 = \frac{\varphi}{4\pi kr}.$$

Так как $R \gg r$, то $\sigma_2 \gg \sigma_1$, т. е. поверхностная плотность заряда на малом шаре, кривизна которого велика (на острие), значительно больше поверхностной плотности заряда на большом шаре, кривизна которого мала.

Задача 4

Небольшой шарик соединяют проводом с заземлённым электрометром (см. рис. 1.87). Касаясь шариком различных точек проводника, ограниченного цилиндрической и коническими поверхностями, наблюдают одинаковое отклонение стрелки электрометра при любом положении шарика. Затем соединительный провод убирают и наблюдают, что отклонение стрелки электрометра, к стержню которого подносят шарик, неодинаково и зависит от того, какой точки поверхности проводника (внутренней или внешней) предварительно коснулись шариком. Почему?

Решение. Электрометр измеряет разность потенциалов между данным телом и землёй. Так как поверхность проводника эквипотенциальна, то в первом случае стрелка отклоняется на один и тот же угол при любом положении шарика.

Во втором случае отклонение стрелки определяется потенциалом шарика относительно земли в тот момент, когда его приводят в соприкосновение с электрометром. Этот потенциал зависит от заряда шарика, его размеров и расположения окружающих предметов. В момент соприкосновения шарика с проводником его потенциал делается равным потенциалу проводника, но его заряд будет зависеть от того, какого участка поверхности касаются. Если касаются внутренней конической поверхности проводника, то заряд шарика равен нулю, так как весь заряд проводника распределён по его внешней поверхности. Если же касаются шариком внешней поверхности проводника, то заряд шарика будет отличен от нуля.

Во время перемещения шарика его потенциал непрерывно меняется, так как меняется положение шарика относительно окружающих предметов. Различные значения потенциала шарика в момент соприкосновения его со стержнем электрометра обусловлены только различием в значениях заряда шарика, так как расположение относительно него окружающих предметов в этот момент неизменно.

Максимальный заряд будет на вершине конической поверхности (острие).

Задача 5

Незаряженный металлический шар радиусом r окружён концентрической проводящей сферой радиусом R. Сфера заряжена до потенциала φ_0 (относительно земли). Чему станет равен потенциал внешней сферы, если незаряженный шар заземлить (рис. 1.94)?

Решение. До заземления заряд внешней сферы q создаёт на её поверхности потенциал $\varphi_0 = k\dfrac{q}{R}$. После заземления на внутреннем шаре наведётся заряд q_1 (см. рис. 1.94), который можно найти из условия, что потенциал заземлённого шара равен нулю.

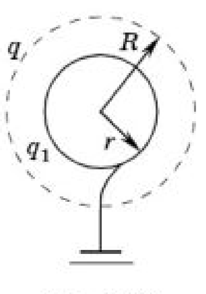


Рис. 1.94

Согласно принципу суперпозиции полей потенциал шара равен:

$$k\frac{q}{R} + k\frac{q_1}{r} = 0.$$

Отсюда

$$q_1 = -\frac{r}{R}q.$$

Потенциал на внешней сфере после заземления шара создаётся зарядами q и q_1:

$$\varphi = k\frac{q}{R} + k\frac{q_1}{R} = \varphi_0\frac{R - r}{R}.$$

Задача 6

Положительный заряд $+q_0$ равномерно распределён по тонкому проволочному кольцу радиусом R. В центре кольца находится точечный заряд $-q$, масса которого m. Этому заряду сообщается начальная скорость $\vec{v}_0$ вдоль оси кольца. Определите характер движения заряда в зависимости от начальной скорости, считая, что он движется вдоль оси кольца. Кольцо неподвижно.

Решение. Полная энергия заряда в начальный момент равна сумме кинетической энергии $\frac{mv_0^2}{2}$ и потенциальной энергии в электростатическом поле кольца $-\varphi_0 q$, где $\varphi_0 = k\frac{q_0}{R}$ — потенциал в центре кольца:

$$W = \frac{mv_0^2}{2} - k\frac{qq_0}{R}.$$

При $W \geqslant 0$ заряд уйдёт на бесконечность. Причём его скорость на бесконечно большом расстоянии будет равна нулю, если $W = 0$. Если $W > 0$, скорость заряда на бесконечно большом расстоянии от кольца равна:

$$v = \sqrt{v_0^2 - 2k\frac{qq_0}{rm}}.$$

Если же $W < 0$, то заряд будет совершать периодическое движение (колебание) вдоль оси кольца. Наибольшее расстояние r, на которое при этом удалится заряд от центра кольца, можно найти из закона сохранения энергии:

$$\frac{mv_0^2}{2} - k\frac{qq_0}{R} = -k\frac{qq_0}{\sqrt{R^2 + r^2}}.$$

Отсюда

$$r = R\sqrt{\frac{1}{\left(\frac{mv_0 R}{2kqq_0} - 1\right)^2 - 1}}.$$

Задача 7

Уединённый металлический шар радиусом $R = 10$ см окружён диэлектриком ($\varepsilon = 2$). Диэлектрик образует сферический

слой с радиусами $R_1 = 10$ см и $R_2 = 20$ см. Найдите потенциал шара, если его заряд $q = 10^{-18}$ Кл.

Решение. Диэлектрик, окружающий шар, под действием поля шара поляризуется. В результате на внутренней поверхности диэлектрика появляется поляризационный заряд $-q'$, знак которого противоположен знаку заряда шара q, а на внешней поверхности диэлектрика — поляризационный заряд q', одинаковый по знаку с зарядом q. Следовательно, потенциал шара, согласно принципу суперпозиции, равен сумме потенциалов полей, образуемых зарядами q, $-q'$ и q':

$$\varphi = k\frac{q}{R_1} - k\frac{q'}{R_1} + k\frac{q'}{R_2}.$$

Так как поляризационный заряд (см. задачу 7 в § 1.16) равен:

$$q' = \frac{q(\varepsilon - 1)}{\varepsilon},$$

то

$$\varphi = k\frac{q}{\varepsilon}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{\varepsilon - 1}{R_2}\right) = 675 \text{ В}.$$

Упражнение 3

1. Точечные заряды $q_1 = 2 \cdot 10^{-8}$ Кл и $q_2 = 10^{-8}$ Кл расположены в керосине ($\varepsilon = 2{,}1$) на расстоянии $r_1 = 0{,}04$ м друг от друга. Какую работу надо совершить, чтобы сблизить заряды до расстояния $r_2 = 0{,}02$ м?

2. Поле образовано точечными зарядами $q_1 = -2 \cdot 10^{-9}$ Кл и $q_2 = 10^{-9}$ Кл, расположенными на расстоянии $BC = 8$ см (рис. 1.95). Точка D лежит на перпендикуляре, проведённом к отрезку BC через его середину M, причём $MD = BC/2$. Найдите работу кулоновских сил при перемещении заряда $q = 2 \cdot 10^{-8}$ Кл из точки D в точку M.

Рис. 1.95

3. Пылинка массой $m = 10^{-11}$ г находится во взвешенном состоянии в однородном электрическом поле между горизонталь-

но расположенными разноимённо заряженными пластинками, расстояние между которыми $d = 5$ мм. Пылинка освещается ультрафиолетовым светом и вследствие этого теряет заряд. Равновесие пылинки при этом нарушается. Какой заряд потеряла пылинка, если первоначально к пластинкам было приложено напряжение $U_1 = 154$ В, а затем, чтобы восстановить равновесие пылинки, пришлось увеличить напряжение на $U_2 = 8$ В?

4. Два шарика имеют одинаковые электрические заряды $q = 20$ нКл. Шарики соединяют тонкой проволокой. Какой заряд пройдёт по проволоке, если шарики металлические и их радиусы соответственно равны $R_1 = 15$ см и $R_2 = 5$ см? Расстояние между шариками много больше их радиусов.

5. N одинаковых шарообразных капель ртути заряжены одноименно до одного и того же потенциала φ_1. Чему равен потенциал φ большой капли ртути, получившейся в результате слияния этих капель?

6. Два одноимённых точечных заряда q_1 и q_2 с массами m_1 и m_2 движутся навстречу друг другу. В момент времени, когда расстояние между зарядами равно r_1, они имеют скорости $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$. До какого минимального расстояния r_2 сблизятся заряды?

7. Два маленьких одноимённо заряженных шарика закреплены в вакууме на расстоянии, значительно превышающем их линейные размеры. Если отпустить первый шарик, то при достижении расстояния r между шариками его скорость равна $v_1 = 3$ м/с; если отпустить второй, то при тех же условиях его скорость оказывается равной $v_2 = 4$ м/с. Найдите скорости шариков, когда они разойдутся на расстояние r, если оба шарика отпустить одновременно.

8. В некоторый момент времени два электрона имели равные по модулю скорости $v_1 = v_2 = v$ и находились в вакууме на расстоянии L друг от друга. При этом скорости $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$ образовывали равные острые углы α с прямой, соединяющей электроны. На каком минимальном расстоянии пройдут электроны друг относительно друга?

9. Частица массой m, имеющая заряд q и скорость $\vec{v}_0$, приближается с большого расстояния к заряженному незакреплённому кольцу, двигаясь по его оси. Радиус кольца R, заряд Q, масса M. Какую скорость будет иметь частица в момент, когда она будет проходить через центр кольца?

10. Маленький металлический шарик массой $m = 1$ г, которому сообщён заряд $q = 10^{-7}$ Кл, брошен издалека со скоростью $v = 1$ м/с в направлении металлической сферы, имеющей заряд $Q = 3 \cdot 10^{-7}$ Кл. При каком минимальном значении радиуса сферы шарик достигнет её поверхности?

11. В пространстве одновременно действуют два однородных электрических поля с горизонтально и вертикально направленными напряжённостями, модули которых равны соответственно $E_г = 4 \cdot 10^2$ В/м и $E_в = 3 \cdot 10^2$ В/м. По направлению силовой линии результирующего электрического поля влетает электрон, скорость которого на пути $L = 2{,}7$ мм изменяется в 2 раза. Определите скорость электрона в конце этого пути.

12. Три одинаковых заряда, каждый из которых равен $q = -2 \cdot 10^{-8}$ Кл, расположены в вершинах равностороннего треугольника со стороной $a = 10$ см. Какую работу A нужно совершить, чтобы перенести один из них на середину противоположной стороны?

13. Точечные заряды $q_1 = -1{,}7 \cdot 10^{-8}$ Кл и $q_2 = 2 \cdot 10^{-8}$ Кл находятся от точечного заряда $q_0 = 3 \cdot 10^{-8}$ Кл на расстоянии $l_1 = 2$ см и $l_2 = 5$ см соответственно. Какую работу A надо совершить, чтобы поменять местами заряды q_1 и q_2?

14. Три проводящие концентрические сферы имеют радиусы R, $2R$, $3R$ соответственно. Средняя сфера имеет заряд $+q$. В ней проделано отверстие, через которое тонкой проволочкой соединяют внешнюю и внутреннюю сферы. Определите заряд q_1 внешней сферы после соединения.

15. Две проводящие сферы заряжены так, что внутренняя имеет потенциал φ_1, а внешняя φ_2. Какой потенциал будет иметь внутренняя сфера, если обе сферы соединить проводником?

16. Металлический шар радиусом $R_1 = 2$ см несёт на себе заряд $q_1 = 4 \cdot 10^{-8}$ Кл. Шар окружён концентрической проводящей оболочкой радиусом $R_2 = 5$ см, заряд которой равен $q_2 = -4 \cdot 10^{-8}$ Кл. Определите потенциал поля φ на расстоянии $L = 4$ см от центра шара.

17. Металлический шар радиусом $R_1 = 1$ см несёт заряд $q_1 = 2 \cdot 10^{-8}$ Кл. Шар окружён концентрической проводящей оболочкой радиусом $R_2 = 5$ см. На оболочке находится заряд $q_2 = -4 \cdot 10^{-8}$ Кл. Найдите изменение потенциала шара $\Delta\varphi$, если оболочку заземлить.

18. Четыре одинаковых заряженных маленьких шарика, заряды которых q и массы m, расположены в вершинах квадрата со стороной a. Какой максимальной скорости достигнут шарики, если их отпустить?

19. Из бесконечности к металлической пластине движется точечный заряд $+q$. Определите энергию взаимодействия заряда и пластины, а также скорость заряда в тот момент, когда он будет находиться на расстоянии d от пластины. Находясь на бесконечно большом расстоянии от пластины, заряд имел скорость, равную нулю.

20. Четыре одинаковых точечных заряда q расположены вдоль прямой на расстоянии l друг от друга. Какую работу надо совершить, чтобы поместить их в вершинах правильного тетраэдра с ребром, равным l?

---

1. Объясните, почему некоторые силы называют потенциальными (консервативными). Что общего между консервами и консервативными силами?

2. Выделите общее и различное в понимании потенциальной энергии в электродинамике и в механике (ответ представьте в виде таблицы).

3. Как понимается смысл фразы «потенциал человека»? Предложите способ оценивания вашего собственного потенциала.

4. Опишите или проведите опыт, доказывающий эквипотенциальность поверхности любого проводника.

5. Почему некоторые события общественной, личной жизни описываются следующими словосочетаниями «в обществе

возникла напряжённость», «усилилось напряжение между противостоящими группировками», «возникло напряжение в отношениях», где ключевыми словами выступают «напряжение» и «напряжённость»? Имеется ли общность понимания этих терминов в обозначенной позиции и физике?

6. Электрокардиограмма (ЭКГ) — графическое представление разности потенциалов, возникающей в результате работы сердца. Каков принцип получения электрокардиограммы? В каком направлении эволюционировали современные электрокардиографы со времен первых приборов, снимающих электрокардиограмму (ответ представьте в виде презентации)? Какими физическими знаниями и умениями должен обладать врач, специализирующийся в области кардиологической диагностики?
7. Подготовьте презентацию на тему «Опыты по измерению заряда электрона».
8. Приведите доказательства «объяснительной силы» физических методов исследования в ряде областей биологии в хронологическом аспекте (на примере развития естествознания в XVIII в.).

§ 1.24. ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ЁМКОСТЬ

Все точки проводника в электростатическом поле имеют один и тот же потенциал. Этот потенциал, определяемый относительно нулевого уровня, зависит от заряда проводника. Важно уметь находить потенциал проводника, зная его заряд, или, наоборот, уметь определять заряды проводников, если известна разность потенциалов между ними.

Такого рода задачи встречаются очень часто не только в электростатике, но и при изучении электрического тока. Для их решения вводят особую физическую величину — электрическую ёмкость, или просто ёмкость.

Электрическая ёмкость уединённого проводника

Рассмотрим сферический проводник радиусом r. Пусть он находится очень далеко от других тел, так что его размеры во много раз меньше расстояний до этих тел. Такой проводник называют уединённым.

При сообщении шару заряда q в окружающем пространстве возникнет электростатическое поле. Потенциал шара

изменится и станет равным φ. Если потенциал бесконечно удалённых точек поля принять равным нулю, то потенциал шара можно вычислить по формуле (1.19.4). Поэтому отношение заряда шара к его потенциалу

$$\frac{q}{\varphi} = \frac{\varepsilon r}{k} \qquad (1.24.1)$$

не зависит от заряда и определяется лишь радиусом шара и диэлектрической проницаемостью ε окружающей среды.

Замечательным является то, что не только для шара, но и для уединённого проводника произвольной формы потенциал прямо пропорционален заряду. Поэтому *отношение заряда проводника к его потенциалу не зависит от значения заряда и определяется лишь геометрическими размерами проводника, его формой и электрическими свойствами окружающей среды (диэлектрической проницаемостью ε).* Это позволяет ввести понятие электрической ёмкости уединённого проводника.

Электрической ёмкостью *C* проводника называется отношение заряда *q* проводника к его потенциалу φ:

$$C = \frac{q}{\varphi}. \qquad (1.24.2)$$

Ёмкость выражается через отношение заряда к потенциалу, но не зависит ни от того, ни от другого. Точно так же, например, скорость при равномерном прямолинейном движении выражается через отношение пути ко времени: $\upsilon = \frac{s}{t}$, но не зависит ни от пути s, ни от времени t, так как является постоянной величиной.

Ёмкость не зависит от материала проводника: железные, медные тела и тела из других материалов одинаковых размеров и формы имеют одинаковую ёмкость.

Термин «электрическая ёмкость» возник по аналогии с ёмкостью сосуда. Чем больше ёмкость проводника, тем меньше меняется его потенциал при сообщении заряда. Точно так же, чем больше площадь основания цилиндрического сосуда, тем меньше меняется уровень жидкости в нём при добавлении определённого количества жидкости.

Практическая польза понятия ёмкости состоит в том, что, определив ёмкость проводника экспериментально или вычислив её теоретически, можно с помощью формулы (1.24.2) найти потенциал проводника по известному заряду или, наоборот, заряд по известному потенциалу.

Ёмкость шара

Согласно определению ёмкости (1.24.2) и формуле (1.24.1) электрическая ёмкость шара в СИ равна:

$$C = \frac{q}{\varphi} = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon r, \qquad (1.24.3)$$

так как в этой системе $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$.

В системе СГСЭ потенциал шара вычисляется по формуле (1.19.4), тогда при $k = 1$ и в соответствии с определением (1.24.2)

$$C = \varepsilon r. \qquad (1.24.4)$$

В вакууме ёмкость проводящего шара в системе СГСЭ равна его радиусу.

Зависимость ёмкости проводника от окружающих тел

В действительности ни один проводник не является, строго говоря, уединённым. Вблизи любого заряженного тела находятся те или иные предметы. И в этих случаях можно говорить об электрической ёмкости проводника, но она будет зависеть от расположения окружающих тел. В этом можно убедиться на опыте.



Возьмём электрометр и заземлим его корпус. К стержню электрометра прикрепим полый металлический шар с отверстием. Сообщим электрометру заряд q с помощью маленького металлического шарика на изолирующей ручке. Для этого коснёмся заряженным шариком внутренней поверхности сферы (рис. 1.96, *а*). Весь заряд шарика при этом перейдёт к электрометру. Возникает разность потенциалов между стержнем электрометра и землёй, и его стрелка отклоняется. Сообщим электрометру ещё такой же заряд[1] q. Потенциал стержня относительно земли возрастает в 2 раза. Следовательно, отношение заряда к потенциалу постоянно и равно ёмкости металлического шара со стержнем.

Но стоит поднести к шару ладони рук (не касаясь его), как стрелка электрометра приблизится к вертикали. Потенциал

---

[1] Два одинаковых заряда можно получить, например, так: коснуться двумя одинаковыми шариками на изолирующей ручке большого заряженного шара и одновременно отвести от шара.

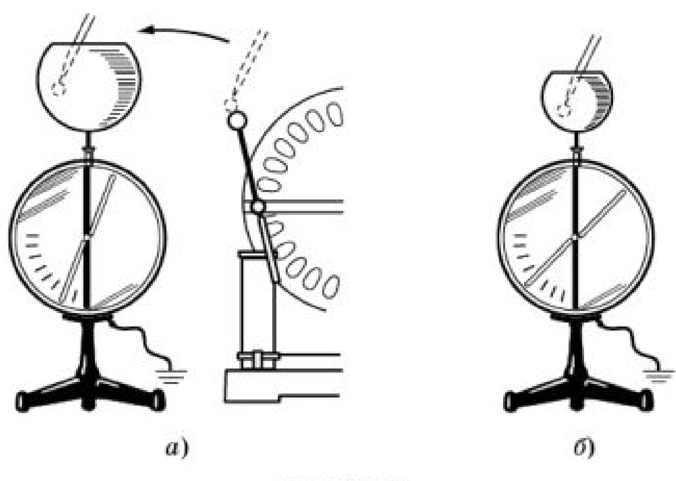


Рис. 1.96

шара уменьшается, и, значит, ёмкость возрастает. Такой же эффект наблюдается при поднесении незаряженного диэлектрика к диску на стержне электрометра (см. § 1.14).

Почему это происходит? Потенциал проводника определяется не только зарядом на его поверхности. Согласно принципу суперпозиции (1.19.5) потенциал поля в некоторой точке равен сумме потенциалов, создаваемых всеми заряженными телами. Незаряженные тела также влияют на потенциал проводника, так как под действием поля шара на поверхностях проводников появляются свободные заряды противоположных знаков (вследствие электростатической индукции), а у диэлектриков — связанные заряды (вследствие поляризации).

С помощью электрометра можно обнаружить зависимость ёмкости проводника от его размеров. Укрепим на стержне полый шар меньшего радиуса. Если теперь сообщить ему такой же заряд q, как и в первом опыте, то потенциал стержня оказывается большим (рис. 1.96, *б*). Это означает уменьшение ёмкости с уменьшением размера шара.

Единицы электроёмкости

Формула (1.24.2) позволяет ввести единицы электроёмкости. В СИ единицей ёмкости является ф а р а д (Ф).

Ёмкостью в 1 Ф *обладает такой проводник, у которого потенциал возрастает на* 1 В *при сообщении ему заряда* 1 Кл.

В системе СГСЭ за единицу ёмкости в соответствии с формулой (1.24.4) принимают ёмкость шара радиусом 1 см в вакууме. Эта единица — сантиметр.

Нетрудно видеть, что

$$1\ \Phi = 1\ \frac{\text{Кл}}{\text{В}} = \frac{3 \cdot 10^9\ \text{СГСЭ}_q}{\frac{1}{300}\ \text{СГСЭ}_\varphi} = 9 \cdot 10^{11}\ \text{см}. \qquad (1.24.5)$$

Ёмкость в 1 Ф очень велика. Уединённый шар, обладающий такой ёмкостью, имел бы радиус, в 13 раз превышающий радиус Солнца. Поэтому на практике часто используют доли этой единицы: микрофарад (мкФ) — 10^{-6} Ф и пикофарад (пФ) — 10^{-12} Ф. Ёмкость земного шара равна 709 мкФ.

Формула (1.24.3) позволяет выразить электрическую постоянную ε_0 через ёмкость и размеры проводника:

$$\varepsilon_0 = \frac{C}{4\pi\varepsilon r}.$$

Это означает, что электрическую постоянную можно выражать в фарадах на метр (Ф/м).

Важная характеристика проводника — электрическая ёмкость. Ёмкость проводника тем больше, чем меньше потенциал, который он приобретает при сообщении ему заряда.

§ 1.25. КОНДЕНСАТОРЫ

Можно создать систему проводников, электрическая ёмкость которой не зависит от окружающих тел. К тому же одновременно ёмкость её может быть очень большой. По этим причинам такая система, называемая конденсатором, имеет большое практическое значение.

Конденсатор[1] *представляет собой два проводника, разделённые слоем диэлектрика, толщина которого мала по сравнению с размерами проводников.* Проводники в этом случае называют обкладками конденсатора.

---

[1] От лат. condenso — «сгущаю, уплотняю». В данном случае — сгуститель электрического заряда.

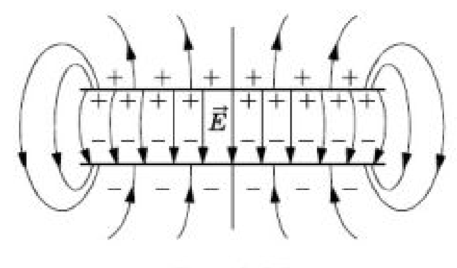


Рис. 1.97

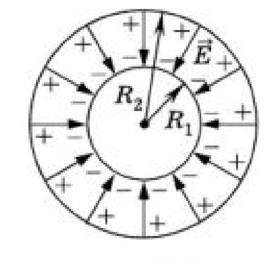


Рис. 1.98

Простейший плоский конденсатор состоит из двух одинаковых параллельных пластин, находящихся на малом расстоянии друг от друга (рис. 1.97). Если заряды пластин одинаковы по модулю и противоположны по знаку, то почти всё электрическое поле сосредоточено внутри конденсатора. Линии напряжённости начинаются на положительно заряженной обкладке конденсатора и оканчиваются на отрицательно заряженной. У сферического конденсатора, состоящего из двух концентрических сфер (рис. 1.98), всё поле сосредоточено между обкладками.

Для зарядки конденсатора нужно присоединить его обкладки к полюсам источника напряжения, например к полюсам батареи аккумуляторов. Можно также соединить одну обкладку с полюсом батареи, другой полюс которой заземлён, а вторую заземлить. Тогда на заземлённой обкладке останется заряд, противоположный по знаку и равный по модулю заряду другой обкладки. Такой же по модулю заряд уйдёт в землю.

Под зарядом конденсатора понимают абсолютное значение заряда одной из обкладок.

Разность потенциалов между обкладками конденсатора пропорциональна напряжённости поля внутри его. Напряжённость поля, созданного пластинами, в свою очередь, пропорциональна заряду пластин. Поэтому отношение заряда q одного из проводников (на другом находится такой же по модулю заряд) к разности потенциалов между этим проводником и соседним не зависит от заряда. Оно определяется лишь геометрическими размерами проводников, их формой и взаимным расположением, а также электрическими свойствами окружающей среды (диэлектрической проницаемостью ε). Это позволяет ввести понятие электрической ёмкости двух проводников и, следовательно, ёмкости конденсатора.

Электроёмкостью конденсатора называют отношение заряда одного из проводников к разности потенциалов между этим проводником и соседним:

$$\boxed{C = \frac{q}{U}.} \qquad (1.25.1)$$

Выражается электрическая ёмкость конденсатора в тех же единицах, что и ёмкость уединённых проводников.

Чем меньше напряжение U при сообщении обкладкам конденсатора зарядов $+|q|$ и $-|q|$, тем больше ёмкость конденсатора. На обкладках можно накопить большие заряды, не вызывая пробоя диэлектрика.

Электрические поля окружающих тел почти не проникают внутрь конденсатора сквозь его металлические обкладки и не влияют на разность потенциалов между ними. Поэтому ёмкость конденсатора практически не зависит от наличия вблизи него каких-либо тел.

Первый конденсатор, названный лейденской банкой, был создан в середине XVII в. Было обнаружено, что гвоздь, вставленный в стеклянную банку с ртутью, накапливает большой электрический заряд. Ртуть служила одной обкладкой конденсатора, а ладони экспериментатора, державшего банку, другой. Впоследствии обе обкладки стали делать из тонкой латуни или станиоля.

Электрическая ёмкость плоского конденсатора

Получим формулу для вычисления ёмкости плоского конденсатора. Обозначим площадь каждой его пластины S, а расстояние между пластинами d. Выразим разность потенциалов U через заряд q. Эта разность потенциалов определяется напряжённостью поля E, которая зависит от зарядов обкладок конденсатора.

Напряжённость поля E_1, созданного одной из пластин, вычисляется по формуле (1.12.4). Напряжённости поля положительно и отрицательно заряженных пластин равны по модулю и направлены внутри конденсатора в одну и ту же сторону. Поэтому модуль результирующей напряжённости равен:

$$E = 2E_1 = k\frac{4\pi\sigma}{\varepsilon}. \qquad (1.25.2)$$

Формула для ёмкости конденсатора запишется в СИ более компактно, если вместо коэффициента k использовать его

выражение в виде (1.3.5): $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$. Тогда, учитывая, что поверхностная плотность заряда $\sigma = \frac{q}{S}$, получим:

$$E = \frac{q}{\varepsilon_0 \varepsilon S}.$$

Следовательно,

$$U = Ed = \frac{qd}{\varepsilon_0 \varepsilon S}.$$

Подставляя это выражение в формулу (1.25.1) и сокращая на q, получим ёмкость плоского конденсатора в СИ:

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}. \qquad (1.25.3)$$

В абсолютной системе единиц коэффициент в формуле (1.25.2) $k = 1$. С учётом этого ёмкость плоского конденсатора в абсолютной системе единиц равна:

$$C = \frac{\varepsilon S}{4\pi d}. \qquad (1.25.4)$$

Мы видим, что электроёмкость конденсатора зависит от геометрических факторов: площади пластин и расстояния между ними, а также от электрических свойств среды. Она не зависит от материала проводников: обкладки конденсатора могут быть железными, медными, алюминиевыми и т. д.



Убедимся на опыте в справедливости формулы (1.25.3), полученной теоретически. Для этого возьмём конденсатор, расстояние между пластинами которого можно изменять, и электрометр с заземлённым корпусом (рис. 1.99). Соеди-

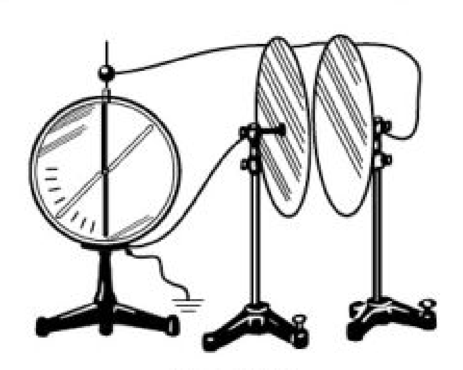


Рис. 1.99

ним корпус и стержень электрометра с пластинами конденсатора проводниками и зарядим конденсатор. Для этого нужно коснуться наэлектризованной палочкой пластины конденсатора, соединённой со стержнем. Электрометр покажет разность потенциалов между пластинами.

Раздвинув пластины, мы обнаружим увеличение разности потенциалов. Согласно определению электроёмкости [см. формулу (1.25.1)] это указывает на её уменьшение. В соответствии с зависимостью (1.25.3) ёмкость действительно должна уменьшаться с увеличением расстояния между пластинами.

Вставив между обкладками конденсатора пластину из диэлектрика, например из органического стекла, мы обнаружим уменьшение разности потенциалов. Следовательно, ёмкость конденсатора увеличивается.

Расстояние между пластинами d может быть очень малым, а площадь S и диэлектрическая проницаемость достаточно большими. Поэтому при небольших размерах конденсатор может иметь большую электрическую ёмкость. Впрочем, плоский конденсатор ёмкостью в 1 Ф должен был бы иметь площадь пластин $S = 100$ км^2 при расстоянии между пластинами $d = 1$ мм.

Измерение диэлектрической проницаемости

Зависимость ёмкости конденсатора от электрических свойств вещества между его обкладками используется для измерения диэлектрической проницаемости вещества. Для этого нужно экспериментально определить отношение ёмкостей конденсатора с диэлектрической пластиной между обкладками (C) и без неё (C_0). Как следует из выражения (1.25.3), диэлектрическая проницаемость

$$\varepsilon = \frac{C}{C_0}. \qquad (1.25.5)$$

Ёмкость сферического конденсатора

В заключение вычислим ёмкость еще одного типа конденсаторов — сферического конденсатора.

Обкладками конденсатора являются две сферы: внутренняя радиусом R_1 и внешняя радиусом R_2 (см. рис. 1.98). Потенциал внешней обкладки равен сумме потенциалов, создаваемых зарядом $+q$ на внешней обкладке и $-q$ на внутренней (принцип суперпозиции). Потенциал заряженной сферы ра-

вен потенциалу точечного заряда, помещённого в центре сферы. Поэтому

$$\varphi_2 = k\frac{q}{\varepsilon R_2} - k\frac{q}{\varepsilon R_2} = 0$$

при условии, что потенциал на бесконечности принят равным нулю. Наглядно это объясняется так. Конденсатор не создаёт поля во внешнем пространстве. Поэтому потенциал во всех точках вне наружной сферы один и тот же. На бесконечности он равен нулю. Значит, он равен нулю и во всех точках, включая поверхность внешней сферы. Потенциал внутренней сферы

$$\varphi_1 = k\frac{q}{\varepsilon R_2} - k\frac{q}{\varepsilon R_1}.$$

Здесь учтено, что заряд на внешней сфере создаёт внутри неё постоянный потенциал $k\frac{q}{\varepsilon R_2}$.

Разность потенциалов

$$U = \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{qk}{\varepsilon}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right).$$

Ёмкость конденсатора

$$C = \frac{q}{U} = \frac{\varepsilon}{k}\frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}. \qquad (1.25.6)$$

В СИ

$$C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon\frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}, \qquad (1.25.7)$$

а в системе Гаусса

$$C = \varepsilon\frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}. \qquad (1.25.8)$$

Если зазор между обкладками $d = R_2 - R_1$ мал по сравнению с R_1 и R_2, то $R_1 R_2 \approx R_1^2 \approx R_2^2 \approx R^2$. Учитывая, что площадь поверхности сферы $S = 4\pi R^2$, вместо формулы (1.25.7) приближённо будем иметь:

$$C = \frac{\varepsilon_0\varepsilon S}{d}.$$

А это есть формула для ёмкости плоского конденсатора. Такой результат и следовало ожидать.

Если же $R_2 \to \infty$, то в СИ

$$C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon R_1.$$

Это ёмкость уединённого шара.

Электрическая ёмкость конденсатора тем больше, чем меньше разность потенциалов между обкладками конденсатора при сообщении им зарядов противоположного знака.
Формулу (1.25.3) для ёмкости плоского конденсатора следует запомнить. Она вам понадобится не раз.

? **1.** Чему равна ёмкость проводящего шарика радиусом 1 см, расположенного в вакууме?

2. Какую форму должен иметь сосуд, чтобы между его ёмкостью и электрической ёмкостью существовала бы количественная аналогия?

§ 1.26. РАЗЛИЧНЫЕ ТИПЫ КОНДЕНСАТОРОВ. СОЕДИНЕНИЯ КОНДЕНСАТОРОВ

В зависимости от назначения конденсаторы имеют различное устройство.

Различные типы конденсаторов

Обычный технический бумажный конденсатор состоит из двух полосок алюминиевой фольги, изолированных друг от друга бумажной лентой, пропитанной парафином. Полоски и лента туго свернуты в компактный пакет небольшого размера (рис. 1.100).

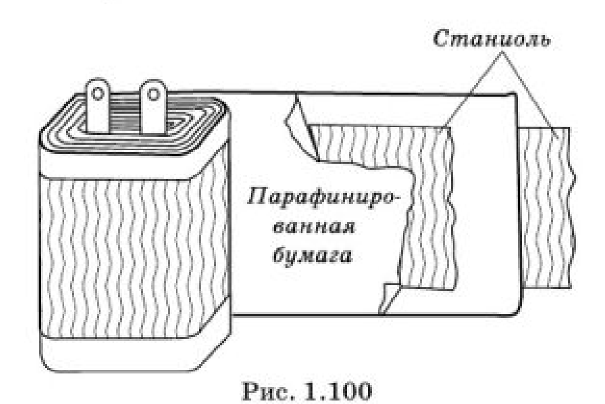


Рис. 1.100

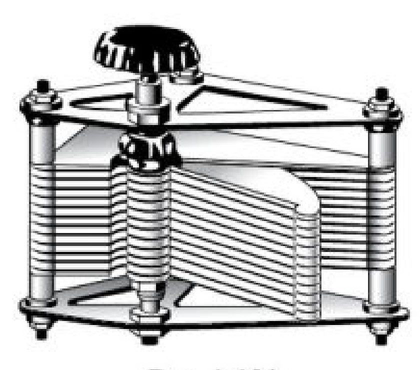


Рис. 1.101

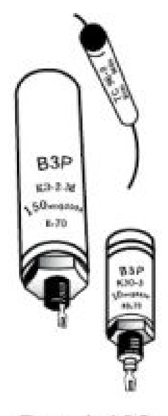


Рис. 1.102

В радиотехнике широко применяют конденсаторы переменной ёмкости (рис. 1.101). Такой конденсатор состоит из двух систем металлических пластин, которые при вращении рукоятки могут входить одна в другую. При этом меняется площадь перекрывающейся части пластин и, следовательно, ёмкость конденсатора.

Значительного увеличения ёмкости за счёт уменьшения расстояния между обкладками достигают в так называемых электролитических конденсаторах (рис. 1.102). Диэлектриком в них служит очень тонкая плёнка оксидов, покрывающих одну из обкладок (полосок фольги). Второй обкладкой служит другая полоска и соединённая с ней бумага, пропитанная раствором проводящего вещества (электролита). Оксидная плёнка разрушается при изменении полярности приложенного к электролитическому конденсатору напряжения. Поэтому перед включением такого конденсатора в цепь следует проверить соответствие знака разности потенциалов на данном участке цепи тому, который необходим для данного конденсатора.

Есть много других типов конденсаторов.

Очень часто конденсаторы соединяют друг с другом в батареи. Это позволяет при имеющемся наборе конденсаторов получать батареи различной ёмкости. Соединение конденсаторов может быть параллельным и последовательным.

Параллельное соединение конденсаторов



При параллельном соединении двух конденсаторов ёмкостью C_1 и C_2 их обкладки соединяют попарно друг с другом (рис. 1.103). Под ёмкостью батареи понимают отношение за-

ряда, сообщённого батарее, к разности потенциалов между обкладками конденсаторов. Разность потенциалов U при параллельном соединении одинакова для обоих конденсаторов. Заряд же батареи равен:

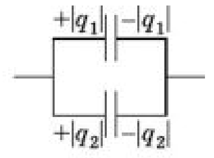


Рис. 1.103

$$q = q_1 + q_2,$$

где q_1 — заряд первого конденсатора, а q_2 — второго. Ёмкость батареи равна:

$$C = \frac{q}{U} = \frac{q_1}{U} + \frac{q_2}{U}.$$

Так как

$$C_1 = \frac{q_1}{U} \text{ и } C_2 = \frac{q_2}{U},$$

то

$$C = C_1 + C_2. \qquad (1.26.1)$$

При параллельном соединении конденсаторов их общая ёмкость равна сумме ёмкостей отдельных конденсаторов.

Если параллельно соединены n конденсаторов, то

$$C = \sum_{i=1}^{N} C_i. \qquad (1.26.2)$$

Последовательное соединение конденсаторов

Схема последовательного соединения двух конденсаторов изображена на рисунке 1.104. В этом случае отрицательно заряженная обкладка первого конденсатора соединена с положительно заряженной второго. Заряды обоих конденсаторов одинаковы. Действительно, если заряд крайней обкладки первого конденсатора равен $+|q|$, то на противоположной обкладке вследствие электростатической индукции появится заряд $-|q|$. Так как проводник между конденсаторами и соединяемые им обкладки в целом нейтральны, то заряд внутренней обкладки второго конденсатора равен $+|q|$.

φ_1 | $+|q|$ | $-|q|$ | φ' | $+|q|$ | $-|q|$ | φ_2

Рис. 1.104

Ёмкость батареи из последовательно соединённых конденсаторов

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2},$$

где φ_1 и φ_2 — потенциалы крайних обкладок. Ёмкости отдельных конденсаторов равны:

$$C_1 = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi'} \text{ и } C_2 = \frac{q}{\varphi' - \varphi_2},$$

где φ' — потенциал внутренних обкладок.

Найдём сумму величин, обратных ёмкостям конденсаторов:

$$\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{\varphi_1 - \varphi'}{q} + \frac{\varphi' - \varphi_2}{q} = \frac{1}{C}.$$

Следовательно, при последовательном соединении конденсаторов величина, обратная ёмкости батареи, равна сумме величин, обратных ёмкостям отдельных конденсаторов:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}. \qquad (1.26.3)$$

В общем случае для n конденсаторов справедливо равенство:

$$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i}. \qquad (1.26.4)$$

Ёмкость батареи последовательно соединенных конденсаторов меньше ёмкости конденсатора с минимальной ёмкостью в батарее.

Конденсаторы различных типов соединяют параллельно или последовательно. Это позволяет получить батареи конденсаторов различной ёмкости.

§ 1.27. ЭНЕРГИЯ ЗАРЯЖЕННЫХ КОНДЕНСАТОРОВ И ПРОВОДНИКОВ. ПРИМЕНЕНИЯ КОНДЕНСАТОРОВ

Для того чтобы зарядить конденсатор, нужно совершить работу по разделению положительных и отрицательных зарядов. Согласно закону сохранения энергии эта работа равна энергии, приобретаемой конденсатором.

В том, что заряженный конденсатор, как и любая другая система заряженных тел, обладает энергией, можно убедиться, если к пластинам заряженного конденсатора большой ёмкости подключить лампочку карманного фонарика. На короткое время она вспыхнет.

Энергия плоского конденсатора

Выведем формулу для энергии плоского конденсатора. Напряжённость поля, созданного зарядом одной из пластин, равна $\frac{E}{2}$, где E — напряжённость поля в конденсаторе (см. § 1.25). В однородном поле одной пластины находится заряд q, распределённый по поверхности другой пластины (рис. 1.105). Согласно формуле (1.18.4) для потенциальной энергии заряда в однородном поле энергия конденсатора равна:

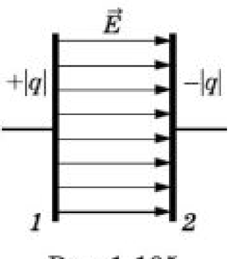


Рис. 1.105

$$W_p = q\frac{E}{2}d, \qquad (1.27.1)$$

где q — заряд конденсатора, а d — расстояние между пластинами[1].

Так как $Ed = U$, где U — разность потенциалов между обкладками конденсатора, то его энергия равна:

$$W_p = \frac{qU}{2}. \qquad (1.27.2)$$

Эта энергия равна работе, которую совершит электрическое поле при сближении пластин вплотную.

Заменив в формуле (1.27.2) либо разность потенциалов, либо заряд с помощью выражения (1.25.1) для ёмкости конденсатора, получим:

$$W_p = \frac{qU}{2} = \frac{q^2}{2C} = \frac{CU^2}{2}. \qquad (1.27.3)$$

Энергия произвольного конденсатора

Формулы (1.27.3) справедливы для энергии любого конденсатора, а не только плоского. Докажем это, используя более общий метод вычисления энергии.

---

[1] Формула (1.18.4) справедлива для энергии точечного заряда в однородном поле. Но заряд на пластине можно мысленно разделить на малые элементы Δq. Энергия каждого элемента равна: $\Delta W_p = \Delta q\frac{Ed}{2}$. Суммируя эти энергии, получим формулу (1.27.1).

Зарядку конденсатора в принципе можно осуществить так. Будем постепенно малыми порциями $-\Delta q$ переносить отрицательный заряд с одной пластины на другую. При этом конденсатор будет заряжаться, а электрическое поле внутри него совершать работу. Если порция заряда $-\Delta q$ мала, то можно считать, что напряжение $U = \varphi_1 - \varphi_2$ между его пластинами во время переноса заряда не меняется. Тогда работа ΔA, согласно формуле (1.19.8), равна:

$$\Delta A = -\Delta q U. \qquad (1.27.4)$$

Так как $U = \frac{q}{C}$, то

$$\Delta A = -\frac{1}{C} q \Delta q. \qquad (1.27.5)$$

Изменение энергии конденсатора в соответствии с формулой (1.17.1) равно:

$$\Delta W_p = -\Delta A = \frac{1}{C} q \Delta q. \qquad (1.27.6)$$

Поле совершает отрицательную работу ($\Delta A < 0$), а потенциальная энергия растет ($\Delta W_p > 0$).

На графике зависимости $\frac{q}{C}$ от q (рис. 1.106) приращение энергии ΔW_p численно равно площади прямоугольника $abcd$ со сторонами $\frac{q}{C}$ и Δq. Полное изменение энергии (W_p) при возрастании заряда от нуля до q численно равно площади треугольника OBD, т. е. $\frac{OD \cdot DB}{2}$.

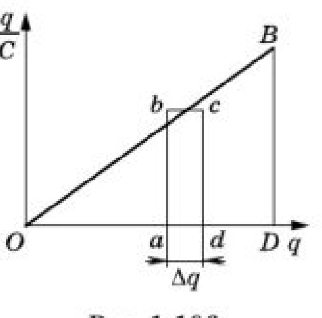


Рис. 1.106

Следовательно,

$$W_p = \frac{q^2}{2C}.$$

Это выражение совпадает с формулой (1.27.3) для энергии плоского конденсатора, выраженной через заряд и ёмкость. При данном выводе было совершенно несущественно, что конденсатор — плоский.

Энергия заряженного проводника

Любой заряженный проводник, подобно заряженному конденсатору, обладает энергией[1].

Будем заряжать проводник, перемещая к нему из бесконечности электрический заряд малыми порциями Δq. Все дальнейшие рассуждения подобны использованным выше для вычисления энергии конденсатора.

При перемещении заряда Δq электрическое поле проводника совершает работу

$$\Delta A = \Delta q(\varphi_\infty - \varphi), \qquad (1.27.7)$$

где φ — потенциал проводника, имеющего заряд q. Потенциал на бесконечности считаем равным нулю ($\varphi_\infty = 0$). Тогда

$$\Delta A = -\Delta q\varphi = -\frac{q\Delta q}{C}, \qquad (1.27.8)$$

где C — ёмкость проводника. В результате энергия заряженного проводника

$$W_p = \frac{q^2}{2C} = \frac{q\varphi}{2} = \frac{C\varphi^2}{2}. \qquad (1.27.9)$$

В отличие от формул (1.27.3) здесь φ — потенциал проводника (вместо напряжения U), а C — ёмкость уединённого тела, а не конденсатора.

Энергия электрического поля

Согласно теории близкодействия вся энергия заряженных тел сконцентрирована в электрическом поле этих тел. Значит, энергия может быть выражена через основную характеристику поля — напряжённость.

Выразим энергию в СИ через напряжённость поля для частного случая плоского конденсатора. Подставим в формулу для энергии конденсатора $W_p = \frac{CU^2}{2}$ значение ёмкости плоского конденсатора в СИ [см. формулу (1.25.3)] и выразим разность потенциалов в этой формуле через напряжённость поля: $U = Ed$. Тогда энергия конденсатора будет равна:

$$W_p = \frac{CU^2}{2} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}\frac{E^2 d^2}{2} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} Sd. \qquad (1.27.10)$$

---

[1] Конечно, энергией обладает и заряженный диэлектрик, но вычислить его энергию сложно. Для проводника это сделать нетрудно, так как все его точки имеют одинаковый потенциал.

Разделив выражение (1.27.10) на объём Sd, занятый полем, получим энергию, приходящуюся на единичный объём, т. е. плотность энергии:

$$w_e = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2}. \quad (1.27.11)$$

В абсолютной системе единиц ёмкость плоского конденсатора определяется формулой (1.25.4). Поэтому плотность энергии

$$w_e = \frac{\varepsilon E^2}{8\pi}. \quad (1.27.12)$$

Самым замечательным в выражении для плотности энергии является то, что в нём не осталось никаких следов того частного примера (плоский конденсатор), который мы рассматривали. Как всегда в физике, это означает, что выражения (1.27.11) и (1.27.12) справедливы не только для однородного поля плоского конденсатора, но и в любом другом случае. Более того, полученные выражения для плотности энергии оказываются справедливыми и для электрических полей, меняющихся со временем.

Применения конденсаторов

Энергия конденсатора обычно не очень велика — не более сотен джоулей. К тому же она не сохраняется долго из-за неизбежной утечки заряда. Поэтому заряженные конденсаторы не могут заменить, например, аккумуляторы в качестве источников электрической энергии.

Но это совсем не означает, что конденсаторы как накопители энергии не получили практического применения. Они имеют одно важное свойство. Конденсатор может накапливать энергию более или менее длительное время, а при разрядке его через цепь малого сопротивления он отдаёт энергию почти мгновенно. Вот это свойство и используют широко на практике.

Лампа-вспышка, например, применяемая в фотографии, питается электрическим током разрядки конденсатора, заряжаемого предварительно специальной батареей. Возбуждение квантовых источников света — лазеров осуществляется с помощью газоразрядной трубки, вспышка которой происходит при разрядке батареи конденсаторов большой ёмкости.

Однако основное применение конденсаторы находят в радиотехнике. Конденсаторы используются в различных элек-

трических цепях для получения определённого изменения напряжения за счёт изменения заряда. Причём конденсаторы большой ёмкости способны накапливать или отдавать большой заряд без значительного изменения напряжения.

Энергия конденсатора пропорциональна его электрической ёмкости и квадрату напряжения между пластинами. Вся эта энергия сосредоточена в электрическом поле. Плотность энергии поля пропорциональна квадрату напряжённости поля.

? **1.** При последовательном соединении конденсаторов ёмкость батареи меньше ёмкости отдельных конденсаторов. Существуют ли другие причины, кроме уменьшения ёмкости, заставляющие прибегать к последовательному соединению конденсаторов?

2. Некоторые типы бумажных конденсаторов состоят из нескольких полосок алюминиевой фольги, переложенных парафинированной бумагой. Один из выводов такого конденсатора присоединён ко всем чётным полоскам фольги, другой — ко всем нечётным. В целом устройство можно рассматривать как батарею соединённых конденсаторов. Последовательным или параллельным является такое соединение?

3. Два конденсатора разной ёмкости соединены параллельно. Какой из них обладает большей энергией?

4. Почему энергия заряда в поле равна $q\varphi$, а энергия заряженного проводника равна $\frac{q\varphi}{2}$?

5. Два точечных заряда создают в малой области пространства поля с напряжённостями $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$. Равна ли энергия поля в этой области сумме энергий полей первого и второго зарядов?

6. Какое свойство конденсаторов позволяет широко использовать их на практике?

§ 1.28. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Электрическая ёмкость — последняя тема главы «Электростатика». При решении задач на эту тему могут потребоваться все сведения, полученные при изучении электростатики: сохранение электрического заряда, понятия напряжённости поля и потенциала, поведение проводников в электростатическом поле, изменение напряжённости поля в диэлектриках, закон сохранения энергии применительно

к электростатическим явлениям. Только при хорошем усвоении всех основных понятий электростатики решение задач на электрическую ёмкость не вызовет особых затруднений.

Основными формулами при решении задач на ёмкость являются следующие: формула (1.24.2) — определение ёмкости, формула (1.24.3) — ёмкость уединённого шара, выражения для ёмкости плоского конденсатора (1.25.3) и сферического конденсатора (1.25.7), а также формулы для определения ёмкости батареи конденсаторов при последовательном и параллельном их соединении (1.26.4) и (1.26.2).

Надо знать ещё формулы (1.27.3) и (1.27.9) для энергии заряженного конденсатора и заряженного уединённого тела.

Задача 1

Два одинаковых металлических шарика радиусом r расположены в вакууме на расстоянии d друг от друга, причём $d \gg r$. Шарики заряжены одинаковыми по модулю и противоположными по знаку зарядами. Какова электрическая ёмкость системы, образованной шариками?

Решение. Искомая ёмкость равна отношению заряда q одного из шариков к разности потенциалов между ними:

$$C = \frac{q}{U}.$$

Найдем U. Потенциал φ_1 первого шарика, несущего заряд $+q$, складывается из его собственного потенциала $\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$ и потенциала в поле второго шарика, равного $-\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 d}$ (см. задачу 16 § 1.23).

Следовательно,

$$\varphi_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q}{r} - \frac{q}{d}\right).$$

Аналогично потенциал второго шарика

$$\varphi_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(-\frac{q}{r} + \frac{q}{d}\right).$$

Отсюда разность потенциалов

$$U = \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{2q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{d}\right).$$

Поскольку $d \gg r$, то с большой степенью точности можно считать, что

$$U = \frac{2q}{4\pi\varepsilon_0 r}.$$

Следовательно,

$$C = 2\pi\varepsilon_0 r.$$

Задача 2

Найдите ёмкость C конденсатора, площадь пластин которого S и расстояние между ними l, если в конденсатор вставлена металлическая пластина толщиной d, параллельная его обкладкам (рис. 1.107).

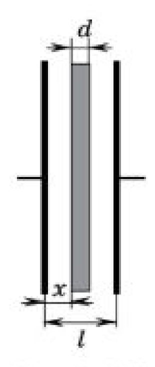


Рис. 1.107

Решение. Конденсатор со вставленной в него пластиной можно рассматривать как два последовательно соединенных конденсатора. Ёмкость первого из них $C_1 = \frac{\varepsilon_0 S}{x}$, где x — расстояние от одной из обкладок до пластины. Ёмкость второго конденсатора $C_2 = \frac{\varepsilon_0 S}{l - d - x}$. При последовательном соединении электрическая ёмкость батареи определяется уравнением:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{l - d}{\varepsilon_0 S}.$$

Следовательно,

$$C = \frac{\varepsilon_0 S}{l - d}.$$

Ёмкость не зависит от положения пластины. При очень тонкой пластине ($d \to 0$) ёмкость конденсатора не зависит от наличия пластины.

Задача 3

В плоский конденсатор с расстоянием d между обкладками вводится диэлектрическая пластина, толщина которой $d_1 < d$. Определите ёмкость конденсатора с диэлектрической пластиной. Диэлектрическая проницаемость материала пластины ε. Площадь пластины и каждой обкладки конденсатора S.

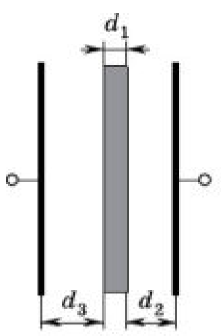


Рис. 1.108

Решение. Если в плоский конденсатор внести очень тонкую проводящую пластину, параллельную обкладкам, то на её поверхностях появятся заряды противоположных знаков, равные по модулю. При этом ёмкость конденсатора не изменяется (см. задачу 2). Поэтому можно считать, что на поверхностях диэлектрической пластины нанесены тонкие проводящие слои. В этом случае образуются три последовательно соединённых конденсатора с ёмкостями $C_1 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d_1}$, $C_2 = \frac{\varepsilon_0 S}{d_2}$ и $C_3 = \frac{\varepsilon_0 S}{d_3}$, где d_2 и d_3 — расстояния между поверхностями диэлектрической пластины и обкладками, причём $d_2 + d_3 = d - d_1$ (рис. 1.108). Ёмкость C батареи из трёх конденсаторов определяется из формулы

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} = \frac{1}{\varepsilon_0 S}\left(\frac{d_1}{\varepsilon} + d_2 + d_3\right).$$

Отсюда

$$C = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S}{\varepsilon d + d_1(1 - \varepsilon)}.$$

Задача 4

На рисунке 1.109 изображена батарея конденсаторов. Их ёмкости равны $C_1 = C$, $C_2 = 2C$, $C_3 = 3C$, $C_4 = 6C$. Изменится ли ёмкость батареи, если между точками A и B включить конденсатор с ёмкостью $C_5 = 8C$?

Решение. Обозначим потенциалы на зажимах батареи φ_1 и φ_2, а в точках A и B соответственно φ_3 и φ_4.

Так как конденсаторы *C1* и *C3* соединены последовательно, то их заряды одинаковы, т. е.

$$C_1(\varphi_1 - \varphi_3) = C_3(\varphi_3 - \varphi_2). \qquad (1.28.1)$$

Аналогично

$$C_2(\varphi_1 - \varphi_4) = C_4(\varphi_4 - \varphi_2). \qquad (1.28.2)$$

Разделив почленно равенство (1.28.1) на равенство (1.28.2) и учитывая, что, согласно условию задачи,

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{C_3}{C_4},$$

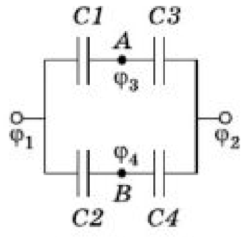


Рис. 1.109

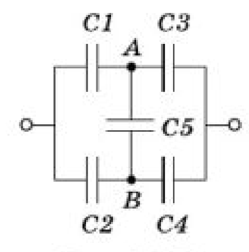


Рис. 1.110

получим:

$$\frac{\varphi_1 - \varphi_3}{\varphi_1 - \varphi_4} = \frac{\varphi_3 - \varphi_2}{\varphi_4 - \varphi_2}.$$

Отсюда найдем, что $\varphi_3 = \varphi_4$, т. е. точки A и B имеют одинаковые потенциалы. Поэтому если включить какой-либо конденсатор между точками A и B (рис. 1.110), то он не зарядится и, следовательно, не повлияет на ёмкость системы.

Схема, подобная схеме, изображённой на рисунке 1.110, называется мостовой. Конденсаторы *C1* и *C2*, *C3* и *C4* называются плечами моста. Обратите внимание, что если ёмкости плеч моста пропорциональны $\left(\frac{C_1}{C_2} = \frac{1}{2} \text{ и } \frac{C_3}{C_4} = \frac{1}{2}\right)$, то точки A и B имеют одинаковые потенциалы. Конденсатор *C5* не заряжается, и его из схемы можно удалить (см. рис. 1.109).

Задача 5

Найдите ёмкость батареи конденсаторов, изображённой на рисунке 1.111. Ёмкость каждого конденсатора равна C.

Решение. Данная схема соединения конденсаторов эквивалентна схеме, изображённой на рисунке 1.112. В этом можно убедиться, проверив, что каждый из конденсаторов соединён с источником и с другими конденсаторами точно так же,

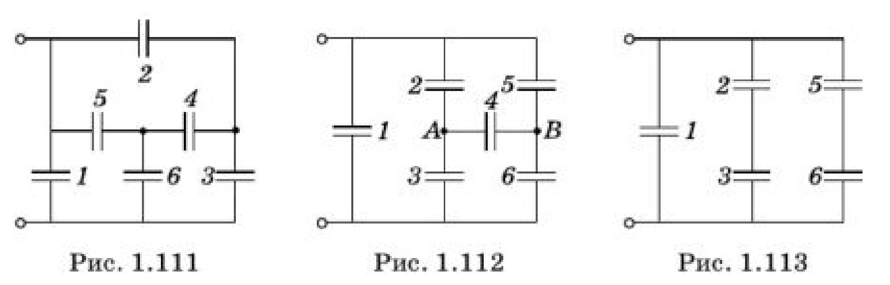


Рис. 1.111　　Рис. 1.112　　Рис. 1.113

как в исходной схеме. Вследствие равенства ёмкостей всех конденсаторов разность потенциалов между точками A и B равна нулю. Поэтому конденсатор *4* можно исключить (см. задачу 4). В результате получится схема, изображённая на рисунке 1.113. Она состоит из трёх параллельных ветвей, две из которых содержат по два последовательно включённых конденсатора. Общая ёмкость системы

$$C = C_1 + \frac{C_2C_3}{C_2 + C_3} + \frac{C_5C_6}{C_5 + C_6} = 2C.$$

Задача 6

Два маленьких шарика радиусом r несут заряды q_1 и q_2, различные по модулю, но одинаковые по знаку. Шарики первоначально находятся на расстоянии l друг от друга. Один из шариков закреплён. Второй шарик, удаляясь под действием электростатических сил, приобретает максимальную кинетическую энергию W_{k1}. Если перед началом движения второго шарика оба шарика на некоторое время были соединены проводником, то второй шарик, удаляясь, приобретает максимальную кинетическую энергию $W_{k2} > W_{k1}$. Определите количество теплоты, выделившееся в проводнике при соединении шариков, и выясните, за счёт какой энергии выделяется эта теплота и увеличивается кинетическая энергия второго шарика.

Решение. Согласно закону сохранения энергии в первом случае

$$W_{k01} + W_{p01} + W_{0c} = W_{k1} + W_{p1} + W_{1c},$$

где W_{k01} и $W_{p01} + W_{0c}$ — начальные, а W_{k1} и $W_{p1} + W_{1c}$ — конечные значения кинетической и потенциальной энергий системы двух шариков. Причём W_{p01} и W_{p1} — потенциальные энергии взаимодействия шариков, а W_{0c} и W_{1c} — их суммарные собственные энергии, одинаковые по модулю. Считая потенциальную энергию взаимодействия при бесконечно большом расстоянии между шариками равной нулю и учитывая, что $W_{k01} = 0$, получим:

$$W_{k1} = W_{p01} = \frac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon_0 l}.$$

После соединения проводником заряды шариков становятся одинаковыми и равными $q = \frac{q_1 + q_2}{2}$. Начальная потен-

циальная энергия шариков изменяется. Кинетическая энергия второго шарика на бесконечности теперь равна:

$$W_{k2} = W_{p02} = \frac{(q_1 + q_2)^2}{16\pi\varepsilon_0 l}.$$

Нетрудно видеть, что действительно $W_{k2} > W_{k1}$. Кроме того, в проводнике выделяется количество теплоты Q. Однако, разумеется, полная энергия должна сохраняться. Увеличение кинетической энергии и выделение теплоты во втором случае происходит за счёт уменьшения собственной потенциальной энергии заряженных шариков при их соединении.

С учётом собственной энергии шариков конечную энергию в первом случае можно представить в виде

$$W_1 = W_{k1} + W_{1c},$$

где $W_{1c} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1^2}{2r} + \frac{q_2^2}{2r}\right)$ — собственная энергия шариков.

Конечную энергию во втором случае запишем так:

$$W_2 = W_1 = W_{k2} + W_{2c} + Q,$$

где

$$W_{2c} = 2\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\left(\frac{q_1 + q_2}{2}\right)^2}{2r} = \frac{(q_1 + q_2)^2}{16\pi\varepsilon_0 r}.$$

Количество выделенной теплоты равно:

$$Q = W_{1c} + W_{k1} - W_{2c} - W_{k2} = \frac{(q_1 - q_2)^2}{16\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{l}\right).$$

Упражнение 4

1. Пластины заряженного конденсатора попеременно заземляются. Будет ли при этом конденсатор разряжаться?

2. Плоский конденсатор, расстояние между обкладками которого $d_1 = 10$ мм, зарядили до разности потенциалов $U_1 = 100$ В, а затем отключили от сети. Определите разность потенциалов U_2 между обкладками конденсатора, если их раздвинули до расстояния $d_2 = 20$ мм.

3. Определите ёмкость конденсатора, площадь пластин которого равна S, а расстояние между пластинами d, если пластины погружены вертикально в жидкий диэлектрик

до середины. Диэлектрическая проницаемость диэлектрика равна ε.

4. В конденсатор ёмкостью C_0 внесли диэлектрическую пластинку с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 2$. Пластинку расположили так, как указано на рисунке 1.114. Определите, во сколько раз изменилась ёмкость конденсатора при внесении в него пластинки. Площадь пластинки в 2 раза меньше площади обкладки конденсатора, а её толщина в 2 раза меньше расстояния между обкладками.

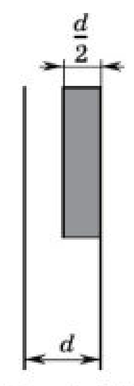


Рис. 1.114

5. Плоский конденсатор, пространство между пластинами которого заполнено керосином ($\varepsilon = 2$), расположен вертикально, заряжен и отключён от источника напряжения. Напряжённость электрического поля при этом в керосине $E = 20$ кВ/см. Из-за дефекта в корпусе конденсатора керосин начинает вытекать, а его место занимает воздух. Предельная напряжённость электрического поля в воздухе, при которой наступает электрический пробой (разряд), $E_{пр} = 30$ кВ/см. Какая доля δ керосина вытечет из конденсатора к моменту пробоя конденсатора?

6. Оцените приближённо электрическую ёмкость тела человека.

7. Найдите ёмкость металлического шара радиусом r, окружённого прилегающим концентрическим слоем диэлектрика с внешним радиусом R и диэлектрической проницаемостью ε.

8. К пластинам плоского конденсатора, находящимся на расстоянии $d = 1$ см друг от друга, приложена разность потенциалов $U = 300$ В. В пространство между пластинами помещается плоскопараллельная пластина из стекла толщиной $d_1 = 0{,}3$ см и плоскопараллельная пластина из парафина толщиной $d_2 = 0{,}7$ см. Найдите напряжения между поверхностями стеклянной и парафиновой пластин. Диэлектрические проницаемости стекла и парафина соответственно равны $\varepsilon_1 = 6$ и $\varepsilon_2 = 2{,}6$.

9. Определите ёмкость конденсатора с трёхслойным диэлектриком, диэлектрические проницаемости слоёв равны ε_1, ε_2, ε_3 (рис. 1.115). Толщина каждого диэлектрика (слоя) равна d. Площадь пластин S.

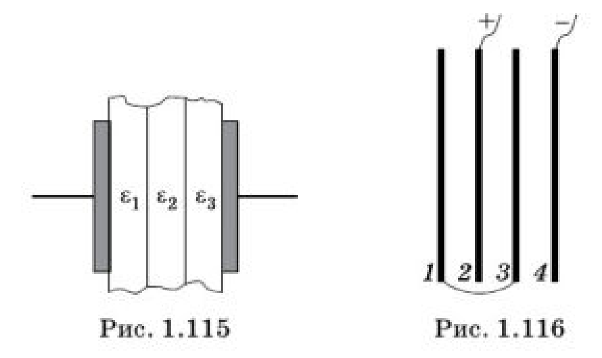


Рис. 1.115 Рис. 1.116

10. Четыре одинаковые металлические пластины расположены в воздухе на равных расстояниях d друг от друга (d мало по сравнению с размерами пластин). Площадь каждой из пластин равна S. Пластина *1* соединена проводником с пластиной *3*, а от пластин *2* и *4* сделаны выводы (рис. 1.116). Определите ёмкость C такого конденсатора.

11. Определите ёмкость C батареи конденсаторов, схематически изображённой на рисунке 1.117. У каждого конденсатора указано значение его ёмкости, выраженное в микрофарадах.

12. Из проволоки сделан куб, в каждое ребро которого включено по одному конденсатору ёмкостью C (рис. 1.118). Найдите ёмкость получившейся батареи конденсаторов, если она включается в цепь проводниками, присоединёнными к вершинам A и B куба.

13. Имеется N точек в пространстве. Между каждой парой точек включён конденсатор ёмкостью C. Найдите ёмкость

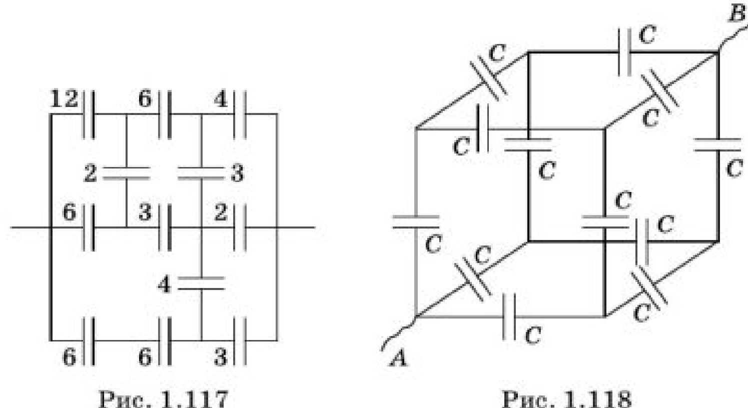


Рис. 1.117 Рис. 1.118

образовавшейся батареи конденсаторов, если она включается в цепь выводами, присоединёнными к двум произвольным точкам.

14. Плоский конденсатор ёмкостью $C = 15$ пФ зарядили до разности потенциалов $U = 100$ В, затем отключили от источника и погрузили полностью в жидкий диэлектрик ($\varepsilon = 1{,}5$). Определите изменение энергии конденсатора ΔW_p.

15. Три конденсатора ёмкостью $C = 1$ мкФ каждый соединены последовательно. Конденсаторы зарядили и отключили от источника. Заряд этой батареи $q = 10^{-4}$ Кл. Затем пространство между обкладками одного из конденсаторов заполнили диэлектриком с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 2$. Найдите энергию, запасённую в электрическом поле этих конденсаторов, и напряжение на зажимах батареи после заполнения диэлектриком одного из конденсаторов.

16. Энергия заряженного плоского конденсатора, заполненного диэлектриком, равна $W_p = 2 \cdot 10^{-5}$ Дж. После отключения конденсатора от источника напряжения диэлектрик из конденсатора вынули, совершив при этом работу $A = 7 \cdot 10^{-5}$ Дж. Найдите диэлектрическую проницаемость диэлектрика.

17. Сделаем в пластинах плоского конденсатора два малых отверстия — одно напротив другого. Пусть через одно из отверстий в заряженный конденсатор влетает с небольшой начальной скоростью частица так, чтобы электрическое поле конденсатора ускоряло её (рис. 1.119). Проле-

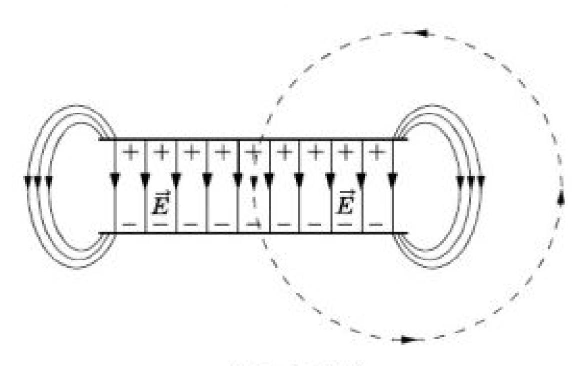


Рис. 1.119

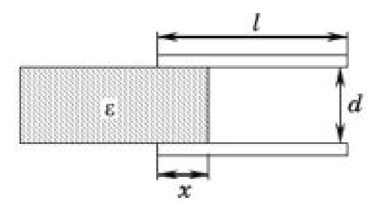


Рис. 1.120

тев через конденсатор, частица вылетает из другого отверстия, приобретая дополнительную энергию $\Delta W_p = qU$, где q — заряд частицы, а U — разность потенциалов на пластинах конденсатора. Теперь с помощью магнитного поля направление движения частицы изменяется таким образом, чтобы она снова влетела через первое отверстие в конденсатор (см. рис. 1.119). (В главе 4 вы узнаете, что сила, действующая со стороны магнитного поля на движущуюся заряженную частицу, не совершает работы.) При повторном пролёте через конденсатор частица вновь приобретает дополнительную энергию ΔW_p, в следующем цикле — еще ΔW_p и т. д. Получается циклический ускоритель, который не нуждается в источнике энергии! Где ошибка в приведённых рассуждениях?

18. Два конденсатора ёмкостью C_1 и C_2 заряжены до разности потенциалов U_1 и U_2 ($U_1 \neq U_2$). Докажите, что при параллельном соединении этих конденсаторов их общая энергия уменьшается. Объясните, почему происходит уменьшение энергии.

19. Две прямоугольные пластины длиной l и площадью S расположены параллельно друг другу на расстоянии d (плоский конденсатор). Пластины заряжены до разности потенциалов U. В пространство между пластинами втягивается диэлектрик с диэлектрической проницаемостью ε. Толщина диэлектрика равна d, его ширина равна ширине пластин, а длина больше l (рис. 1.120). Трение отсутствует. Найдите зависимость силы, действующей на диэлектрик со стороны поля, от расстояния x.

20. Решите задачу 19 при условии, что разность потенциалов между пластинами поддерживается постоянной и равной U.

1. Выполните проект «Электроёмкость человека».
2. Подготовьте историко-технический обзор «Эволюция технологии производства диэлектрических материалов для конденсаторов». Данный обзор должен содержать информацию о том, как развитие технологии производства диэлектрических материалов повлияло на изменение технических характеристик конденсаторов.
3. Выявите общее и различное между понятиями «конденсатор» и «конденсация», используя различные виды анализа (например, морфологический анализ).

* * *

Мы потратили довольно много времени на изучение электричества, а рассмотрели лишь простейший частный случай неподвижных заряженных тел — электростатику. Может быть, не стоило уделять электростатике такое большое внимание? Нет, стоило! Мы ввели важнейшие понятия, используемые во всей электродинамике: «электрический заряд», «электрическое поле», «потенциал» и «разность потенциалов», «электрическая ёмкость», «энергия электрического поля». На простом частном случае выяснить суть этих фундаментальных понятий не так трудно, как в общем случае движущихся зарядов.

Теперь перейдём к изучению электромагнитных процессов, наблюдаемых при движении заряженных частиц.

Глава 2

ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК

Неподвижные электрические заряды редко используются на практике. Для того чтобы заставить электрические заряды служить нам, их нужно привести в движение — создать электрический ток. Электрический ток освещает квартиры, приводит в движение станки, создаёт радиоволны, циркулирует во всех электронно-вычислительных машинах.
Мы начнём с наиболее простого случая движения заряженных частиц — рассмотрим постоянный электрический ток.

§ 2.1. ЧТО ТАКОЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК?

Дадим строгое определение тому, что называют электрическим током. Выясним, какие действия вызывает электрический ток.

Упорядоченное движение заряженных частиц

В предыдущей главе мы рассматривали разнообразные явления, связанные с электрически заряженными телами, находящимися в равновесии (в покое). Однако наибольший практический интерес имеет движение заряженных частиц.

Упорядоченное (направленное) движение заряженных частиц называют электрическим током.

Электрический ток существует лишь тогда, когда происходит перенос электрических зарядов с одного места в другое. Если заряженные частицы совершают беспорядочное те-

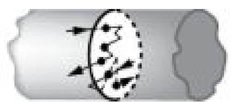


Рис. 2.1

Рис. 2.2

пловое движение, как, например, свободные электроны в куске металла, то переноса заряда не происходит (рис. 2.1). Электрический заряд перемещается через поперечное сечение проводника в определённую сторону лишь в том случае, если наряду с беспорядочным движением электроны участвуют в упорядоченном движении заряженных частиц (рис. 2.2). В этом случае говорят, что в проводнике устанавливается электрический ток.

Электрический ток возникает не только при упорядоченном движении свободных электронов в металле, но и при упорядоченном движении положительных и отрицательных ионов в водных растворах и расплавах электролитов (солей, кислот, щелочей), ионов и электронов в газах, при падении заряженных капель дождя, при движении заряженного эбонитового стержня и т. д.

Однако если перемещать нейтральное в целом тело, то, несмотря на упорядоченное движение огромного числа электронов и атомных ядер, электрический ток не возникнет, так как полный (суммарный) заряд, переносимый через любое сечение, будет равен нулю. Электрический ток существует лишь в том случае, когда имеет место движение нескомпенсированного (избыточного) положительного или отрицательного заряда.

Следует ясно себе представлять, что́ такое упорядоченное движение заряженных частиц. При упорядоченном движении заряженные частицы могут участвовать и в тепловом движении, т. е. двигаться хаотически. На беспорядочные смещения частиц накладываются перемещения в каком-либо определённом направлении. Грубо упорядоченное движение заряженных частиц можно уподобить облаку беспорядочно толкущейся мошкары, которое перемещается в определённом направлении под действием ветра.

Направление электрического тока

Электрическому току приписывают определённое направление. *За направление тока принимают направление движения положительно заряженных частиц. Поэтому если ток образован движением отрицательно заряженных час-*

тиц, то направление тока считают противоположным направлению движения частиц. Такой выбор направления тока не очень удачен, так как в большинстве случаев ток представляет собой движение электронов — отрицательно заряженных частиц. Выбор направления тока был сделан в то время, когда о свободных электронах в металлах ещё ничего не знали.

Действия тока

Движение заряженных частиц в проводнике мы не видим. Однако о наличии электрического тока можно судить по различным явлениям, которые вызывает электрический ток. Такие явления называются действиями электрического тока.

Во-первых, *проводник, по которому течёт ток, нагревается.* Это **тепловое действие тока**. Именно благодаря тепловому действию тока происходит нагрев спирали в электроплитке, утюге, раскаляется добела вольфрамовая нить в электрической лампочке. Однако соединительные провода в электрических цепях почти не нагреваются током. Причина этого будет объяснена в § 2.9.



Во-вторых, *электрический ток может изменять химический состав проводника*. Это **химическое действие тока.** Например, при прохождении тока через раствор медного купороса из раствора выделяется медь, а при прохождении тока через подкисленную воду она разлагается на водород и кислород.



В-третьих, ток оказывает **магнитное действие**. Расположенная вдоль проводника с током магнитная стрелка поворачивается перпендикулярно проводнику (рис. 2.3) (это впервые было обнаружено датским физиком X. Эрстедом в 1820 г.). Если изолированную проволоку намотать на железный гвоздь, то он становится магнитом и притягивает железные опилки (рис. 2.4). Магнитное действие тока лежит





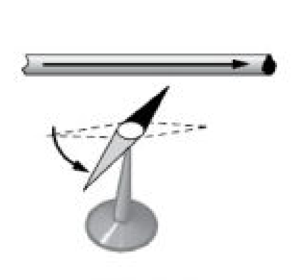


Рис. 2.3

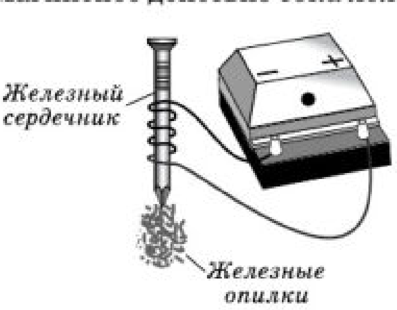


Рис. 2.4

в основе работы электрических двигателей, генераторов, трансформаторов, электрических измерительных приборов и т. д.

Магнитное действие тока в отличие от теплового и химического действия является о с н о в н ы м, так как оно сопровождает ток всегда, без каких-либо исключений. Химическое действие имеет место лишь при прохождении тока через растворы или расплавы электролитов, а нагревание током отсутствует при прохождении его через сверхпроводники (см. § 2.6).

Упорядоченное движение заряженных частиц мы непосредственно не наблюдаем. О наличии электрического тока судят по его действиям: тепловому, химическому и магнитному.

? Будет ли отклоняться магнитная стрелка, если в опыте Эрстеда вместо металлического провода использовать проводник другой природы (например, трубку, наполненную проводящим раствором)?

§ 2.2. ПЛОТНОСТЬ ТОКА. СИЛА ТОКА

Количественно электрический ток характеризуется векторной величиной — плотностью электрического тока $\vec{j}$ и скалярной величиной — силой тока I.

Плотность тока

Введём понятие плотности электрического тока для наиболее простого случая упорядоченного движения одинаковых заряженных частиц. Выделим в среде, в которой существует ток, очень малый объём в форме прямого цилиндра с площадью основания ΔS (рис. 2.5). Цилиндр ориентирован так, что его основания перпендикулярны скорости упорядоченного движения частиц $\vec{\upsilon}$. Под скоростью упорядоченного движения частиц в малом объёме ΔV (но содержащем много частиц) мы понимаем отношение геометрической суммы скоростей частиц к числу их в этом объёме:

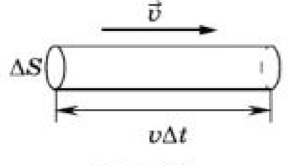


Рис. 2.5

$$\vec{\upsilon} = \frac{\sum_{i=1}^{N} \vec{\upsilon}_i}{N}.$$

Средняя скорость хаотически движущихся частиц равна нулю.

Высота цилиндра пусть равна пути $v\Delta t$, проходимому частицами за время Δt. Здесь v — модуль скорости упорядоченного движения частиц. Тогда все заряженные частицы, находящиеся внутри цилиндра, за время Δt пересекут правое основание цилиндра с площадью ΔS. Если концентрация заряженных частиц в среде n, то за время Δt через сечение с площадью ΔS будет перенесён заряд $\Delta q = q_0 n v \Delta t \Delta S$, где q_0 — заряд отдельной частицы.

Вектором плотности тока $\vec{j}$ называют вектор, направление которого совпадает с направлением скорости упорядоченного движения положительно заряженных частиц, а модуль равен отношению заряда, переносимого за время Δt через сечение площадью ΔS, расположенное перпендикулярно к скорости движения, к произведению $\Delta S \cdot \Delta t$:

$$\vec{j} = q_0 n \vec{v}, \tag{2.2.1}$$

или

$$\vec{j} = \rho \vec{v}, \tag{2.2.2}$$

где $\rho = q_0 n$ — пространственная плотность свободных носителей электрического заряда.

В случае движения отрицательно заряженных частиц ($q_0 < 0$) векторы $\vec{j}$ и $\vec{v}$ направлены противоположно друг другу. Если среда однородна, то модуль плотности тока численно равен электрическому заряду, переносимому в единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную скорости $\vec{v}$.

Сила тока

Вектор плотности тока представляет собой локальную (или дифференциальную) характеристику тока: он определяет переносимый заряд через малую площадку в проводящей среде и направление движения заряженных частиц. Введем теперь полную для всего сечения характеристику тока — с и л у т о к а[1].

---

[1] Термин «сила тока» нельзя считать удачным, так как слово «сила», применяемое к току, не имеет никакого отношения к понятию «сила» в механике. Но термин «сила тока» был введён давно и утвердился в науке.

Силой тока называют отношение заряда Δq, переносимого через поперечное сечение проводника площадью S за промежуток времени Δt, к этому промежутку:

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t}. \qquad (2.2.3)$$

Формула (2.2.3) выражает среднее за время Δt значение силы тока.

Сила тока в данный момент — мгновенная сила тока — представляет собой предел отношения электрического заряда Δq, прошедшего через поперечное сечение проводника за малый промежуток времени Δt, к этому промежутку при Δt, стремящемуся к нулю:

$$I_{\text{мгн}} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta t}. \qquad (2.2.4)$$

Если за любые равные между собой промежутки времени через поперечное сечение проводника проходят одинаковые заряды, т. е. если сила тока не изменяется с течением времени, то электрический ток называют **постоянным.** *Сила постоянного тока численно равна заряду, проходящему через поперечное сечение проводника за* 1 с:

$$I = \frac{q}{t}. \qquad (2.2.5)$$

Сила тока, подобно заряду, может быть как положительной, так и отрицательной. Знак силы тока зависит от того, какое из направлений вдоль проводника принято за положительное. Сила тока $I > 0$, если направление тока совпадает с условно выбранным положительным направлением вдоль проводника. В противном случае $I < 0$.

Сила тока однозначно выражается через плотность тока. В частном случае при равномерном распределении плотности тока по сечению проводника сила тока

$$I = j_n S, \qquad (2.2.6)$$

где $j_n = j\cos\alpha$ — проекция вектора плотности тока на нормаль $\vec{v}$ к плоскости сечения проводника, а S — площадь этого сечения (рис. 2.6). Направление нормали $\vec{n}$ совпадает с условно выбранным направлением обхода. Знак силы тока определяется знаком косинуса угла α между направлением век-

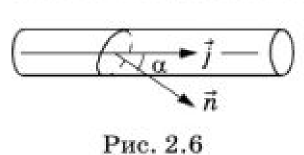


Рис. 2.6

тора плотности тока $\vec{j}$ и направлением нормали $\vec{n}$. Если направления векторов $\vec{j}$ и $\vec{v}$ совпадают, то $\alpha = 0$ и сила тока

$$I = jS = |q_0| nvS \qquad (2.2.7)$$

выражается положительным числом.

Таким образом, *сила тока в проводнике прямо пропорциональна заряду, переносимому каждой частицей, концентрации частиц, скорости их направленного движения и площади поперечного сечения проводника.*

Единицы силы тока и плотности тока

В абсолютной системе единиц за единицу силы тока принимается сила постоянного тока, при которой через поперечное сечение проводника в каждую секунду протекает заряд, равный одной абсолютной электростатической единице заряда:

$$1 \text{ ед. тока СГСЭ} = \frac{1 \text{ ед. заряда СГСЭ}}{1 \text{ с}},$$

или короче

$$1 \text{ СГСЭ}_I = 1 \frac{\text{СГСЭ}_q}{\text{с}}.$$

Единица плотности тока в этой системе единиц равна:

$$1 \text{ СГСЭ}_j = 1 \text{ СГСЭ}_I/\text{см}^2.$$

В Международной системе единиц единица силы тока является не производной, а основной. Эту единицу, называемую ампером (А), устанавливают на основе магнитного взаимодействия токов (см. § 4.7).

В предыдущей главе единица заряда — кулон была введена как произведение 1 А на 1 с: 1 Кл = 1 А · с. Отсюда следует, что

$$1 \text{ А} = 1 \text{ Кл/с}.$$

Так как 1 Кл = $3 \cdot 10^9$ СГСЭ$_q$, то

$$1 \text{ А} = 3 \cdot 10^9 \text{ СГСЭ}_I.$$

Единица плотности тока в СИ

$$1 \text{ А/м}^2 = \frac{3 \cdot 10^9 \text{ СГСЭ}_I}{10^4 \text{ см}^2} = 3 \cdot 10^5 \text{ СГСЭ}_j.$$

Скорость упорядоченного движения электронов в металлическом проводнике

Найдём скорость упорядоченного перемещения электронов в металлическом проводнике. Согласно формуле (2.2.1),

$$v = \frac{j}{|q_0|n}. \qquad (2.2.8)$$

Для металлического проводника заряд $|q_0|$, переносимый каждой частицей, — это заряд электрона: $|q_0| = e$. Следовательно,

$$v = \frac{j}{en}. \qquad (2.2.9)$$

Число электронов в 1 м^3 меди (объёмная концентрация электронов n) равно числу атомов в этом объёме, так как один из валентных электронов каждого атома меди коллективизирован и является свободным. Поэтому

$$n = \frac{N}{V} = \frac{mN_A}{MV} = \frac{\rho N_A}{M}, \qquad (2.2.10)$$

где $\rho = 8900$ кг/м^3 — плотность меди, $M = 0{,}0635$ кг/моль — её молярная масса, а $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$ — постоянная Авогадро.

Подставляя в формулу (2.2.9) выражение для объёмной концентрации электронов n, получим:

$$v = \frac{jM}{e\rho N_A}. \qquad (2.2.11)$$

Если для плотности тока j взять максимально допустимое её значение для медного провода $j = 10^7$ А/м^2, то для скорости упорядоченного движения электронов в медном проводнике получим:

$$v = \frac{10^7 \text{ А/м}^2 \cdot 0{,}0635 \text{ кг/моль}}{1{,}6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} \cdot 8900 \text{ кг/м}^3 \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}} = 7{,}4 \cdot 10^{-4} \text{ м/с}.$$

Скорость направленного движения электронов при прохождении электрического тока по медному проводнику оказалась неожиданно малой. Она намного меньше средней скорости их теплового движения. Неожиданно потому, что при повороте выключателя лампочка вспыхивает сразу, а ведь при такой скорости электроны не успеют дойти от выключа-

теля до лампочки. В следующем параграфе мы увидим, в чём здесь дело.

Наиболее детальной (локальной) характеристикой тока является вектор плотности тока.
Скорость заряженных частиц (электронов) в проводниках вашей квартиры очень мала — около 0,1 мм/с.

? Что принимают за направление вектора плотности тока?

§ 2.3. ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ ПРОВОДНИКА С ТОКОМ

Что необходимо для создания электрического тока в проводнике? Есть ли в проводнике электрическое поле и как оно может возникнуть?

Условия возникновения и поддержания электрического тока

Для возникновения и поддержания электрического тока необходимы два условия:

1) *наличие свободных заряженных частиц* (*носителей заряда*). Такими носителями заряда[1] в металлах и полупроводниках являются электроны, в растворах электролитов — положительные и отрицательные ионы, в газах — электроны и ионы;

2) *нужны еще какие-то причины, вызывающие упорядоченное движение этих частиц*. Если, например, мы хотим в вакууме обеспечить упорядоченное движение электронов в определённом направлении, им необходимо хотя бы в начале движения сообщить скорость. Если дальше на пути движения электронов не встретится никаких препятствий, они будут двигаться по инерции с этой начальной скоростью.

В веществе заряженным частицам двигаться упорядоченно в определённом направлении труднее. Например, электроны, обеспечивающие электрический ток в металлическом проводнике, могут сталкиваться с ионами кристаллической решетки; взаимодействие между ионами раствора электролита и нейтральными молекулами приводит к силам «тре-

---

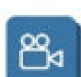
[1] Подробнее об этом будет рассказано в главе «Электрический ток в различных средах».

ния» между ними; упорядоченному движению заряженных частиц в газе мешают столкновения с другими заряженными или нейтральными частицами газа и т. д. Чтобы все эти помехи не прекратили упорядоченного, дрейфового движения заряженных частиц, **необходима сила, действующая на частицы в определённом направлении.**

На заряженные частицы, как мы знаем, действует электрическое поле с силой $\vec{F} = q\vec{E}$. **Обычно именно электрическое поле внутри проводника служит причиной, вызывающей и поддерживающей упорядоченное движение заряженных частиц.** Только в статическом случае, когда заряды покоятся, электрическое поле внутри проводника равно нулю.

Если внутри проводника имеется электрическое поле, то между концами проводника существует разность потенциалов. Когда разность потенциалов не меняется во времени, в проводнике устанавливается постоянный ток. Устройства, создающие и поддерживающие разность потенциалов на концах проводника, называются источниками тока или генераторами.

Вдоль проводника, по которому течёт постоянный электрический ток, потенциал уменьшается от максимального значения на одном конце проводника до минимального — на другом. Это уменьшение потенциала можно обнаружить на простом опыте.



В качестве проводника можно использовать бумажную (телеграфную) ленту, на поверхность которой наносится мягким графитом равномерный проводящий слой по всей длине. Собирают установку (рис. 2.7). Один конец ленты присо-

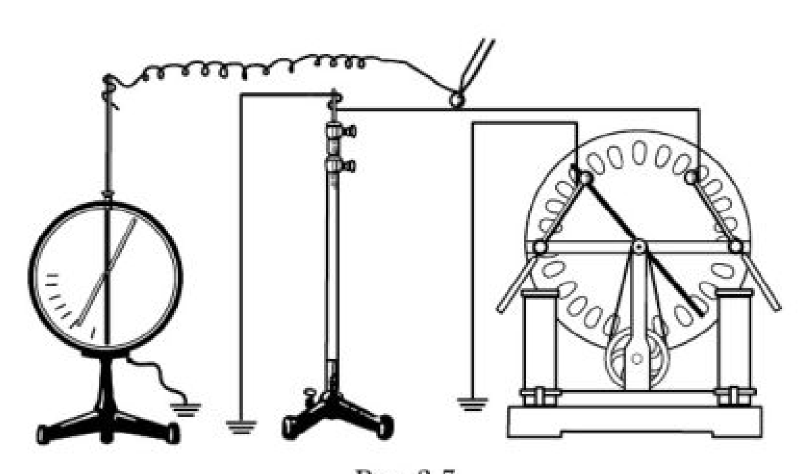


Рис. 2.7

единяют к полюсу (кондуктору) электрофорной машины, ленту натягивают и другой её конец закрепляют под винтовой зажим на изолирующем штативе.

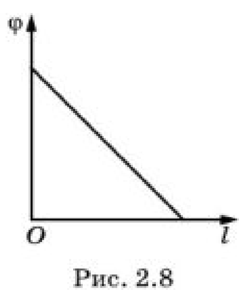


Рис. 2.8

При отсутствии тока (конец ленты на изолирующем штативе ни с чем не соединён) лента имеет одинаковый потенциал по всей её длине. В этом легко убедиться, если пробным шариком, соединённым с электрометром, корпус которого заземлён, касаться ленты в разных её точках. Показания электрометра, измеряющего потенциал проводника относительно земли, при этом будут одинаковыми.

Заземлим теперь один конец ленты, соединённый с зажимом штатива, и снова будем измерять потенциалы в различных точках ленты. Результаты измерений теперь показывают, что эти потенциалы оказываются неодинаковыми, т. е. поверхность проводника, по которому течёт ток, не является поверхностью равного потенциала (эквипотенциальной). У полюса электрофорной машины показания электрометра максимальны, а по мере приближения к штативу наблюдается постепенное уменьшение значения потенциала, и у штатива оно доходит до нуля. Изменение потенциала вдоль проводника графически представлено на рисунке 2.8.

Электрическое поле внутри проводника с током

Проводникам с током можно придавать самую разнообразную форму. Провода можно намотать на катушку, согнуть под любым углом и т. д. При этом с помощью амперметра (прибора для измерения силы тока) можно обнаружить, что сила тока в проводнике не зависит от его формы.

Если не меняется сила тока в проводнике, то, согласно соотношению (2.2.7), не меняется и скорость направленного движения электронов в проводнике. Во всех сечениях проводника одного и того же диаметра она одинакова. Но скорость упорядоченного движения электронов зависит от силы, действующей на них, т. е. от напряжённости электрического поля внутри проводника. Значит, *напряжённость поля во всех сечениях проводника должна быть одинаковой по модулю и не меняться при изменении формы проводника.*

Линии напряжённости электрического поля внутри проводника параллельны его поверхности (оси проводника). Они не могут пронизывать поверхность проводника из-

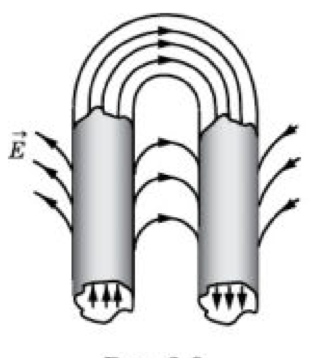


Рис. 2.9

нутри и при любой форме проводника повторяют его изгибы (рис. 2.9). Если бы линии напряжённости пронизывали поверхность проводника изнутри, то вектор $\vec{E}$ имел бы составляющую, перпендикулярную поверхности проводника. Заряженные частицы двигались бы к поверхности и накапливались на ней. Созданное этими зарядами поле неизбежно влияло бы на движение заряженных частиц, и сила тока не могла оставаться постоянной.

Электрическое поле вне проводника с током

Линии напряжённости электростатического поля вне проводника перпендикулярны его поверхности, и поверхность проводника эквипотенциальна. Вдоль проводника с током, как мы видели, потенциал меняется. Поэтому есть составляющая напряжённости $\vec{E}$, направленная вдоль проводника. В результате линии напряжённости $\vec{E}$ поля вне проводника располагаются под углом к его поверхности. В этом можно убедиться на опыте (см. рис. 2.7). На верхний провод подвешивают легкую стрелку — индикатор так, чтобы она могла свободно поворачиваться вдоль проводника. При отсутствии тока стрелка располагается перпендикулярно заряженному проводу. Если верхний и нижний провода соединить, то пойдёт ток и стрелка установится не перпендикулярно, а под некоторым углом к проводу, указывая на изменение направления линий напряжённости $\vec{E}$.

В отличие от внутреннего поля внешнее поле имеет более сложную структуру. Оно зависит от формы проводника, расположения источника тока и окружающих тел.

Как образуется электрическое поле внутри и вне проводника с током?

Электрическое поле создаётся электрическими зарядами. Следовательно, на полюсах источника тока или втулках розетки в вашей квартире обязательно скапливаются заряды противоположного знака. Это, в свою очередь, означает, что внутри источника тока (батареи или генератора электростан-

ции) происходят процессы[1], благодаря которым заряженные частицы приходят в движение.

Но ведь заряженные частицы на полюсах батареи не могут создать электрическое поле в проводнике протяжённостью в сотни километров, например в телеграфной линии Москва — Санкт-Петербург? Конечно, не могут! Это поле появляется в результате того, что при замыкании цепи почти сразу же на всей поверхности проводника возникает поверхностный заряд. Плотность поверхностного заряда постепенно уменьшается по мере удаления от источника тока.

Как же образуется поверхностный заряд на проводнике с током? В первый момент после замыкания цепи электрическое поле появляется только на концах проводника. Оно вызывает смещение электронов в проводнике по всем направлениям (рис. 2.10). На рисунке 2.10 схематично изображена отрицательная клемма К источника тока и сечение присоединённого к ней конца металлического провода. Штрихом показаны некоторые линии напряжённости поля клеммы в первый момент после присоединения к ней провода, а стрелками — силы, действующие со стороны этого поля на свободные электроны провода, находящиеся в точках *1*, *2*, *3*, ... В результате электрон, находящийся в точке *1*, начинает двигаться вдоль оси проводника. Электроны *2*, *3*, *4*, *5* смещаются также вдоль проводника, но одновременно перемещаются к его поверхности и скапливаются на ней. Перемещение электронов вдоль провода представляет собой зарождение тока. Перемещение же электронов в направлении к поверхности провода продолжается до тех пор, пока они не

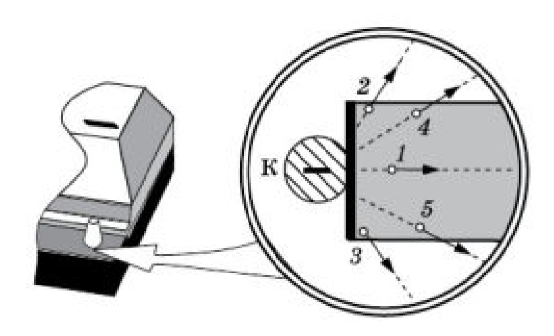


Рис. 2.10

[1] Что это за процессы, будет выяснено в дальнейшем (см. § 2.11—2.13).

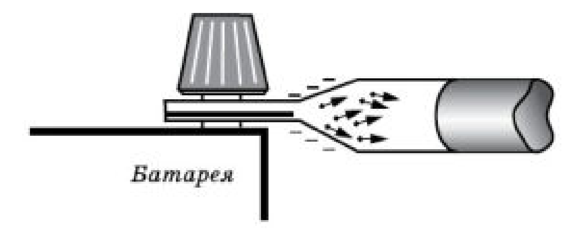


Рис. 2.11

достигнут её и не образуют на проводе поверхностный заряд (рис. 2.11). Этот поверхностный заряд создаёт достаточно сильное поле в следующем участке проводника. Там процесс повторится: произойдёт смещение зарядов вдоль проводника, образование поверхностных зарядов и, значит, создание электрического поля на следующем участке проводника. Этот процесс будет распространяться со скоростью, близкой к скорости света (300 000 км/с), пока вдоль всей поверхности проводника не появится поверхностный заряд.

Теперь понятно, почему, несмотря на очень малые скорости упорядоченного движения электронов (см. § 2.2), электрический ток устанавливается почти сразу же после замыкания цепи длиной в сотни километров. Это происходит потому, что через очень малый промежуток времени во всём проводнике и вокруг него возникает электрическое поле.

Процесс установления электрического тока в проводнике напоминает процесс установления течения воды в трубе. Когда поршень насоса начнет двигаться, то благодаря наличию стенок трубы жидкость сильно сжимается и импульс давления в ней распространяется по трубе со скоростью нескольких сотен метров в секунду. Поэтому почти сразу же все частички воды в трубе придут в движение под действием сил давления. Скорость же движения самих частичек воды невелика: несколько десятков сантиметров в секунду.

Стационарное электрическое поле

Электрическое поле в проводнике с током создают поверхностные заряды. При постоянной силе тока кулоновское электрическое поле поверхностных зарядов внутри и вне проводника не меняется с течением времени подобно электростатическому полю неподвижных зарядов. Такое поле называется с т а ц и о н а р н ы м.

Поле не меняется со временем вследствие того, что поверхностная плотность зарядов, создающих это поле, остаётся неизменной.

Электрический ток может быть получен в веществе, в котором имеются свободные заряженные частицы. Чтобы они пришли в движение, нужно создать в проводнике электрическое поле. Это электрическое поле называется стационарным. Оно потенциально, как и электростатическое поле, но в отличие от статического поля может существовать внутри проводника.

? 1. Покажите, что вдоль проводника с постоянным током потенциал уменьшается от максимального значения на одном конце проводника до минимального — на другом.
2. Какие заряды создают электрическое поле внутри проводника с током и где эти заряды находятся?

§ 2.4. ЗАКОН ОМА ДЛЯ УЧАСТКА ЦЕПИ. СОПРОТИВЛЕНИЕ ПРОВОДНИКА

Вы уже изучали закон Ома. Этот закон прост, но столь важен, что его необходимо повторить. Кроме того, установим дифференциальную форму закона Ома.

Вольт-амперная характеристика

В предыдущем параграфе было установлено, что упорядоченное движение свободных заряженных частиц в проводнике вызывается электрическим полем. В случае постоянного тока это поле представляет собой потенциальное стационарное поле. Разность потенциалов между концами проводника определяет силу тока в нём: $I = f(\varphi_1 - \varphi_2)$. Эта зависимость называется вольт-амперной характеристикой проводника. Установление её играет первостепенную роль при изучении явлений, связанных с прохождением тока.

Закон Ома

Наиболее простой вид имеет вольт-амперная характеристика металлических проводников и растворов электролитов.

Впервые (для металлов) её установил немецкий учёный Георг Ом в 1826 г., поэтому зависимость силы тока от напряжения носит название закона Ома.

Георг Ом начал свои опыты по установлению зависимости между силой тока в проводнике и разностью потенциалов на его концах в 20-х гг. XIX в. Ом экспериментировал с проволоками разной длины, разной толщины (будучи сыном слесаря, он знал, как вытягивать металлическую проволоку разной толщины для своих опытов), изготовленными из разных металлов, и даже проводил опыты при различной температуре, варьируя каждый фактор поочерёдно как все настоящие учёные. Батареи в те времена были ещё очень слабые, они создавали непостоянный ток. Поэтому Ом пользовался в качестве источника тока термопарой[1], один из спаев которой был помещён в пламя. Он использовал грубый магнитный амперметр, а разности потенциалов изменял путём изменения температуры или числа термоспаев.



Теоретические выводы и экспериментальные результаты были изложены Омом в опубликованной в 1826 г. книге. Однако они не нашли понимания. Метод грубого экспериментирования по заранее намеченному плану казался малопривлекательным в эпоху увлечения философией. Признание пришло лишь 23 года спустя после выхода книги. В 1849 г. Ом получил должность профессора Мюнхенского университета.



Ом Георг Симон (1789—1854) — выдающийся немецкий физик. Работал школьным учителем. Открыл закон зависимости силы тока от напряжения на участке цепи, а также закон, определяющий силу тока в замкнутой цепи. Кроме того, Ом нашёл зависимость сопротивления проводника от длины и площади его поперечного сечения.

---

[1] Если спаять концы двух проводников из разных металлов, например из висмута и меди, и нагреть один из спаев, оставляя другой холодным, то в такой цепи возникает электрический ток. Этот ток называется *термоэлектрическим*, а два соединённых разнородных проводника, дающих такой ток, называются *термоэлементом* или *термопарой*.



Рис. 2.12

На рисунке 2.12 изображён участок цепи *1*, *2*. Условимся считать положительным направление слева направо. Тогда напряжение (разность потенциалов) на рассматриваемом участке равно $U = \varphi_1 - \varphi_2$, где φ_1 — потенциал в точке *1* (в начале участка), а φ_2 — потенциал в точке *2* (в конце участка). Если $\varphi_1 > \varphi_2$, то $U > 0$ и ток течёт в направлении от точки *1* к точке *2*, так как в эту сторону направлены линии напряжённости электрического поля внутри проводника. Следовательно, и сила тока I тоже положительна ($I > 0$).

Ом экспериментально установил прямую пропорциональную зависимость между силой тока и напряжением:

$$I \sim U. \qquad (2.4.1)$$

Эта зависимость справедлива как для металлов, так и для растворов (расплавов) электролитов.

Зависимость (2.4.1) можно записать в виде равенства

$$I = G(\varphi_1 - \varphi_2) = GU. \qquad (2.4.2)$$

Это равенство и называется законом Ома для участка цепи. Здесь G — коэффициент пропорциональности, значение которого не зависит от напряжения на концах проводника и от силы тока в нём. Коэффициент пропорциональности зависит от самого проводника и поэтому является его характеристикой. Этот коэффициент называют проводимостью проводника.

Таким образом, закон Ома для участка цепи содержит проверенное на опыте утверждение о том, что сила тока прямо пропорциональна разности потенциалов; одновременно он содержит определение проводимости проводника. Закон Ома можно сформулировать так: **сила тока в проводнике прямо пропорциональна проводимости проводника и напряжению (разности потенциалов) на его концах.**

Величину, обратную проводимости проводника

$$R = \frac{1}{G},$$

называют электрическим сопротивлением или просто сопротивлением. Следовательно, сопротивление тоже является характеристикой проводника. Исторически сложилось, что именно *сопротивление считается основной электрической характеристикой проводника.*

Если проводимость G выразить через сопротивление $\left(G = \frac{1}{R}\right)$, то формула (2.4.2) примет вид:

$$\boxed{I = \frac{U}{R}.} \qquad (2.4.3)$$

Выражение (2.4.3) представляет собой другую формулировку закона Ома для участка цепи: **сила тока в цепи прямо пропорциональна напряжению на её участке и обратно пропорциональна сопротивлению этого участка.**

Следует иметь в виду, что закон Ома в форме (2.4.3) или (2.4.2) справедлив только для участка цепи, в котором нет источника тока[1].

Закон Ома имеет очень простую форму, но доказать экспериментально его справедливость довольно трудно. Дело в том, что разность потенциалов на участке металлического проводника даже при большой силе тока мала, так как мало сопротивление проводника. Электрометр, о котором шла речь в § 1.21, непригоден для измерения столь малых напряжений: его чувствительность слишком мала. Нужен несравненно более чувствительный прибор, например электростатический вольтметр. Применение же обычных приборов для измерения напряжения — вольтметров — основано на использовании закона Ома. Принцип действия вольтметра такой же, как и амперметра: угол поворота стрелки прибора пропорционален силе тока. Сила тока, проходящего по вольтметру, согласно закону Ома, определяется напряжением между точками цепи, к которым он подключён. Поэтому, зная сопротивление вольтметра, можно по силе тока определить напряжение. На практике прибор сразу градуируют в единицах напряжения.

Закон Ома является эмпирическим, а не фундаментальным законом природы. Однако он выполняется весьма точно в широких пределах для металлов. В этом случае закон Ома практически справедлив для любых постоянных напряжений, при применении которых проводник не плавится.

Менее широки рамки применения закона Ома для растворов (и расплавов) электролитов и сильно ионизованных газов — плазмы. При больших напряжениях он перестаёт выполняться.

---

[1] Как формулируется закон Ома для участка цепи, в котором имеется источник тока, будет рассказано в § 2.15.

Сопротивление

Закон Ома определяет новую электрическую характеристику проводника — сопротивление. От этой величины зависит сила тока в проводнике при заданном напряжении. Сопротивление проводника представляет собой как бы меру противодействия проводника установлению в нём электрического тока. Сопротивление проводника можно определить с помощью закона Ома (2.4.3):

$$R = \frac{U}{I}. \qquad (2.4.4)$$

Сопротивление равно отношению разности потенциалов на концах проводника к силе тока в нём.

Единицы сопротивления

В абсолютной системе единиц за единицу сопротивления принимают сопротивление проводника, в котором при напряжении на его концах в одну электростатическую единицу напряжения сила тока равна одной электростатической единице силы тока:

$$1\ \text{СГСЭ}_R = \frac{1\ \text{СГСЭ}_U}{1\ \text{СГСЭ}_I}.$$

Единицей сопротивления в СИ является ом. 1 Ом — *сопротивление проводника, в котором при напряжении на его концах в* 1 В *сила тока в нём равна* 1 А.

$$1\ \text{Ом} = \frac{\frac{1}{300}\ \text{СГСЭ}_U}{3 \cdot 10^9\ \text{СГСЭ}_I} = \frac{1}{9 \cdot 10^{11}}\ \text{СГСЭ}_R.$$

Заметим, что термин «сопротивление» употребляют в двух смыслах:

во-первых, электрическое сопротивление — это величина, определяющая силу тока при заданном напряжении. В этом смысле, например, говорят: лампа накаливания обладает сопротивлением 400 Ом или провод имеет сопротивление 0,5 Ом;

во-вторых, р е з и с т о р о м (или сопротивлением) называют устройство, предназначенное для включения в электрическую цепь с целью регулирования, уменьшения или ограничения тока цепи. Таким устройством может служить, например, реостат для регулирования силы тока в цепи пу-

тём изменения сопротивления. Резисторы широко применяются в радиоприёмниках, телевизорах и других устройствах. Условное обозначение резистора показано на рисунке 2.12.

Удельное сопротивление

Сопротивление зависит от материала проводника и его геометрических размеров. Опыт показывает, что при неизменной температуре сопротивление однородного проводника постоянного сечения прямо пропорционально его длине l и обратно пропорционально площади S поперечного сечения проводника:

$$R \sim \frac{l}{S}. \qquad (2.4.5)$$

Введём коэффициент пропорциональности и запишем последнюю зависимость в виде равенства

$$R = \rho \frac{l}{S}. \qquad (2.4.6)$$

Коэффициент пропорциональности ρ численно равен сопротивлению проводника единичной длины и единичного поперечного сечения и называется у д е л ь н ы м с о п р о т и в л е н и е м проводника. Удельное сопротивление зависит от рода вещества и его состояния (в первую очередь от температуры).

Из формулы (2.4.6) находим:

$$\rho = \frac{RS}{l}.$$

Отсюда видно, что единицей удельного сопротивления в СИ является

$$\frac{1\ \text{Ом} \cdot 1\ \text{м}^2}{1\ \text{м}} = 1\ \text{Ом} \cdot \text{м}.$$

Ом-метр равен удельному сопротивлению проводника площадью поперечного сечения 1 м^2 и длиной 1 м, имеющего сопротивление 1 Ом.

Удельное сопротивление металлов мало. Например, удельное сопротивление обычной технической меди при 20 °С равно $1{,}72 \cdot 10^{-8}$ Ом · м. Механическая и термическая обработка заметно влияет на электрическое сопротивление металлов. Так, после холодной протяжки удельное сопротивление медной проволоки возрастает до $1{,}77 \cdot 10^{-8}$ Ом · м.

Ещё поразительнее зависимость сопротивления от наличия ничтожных примесей. Тщательная очистка уменьшает удельное сопротивление меди при температуре 20 °С до $1{,}69 \cdot 10^{-8}$ Ом · м. Но достаточно добавить к меди 1% марганца, чтобы удельное сопротивление её возросло до $4{,}8 \cdot 10^{-8}$ Ом · м, т. е. почти в 3 раза! Примерно так же влияют на удельное сопротивление добавки железа, кобальта, иридия и др.

У сплавов, содержащих примеси в значительном количестве, сопротивление очень велико. Удельное сопротивление этих сплавов в несколько раз больше, чем у каждой из составных частей. Так, константан, состоящий из 60% меди и 40% никеля, имеет удельное сопротивление $4{,}4 \cdot 10^{-7}$ Ом · м, в то время как у чистой меди оно равно $1{,}7 \cdot 10^{-8}$ Ом · м, а у никеля — $7{,}2 \cdot 10^{-8}$ Ом · м[1].

«Королём» подобных сплавов можно назвать нихром, удельное сопротивление которого около 10^{-6} Ом · м. Недаром он нашёл такое широкое применение в нагревательных приборах.

Диэлектрики обладают очень большим, но конечным удельным сопротивлением. Так, удельное сопротивление фарфора 10^{13} Ом · м.

В таблице 3 приведены примеры значений удельного сопротивления некоторых веществ.

Величина, обратная удельному сопротивлению проводника, называется **удельной проводимостью** и обозначается буквой γ:

$$\gamma = \frac{1}{\rho}.$$

Таблица 3

Вещество	Удельное сопротивление при температуре 20 °С, Ом · м
Серебро	$1{,}6 \cdot 10^{-8}$
Медь	$1{,}8 \cdot 10^{-8}$
Графит	$3 \cdot 10^{-8}$
Вольфрам	$5{,}5 \cdot 10^{-8}$

[1] Все данные здесь приведены для температуры 20 °С.

Окончание табл.

Вещество	Удельное сопротивление при температуре 20 °C, Ом · м
10%-й водный раствор NaCl	0,08
Кремний	10^3
Вода (химически чистая)	10^6
Фарфор	10^{13}

Единица удельной проводимости $(\text{Ом} \cdot \text{м})^{-1}$. Через удельную проводимость сопротивление проводника выражается так:

$$R = \frac{1}{\gamma}\frac{l}{S}. \qquad (2.4.7)$$

Закон Ома в дифференциальной форме

Закон Ома в форме (2.4.3) связывает силу тока в проводнике с напряжением на его концах и сопротивлением проводника. Используя её, можно найти связь между плотностью тока $\vec{j}$, удельной проводимостью γ и напряжённостью поля $\vec{E}$.

Рассмотрим цилиндрический проводник длиной l и площадью поперечного сечения S (рис. 2.13). В нём устанавливается однородное стационарное поле с линиями напряжённости, параллельными оси проводника (см. § 2.3). Поэтому разность потенциалов на концах проводника связана с напряжённостью поля соотношением:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = El. \qquad (2.4.8)$$

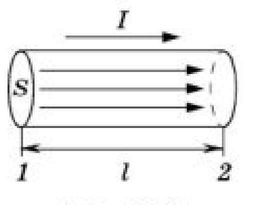


Рис. 2.13

Силу тока при равномерном распределении плотности тока можно представить так:

$$I = jS. \qquad (2.4.9)$$

Подставив выражения (2.4.7), (2.4.8) и (2.4.9) в закон Ома (2.4.3), получим:

$$j = \gamma E.$$

Вектор плотности тока $\vec{j}$ в каждой точке совпадает по направлению с вектором напряжённости $\vec{E}$ электрического поля внутри проводника. Поэтому

$$\vec{j} = \gamma \vec{E}. \qquad (2.4.10)$$

Это и есть закон Ома в дифференциальной (локальной) форме, так как связывает три величины — $\vec{j}$, γ, $\vec{E}$ — в одной точке проводника.

Мы получили закон Ома в форме (2.4.10) для частного случая однородного цилиндрического проводника. В действительности же он справедлив для проводников любой формы, как однородных, так и неоднородных.

Закон Ома — основа всей электротехники постоянных токов. Формулу $I = \frac{U}{R}$ надо хорошо осознать и запомнить.

? Как доказать справедливость закона Ома в дифференциальной форме для проводников любой формы, как однородных, так и неоднородных?

§ 2.5. ЗАВИСИМОСТЬ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ

Различные вещества имеют разные удельные сопротивления. Зависит ли сопротивление от состояния проводника, от его температуры? Ответ должен дать опыт.

Изменение температуры проводника вызывает изменение его сопротивления. Вот некоторые предварительные соображения.

С одной стороны, повышение температуры проводников приводит к увеличению числа столкновений упорядоченно движущихся заряженных частиц с частицами, составляющими проводник. В результате уменьшается средняя скорость направленного движения заряженных частиц, и соответственно уменьшается сила тока. Следовательно, увеличение температуры может привести к увеличению сопротивления.

С другой стороны, повышение температуры может привести к увеличению числа свободных заряженных частиц проводника в единице объёма (например, число ионов раствора

электролита растёт с повышением температуры). Это обстоятельство способствует увеличению силы тока. Следовательно, повышение температуры может привести и к уменьшению сопротивления проводника.

В зависимости от преобладания того или другого фактора с увеличением температуры сопротивление проводника может или увеличиваться (металлы), или уменьшаться (растворы электролитов, уголь), или оставаться практически неизменным (специальные сплавы).

Всё это подтверждается на опыте. Включим в цепь последовательно электрическую лампу и железную проволоку, свёрнутую спиралью. Нагревая спираль на горелке, мы увидим, что свечение лампы становится менее ярким. Если в цепь вместо лампы включить амперметр, то он покажет, что при нагревании железной спирали сила тока в цепи уменьшается. Отсюда следует, что при нагревании проволоки её сопротивление увеличивается. Точно таким же образом можно провести опыты с другими металлами, сплавами металлов, растворами электролитов.

Если при 0 °C сопротивление проводника равно R_0, а при температуре t оно равно R, то относительное изменение сопротивления, как показывает опыт, с большой степенью точности можно считать пропорциональным изменению температуры Δt:

$$\frac{R - R_0}{R_0} = \alpha \Delta t. \qquad (2.5.1)$$

Коэффициент пропорциональности α называют **температурным коэффициентом** сопротивления. Он характеризует зависимость сопротивления вещества от температуры. *Температурный коэффициент сопротивления численно равен относительному изменению сопротивления проводника при нагревании на* 1 К. Для всех металлических проводников $\alpha > 0$ и незначительно меняется с изменением температуры. Если интервал изменения температуры невелик, то температурный коэффициент можно считать постоянным и равным его среднему значению на этом интервале температур. У чистых (не имеющих примесей) металлов

$$\alpha \approx \frac{1}{\text{A}}\ \text{К}^{-1}.$$

У растворов электролитов $\alpha < 0$, так как с ростом температуры их сопротивление уменьшается. Например, для 10%-го раствора поваренной соли $\alpha = -0{,}02\ \text{К}^{-1}$.

Таблица 4

Вещество	Температурный коэффициент сопротивления, K^{-1}
Алюминий	$3{,}8 \cdot 10^{-3}$
Железо	$6{,}2 \cdot 10^{-3}$
Медь	$4{,}3 \cdot 10^{-3}$
Вольфрам	$4{,}5 \cdot 10^{-3}$
Ртуть (жидк.)	$9 \cdot 10^{-4}$
Константан (40% Ni, ≈ 60% Cu)	$2 \cdot 10^{-5}$
Нихром (20% Cr, 75% Ni, 5% Fe)	$1 \cdot 10^{-4}$
Фехраль (13% Cr, 4% Al, 1% Si, 0,7% Mn, остальное Fe)	$2 \cdot 10^{-4}$
Хромаль (25% Cr, 5% Al, 70% Fe)	$4 \cdot 10^{-5}$

Зависимость сопротивления металлов от температуры используется в термометрах сопротивления. Самый простой термометр сопротивления — это намотанная на слюдяную пластинку тонкая платиновая проволока (рис. 2.16), зависимость сопротивления которой от температуры хорошо известна. Термометр сопротивления приводят в тепловой контакт с телом, температуру которого желают измерить (например, помещают в печь), а концы обмотки включают в цепь. Измеряя сопротивление обмотки, можно определить температуру. Такие термометры позволяют измерять очень низкие и очень высокие температуры, когда обычные жидкостные термометры непригодны.

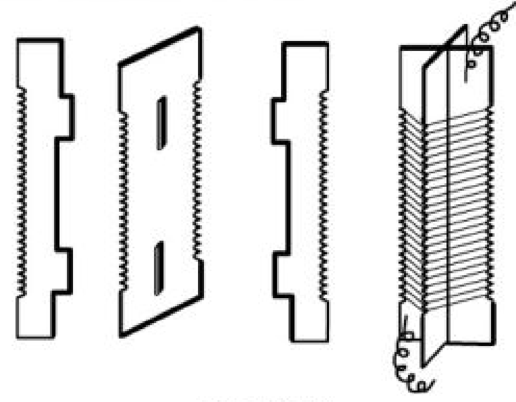


Рис. 2.16

Платиновыми термометрами можно измерять температуру от −200 до +600 °С с погрешностью до 0,0001 °С.

Удельное сопротивление металлов растёт линейно с увеличением температуры. У растворов электролитов оно уменьшается при увеличении температуры.

? 1. Объясните физический механизм зависимости электрического сопротивления от температуры.
2. Какие факторы влияют на изменение сопротивления при изменении температуры (ответ представьте в виде схемы)?
3. В каких областях техники, медицины необходимо учитывать зависимость электрического сопротивления от температуры?

§ 2.6. СВЕРХПРОВОДИМОСТЬ

Поведение вещества вблизи абсолютного нуля зачастую не имеет ничего общего с его поведением при обычных температурах. При низких температурах обнаруживаются многочисленные эффекты, которые при обычных условиях, как правило, оказываются замаскированными тепловым движением частиц. При температурах, близких к абсолютному нулю, наблюдается ***с в е р х п р о в о д и м о с т ь*** *— способность вещества пропускать ток, не оказывая ему ни малейшего сопротивления.*

Опыты Камерлинг-Оннеса

Открытие этого замечательного явления принадлежит выдающемуся голландскому учёному Гейке Камерлинг-Оннесу. Камерлинг-Оннес первым получил жидкий гелий (1908). Именно возможность работать при «гелиевых» температурах и позволила Камерлинг-Оннесу обнаружить сверхпроводимость.

В начале прошлого века существовали теории, которые давали совершенно противоположные предсказания относительно влияния низких температур на электропроводность.

С одной стороны, при понижении температуры колебания атомов в металлах становятся более слабыми и электроны сталкиваются с атомами реже. В результате проводимость возрастает и при $T = 0$ сопротивление должно стремиться к нулю.

С другой стороны, электроны проводимости при низких температурах теснее связываются с атомами, что приводит к бесконечно большому сопротивлению при $T = 0$.

Этот спор мог разрешить только опыт, который блестяще выполнил Камерлинг-Оннес. Сначала он измерял сопротивление платины при низких температурах. Полученные им результаты не укладывались в рамки существовавших теорий — при понижении температуры сопротивление платины приближалось к постоянному значению. Однако Камерлинг-Оннес обратил внимание на то, что сопротивление различных образцов при прочих равных условиях было тем меньше, чем чище оказывался металл. Отсюда он заключил, что существование сопротивления при $T \to 0$ К связано с наличием примесей в металле, и чистый металл при нулевой температуре должен обладать бесконечной проводимостью. Задача, таким образом, заключалась в исследовании возможно более чистого образца. Далее были проведены опыты с золотом, которое легче очистить от примесей, чем платину. При $T \to 0$ К удельное сопротивление золота оказалось меньше, чем у платины. Потом Камерлинг-Оннес обратился к исследованию ртути. Поскольку при обычной температуре ртуть находится в жидкой фазе, её путём последовательной перегонки (дистилляции) удаётся очень хорошо освободить от примесей.

Результаты экспериментов с ртутью оказались неожиданными. С понижением температуры удельное сопротивление ртути сначала плавно убывало, а при температуре 4,1 К (что несколько ниже температуры кипения жидкого гелия) резко падало и становилось неизмеримо малым. Примерная зависимость удельного сопротивления от температуры для ртути представлена на рисунке 2.17.

28 апреля 1911 г. Камерлинг-Оннес сообщил о результатах своих экспериментов Нидерландской Королевской академии. Открытое явление он назвал *сверхпроводимостью*.

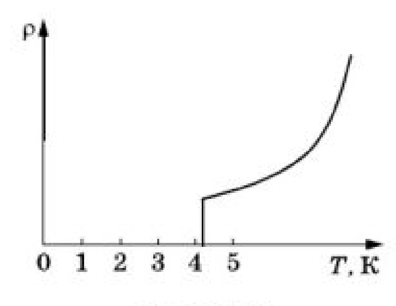


Рис. 2.17

После открытия сверхпроводимости Камерлинг-Оннес поставил перед собой задачу: выяснить, насколько малым становится сопротивление сверхпроводника. Для этой цели ему необходимо было научиться измерять очень малые удельные сопротивления. С этой задачей он блестяще справился. По результатам проведённых экспериментов Камерлинг-Оннес пришёл к выводу, что *сопротивление сверхпроводника равно нулю.*

Самое длительное зафиксированное до сих пор существование незатухающего тока в замкнутом сверхпроводнике — около двух лет. (Этот ток циркулировал бы гораздо дольше, если бы не перерыв в снабжении жидким гелием, вызванный забастовкой транспортных рабочих.) Даже спустя два года никакого уменьшения силы циркулирующего тока не было замечено, что позволяет с полным основанием считать сопротивление сверхпроводника равным нулю.

Но этот вывод относится только к постоянному току. Для переменных токов сопротивление сверхпроводников отлично от нуля.

Практическое применение сверхпроводимости обещало быть очень перспективным. Ведь сверхпроводящий электромагнит совсем не потребляет электроэнергию, и с его помощью можно было бы легко получить сильные магнитные поля. Получение сильного магнитного поля требует больших токов, что приводит к выделению огромного количества теплоты в обмотках электромагнита. Это обстоятельство и ограничивает возможность получения сильных магнитных полей. Применение сверхпроводников в трансформаторах, генераторах, электродвигателях, ускорителях и т. д. сулило огромные преимущества, с лихвой окупающие необходимость работать при «гелиевых» температурах.

Камерлинг-Оннес первым приступил к созданию сверхпроводящего магнита. Однако здесь его поджидало разочарование. В 1913 г. он обнаружил, что в магнитном поле, индукция которого превышает некоторое пороговое значение, сверхпроводимость исчезает. Пропускание сильного электрического тока также разрушало сверхпроводимость.

Лишь много времени спустя были открыты сверхпроводящие материалы, способные выдерживать сильные магнитные поля и пропускать большие токи без разрушения сверхпроводимости. Понадобилось более сорока лет для создания первых сверхпроводящих магнитов, имеющих практическое значение.

В таблице 5 приведены температуры перехода в сверхпроводящее состояние некоторых веществ.

Таблица 5

Вещество	Температура перехода в сверхпроводящее состояние, К	Вещество	Температура перехода в сверхпроводящее состояние, К
Титан	0,4	Олово	3,8
Уран	0,8	Ртуть	4,1
Цинк	0,9	Свинец	7,2
Алюминий	1,2	Нитрат ниобия	15,2

Объяснение сверхпроводимости было дано в 1957 г. учёными Дж. Бардином, Л. Купером и Дж. Шриффером (США) и Н. Н. Боголюбовым (Россия) на основе квантовой теории.

Применение сверхпроводящих магнитов

Сверхпроводящие магниты весьма широко и разнообразно используются. Они играют важную роль в физике высоких энергий, помогают исследовать твёрдые тела, применяются в электротехнике и даже на транспорте.

Сверхпроводящие магниты находят применение в поездах на магнитной подушке. В Японии, например, действует экспериментальная семикилометровая линия, на которой поезд на магнитной подушке мчится со скоростью около 500 км/ч.

В электротехнике использование сверхпроводящих магнитов становится целесообразным при создании электрических двигателей и генераторов гигантской мощности — в сотни и более мегаватт.

Мощные сверхпроводящие магниты используют в ускорителях заряженных частиц, установках управляемого термоядерного синтеза. В нашей стране действуют первая в мире сверхпроводящая система для установки термоядерного синтеза «Токамак-7», одна из крупнейших в мире экспериментальная термоядерная установка «Токамак-15», обладающая уникальной обмоткой из ниобий-оловянного сверхпроводника с циркуляционным охлаждением и способная накапливать магнитную энергию в 600 МДж. Создание подобных устройств следующих поколений, рассчитанных на более высокие энергии, без использования сверхпроводимости просто невозможно.

При исследовании твёрдых тел, молекул, атомов и ядер необходимо создавать сильные магнитные поля в малых объёмах. Сверхпроводящие магниты здесь незаменимы и сейчас широко используются в физических лабораториях.

Для энергетики будущего очень важно разработать новые эффективные способы хранения и передачи электроэнергии. Сверхпроводники и здесь окажутся очень перспективными. Учёные Висконсинского университета (США) разработали проект системы хранения электроэнергии. Гигантская сверхпроводящая катушка диаметром более 100 м будет установлена в специальном тоннеле, пробитом в горах. В нём с помощью жидкого гелия будет поддерживаться температура, близкая к абсолютному нулю. Незатухающий сверхпроводящий ток в такой катушке запасёт гигантскую энергию: $4 \cdot 10^{11}$ Дж. А передача электроэнергии без потерь по сверхпроводящим кабелям? Пока что можно только мечтать о линиях электропередачи, которые переносили бы электрическую энергию без потерь на огромные расстояния.

Высокотемпературная сверхпроводимость

В 1986 г. была открыта высокотемпературная сверхпроводимость. Получены сложные оксидные соединения лантана, бария и других элементов (керамики) с температурой перехода в сверхпроводящее состояние около 100 К. Это выше температуры кипения жидкого азота при атмосферном давлении.

Созданные образцы из материалов, обладающих высокотемпературной сверхпроводимостью, имеют небольшие размеры. Они очень хрупки, и из них не удаётся получить длинноразмерных образцов, кабелей: при прокатке или волочении они рассыпаются в порошок. Задача состоит не только в поиске сверхпроводящих материалов, но и в том, чтобы сделать их технологичными.

Высокотемпературная сверхпроводимость в недалеком будущем приведёт наверняка к новой технической революции во всей электротехнике, радиотехнике, конструировании ЭВМ. Сейчас прогресс в этой области тормозит необходимость охлаждения проводников до температур кипения дорогого газа — гелия.

Надо надеяться, что удастся создать сверхпроводники при комнатной температуре. Генераторы и электродвигатели станут исключительно компактными (уменьшатся в несколько раз) и экономичными. Электроэнергию можно будет передавать на любые расстояния без потерь и аккумулировать в простых устройствах.

Некоторые металлы и сплавы при температурах ниже 25 К полностью теряют сопротивление — становятся сверхпроводниками. Не так давно была открыта высокотемпературная сверхпроводимость.

§ 2.7. РАБОТА И МОЩНОСТЬ ТОКА. ЗАКОН ДЖОУЛЯ—ЛЕНЦА

Электрический ток получил такое широкое применение потому, что он несёт с собой энергию. Эта энергия может быть превращена в любую форму.

Работа тока

При упорядоченном движении заряженных частиц в проводнике электрическое поле совершает работу. Эту работу принято называть работой тока.

Если за промежуток времени Δt через поперечное сечение произвольного участка проводника проходит заряд Δq, то электрическое поле за это время совершит работу (см. § 1.19)

$$A = \Delta q U,$$

где U — напряжение на концах проводника. Так как сила тока

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t},$$

то эта работа равна:

$$A = IU\Delta t. \qquad (2.7.1)$$

Работа тока на участке цепи равна произведению силы тока, напряжения на этом участке и времени, в течение которого совершалась работа.

Согласно закону сохранения энергии эта работа должна быть равна изменению энергии рассматриваемого участка цепи. Поэтому энергия, выделяемая на данном участке цепи за время Δt, равна работе тока [см. формулу (2.7.1)].

Если в формуле (2.7.1) выразить либо напряжение через силу тока ($U = IR$), либо силу тока через напряжение ($I = \frac{U}{R}$), то получим ещё две формулы для работы тока:

$$A = I^2R\Delta t, \qquad (2.7.2)$$

$$A = \frac{U^2}{R}\Delta t. \qquad (2.7.3)$$

Формула (2.7.1) является *универсальной*, так как для её вывода мы пользовались только законом сохранения энергии, который справедлив во всех случаях. Формулы (2.7.2) и (2.7.3) получены из формулы (2.7.1) с помощью закона Ома для однородных участков цепи. Поэтому эти формулы справедливы только в том случае, когда работа тока полностью идёт на увеличение внутренней энергии проводника.

Формулой (2.7.2) удобно пользоваться при последовательном соединении проводников, так как сила тока в этом случае одинакова во всех проводниках. Формула (2.7.3) удобна при параллельном соединении проводников, так как напряжение на всех проводниках одинаково.

Мощность тока

Любой электрический прибор (лампа, электродвигатель и т. д.) рассчитан на потребление определённого количества энергии в единицу времени. Поэтому наряду с работой тока очень важное значение имеет понятие мощность тока. Мощность тока P равна отношению работы тока A за время Δt к этому интервалу времени:

$$P = \frac{A}{\Delta t}. \qquad (2.7.4)$$

Пользуясь формулой (2.7.1), можно равенству (2.7.4) придать форму:

$$P = IU. \qquad (2.7.5)$$

Формула (2.7.5) является универсальной формулой для вычисления мощности тока. С помощью закона Ома можно получить ещё две формулы мощности тока:

$$P = I^2R, \qquad (2.7.6)$$

$$P = \frac{U^2}{R}. \qquad (2.7.7)$$

Формулы (2.7.6) и (2.7.7), как и (2.7.2) и (2.7.3), пригодны только тогда, когда работа тока полностью идёт на увеличение внутренней энергии.

В СИ единицей работы тока является джоуль (Дж), а мощности — ватт (Вт). На практике широко используется внесистемная единица работы тока — киловатт-час (кВт · ч): 1 кВт · ч = $3{,}6 \cdot 10^6$ Дж.

Закон Джоуля—Ленца

Если на участке цепи не совершается механическая работа и ток не производит химических действий, то происходит только нагревание проводника. Нагретый проводник отдаёт теплоту окружающим телам.

Нагревание металлического проводника происходит следующим образом. Электрическое поле ускоряет электроны. После столкновения с ионами кристаллической решетки они передают ионам свою энергию. В результате энергия хаотического движения ионов около положений равновесия возрастает. Это и означает увеличение внутренней энергии. Температура проводника повышается, и он начинает передавать теплоту окружающим телам. Спустя небольшое время после замыкания цепи процесс устанавливается, и температура перестаёт изменяться со временем. К проводнику за счёт работы электрического поля непрерывно поступает энергия. Но его внутренняя энергия остаётся неизменной, так как проводник передаёт окружающим телам количество теплоты, равное работе тока. Последнее справедливо только тогда, когда работа электрического тока полностью расходуется на увеличение внутренней энергии. В этом случае количество теплоты, передаваемое проводником с током другим телам, можно вычислить по любой из формул (2.7.1)—(2.7.3):

$$Q = IU\Delta t = I^2R\Delta t = \frac{U^2}{R}\Delta t. \qquad (2.7.8)$$

Однако если на данном участке цепи имеют место превращения энергии в механическую или химическую, то количество теплоты, выделяемое проводником с током, меньше работы тока[1].

Для вычисления количества выделяемой теплоты в этом случае пригодна только формула (2.7.2):

$$Q = I^2R\Delta t. \qquad (2.7.9)$$

Это и есть закон Джоуля—Ленца, установленный опытным путем в 1842 г. русским академиком Э. Х. Ленцем и независимо от него английским физиком Д. Джоулем.



Закон Джоуля—Ленца формулируется так: **количество теплоты, выделяемое проводником с током, равно произведению квадрата силы тока, сопротивления проводника и времени прохождения тока.**

---

[1] Подробнее об этом будет рассказано в § 2.16.

Закон Джоуля—Ленца (2.7.9) справедлив не только для металлических проводников, но и для растворов электролитов и газов. В этих случаях внутренняя энергия жидкого и газообразного проводящего ток вещества также увеличивается из-за столкновений упорядоченно движущихся заряженных частиц с другими заряженными или нейтральными частицами вещества.

Прохождение по проводнику электрического тока сопровождается выделением в нём энергии. Эта энергия определяется работой тока: произведением перенесенного заряда и напряжения на концах проводника.

? 1. Как наглядно доказать, что электрический ток «несёт» с собой энергию?

2. В чём универсализм формулы для мощности тока $P = IU$?

§ 2.8. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ. ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЕ И ПАРАЛЛЕЛЬНОЕ СОЕДИНЕНИЯ ПРОВОДНИКОВ

Энергия передаётся от источника тока к потребителям (лампам, электродвигателям, радиоприемникам и т. д.) по проводам. Источник тока, потребители энергии (их может быть, как правило, несколько), соединительные провода и выключатели для включения или выключения потребителей энергии образуют электрическую цепь. Часто в электрическую цепь включают приборы, контролирующие силу тока и напряжение на различных участках цепи, — амперметры и вольтметры. Все элементы электрической цепи определённым образом соединяют между собой. На практике проводники чаще всего соединяют последовательно или параллельно.

Разветвление токов

Очень часто в электрических цепях в одной точке сходятся несколько (больше двух) проводников. Например, при включении вольтметра для измерения напряжения на зажимах лампы (рис. 2.18) в точках *1* и *2* сходятся по три проводника. Такие точки называются точками разветвления или узлами.

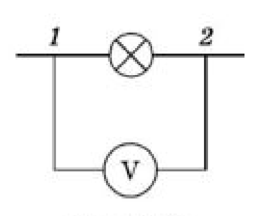


Рис. 2.18

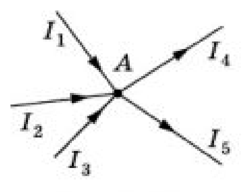


Рис. 2.19

На рисунке 2.19 в точке разветвления A сходятся пять проводников. Обозначим силу тока в них I_1, I_2, I_3, I_4 и I_5. Из рисунка видно, что токи I_1, I_2, I_3 направлены к узлу и за произвольный промежуток времени Δt приносят в этот узел суммарный заряд $(I_1 + I_2 + I_3)\Delta t$. Токи I_4 и I_5 направлены от узла и уносят за это же время заряд $(I_4 + I_5)\Delta t$. Полное изменение заряда в узле за промежуток времени Δt равно:

$$\Delta q = (I_1 + I_2 + I_3)\Delta t - (I_4 + I_5)\Delta t = (I_1 + I_2 + I_3 - I_4 - I_5)\Delta t.$$

В цепи постоянного тока потенциалы всех точек цепи, а значит, и узлов, должны оставаться неизменными. Следовательно, в этих узлах не могут накапливаться электрические заряды ни положительного, ни отрицательного знака. В частности, для узла A изменение заряда Δq должно равняться нулю для любого интервала времени, т. е.

$$I_1 + I_2 + I_3 - I_4 - I_5 = 0. \quad (2.8.1)$$

Рассматривая силу тока как алгебраическую величину, имеющую знак «плюс», если ток подходит к узлу, и знак «минус», если ток направлен от узла, последнее равенство можно записать так:

$$\sum_{i=1}^{5} I_i = 0.$$

Если в узле сходятся N токов, то

$$\sum_{i=1}^{N} I_i = 0. \quad (2.8.2)$$

Это равенство называется первым правилом Кирхгофа: **алгебраическая сумма сил токов в проводниках, сходящихся в узле, равна нулю.**

Последовательное соединение проводников

Последовательным соединением проводников называется такое их соединение, при котором конец первого проводника соединяется с началом второго, конец второго — с началом третьего и т. д. На рисунке 2.20 показано последовательное соединение трёх проводников, имеющих сопротивления R_1, R_2, R_3.

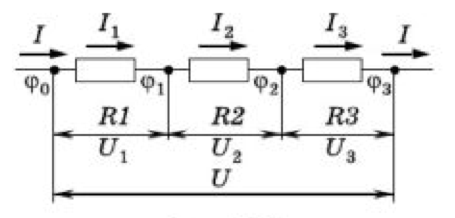


Рис. 2.20

При последовательном соединении проводников выполняется ряд простых соотношений.

1. *Сила тока во всех последовательно соединённых проводниках одинакова:*

$$I_1 = I_2 = I_3 = I. \tag{2.8.3}$$

2. *Напряжение (или разность потенциалов) на концах рассматриваемого участка цепи равно сумме напряжений на отдельных проводниках:*

$$U = U_1 + U_2 + U_3. \tag{2.8.4}$$

Действительно: $U_1 = \varphi_0 - \varphi_1$; $U_2 = \varphi_1 - \varphi_2$ и $U_3 = \varphi_2 - \varphi_3$. Складывая U_1, U_2 и U_3, получим $\varphi_0 - \varphi_3 = U$.

В справедливости равенства (2.8.4) можно убедиться и непосредственным измерением при помощи вольтметра напряжений на всём участке цепи и на отдельных проводниках.

3. Согласно закону Ома напряжения на отдельных проводниках равны: $U_1 = IR_1$; $U_2 = IR_2$; $U_3 = IR_3$.

Отсюда следует, что

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2};\ \frac{U_2}{U_3} = \frac{R_2}{R_3},$$

или

$$U_1 : U_2 : U_3 = R_1 : R_2 : R_3. \tag{2.8.5}$$

При последовательном соединении напряжения на проводниках пропорциональны их сопротивлениям.

4. Разделив равенство (2.8.4) почленно на силу тока I, получим:

$$\frac{U}{I} = \frac{U_1}{I} + \frac{U_2}{I} + \frac{U_3}{I},$$

или

$$R = R_1 + R_2 + R_3, \tag{2.8.6}$$

где R — сопротивление всего рассматриваемого участка цепи.

Таким образом, *сопротивление участка цепи, состоящего из нескольких последовательно соединённых проводников (общее сопротивление), равно сумме сопротивлений отдельных проводников.*

5. Умножив теперь все члены равенства (2.8.4) на силу тока I, получим:

$$IU = IU_1 + IU_2 + IU_3,$$

или

$$P = P_1 + P_2 + P_3. \quad (2.8.7)$$

Мощность тока на всём участке цепи равна сумме мощностей тока на отдельных последовательно соединённых проводниках.

Все изложенные выше выводы справедливы не только для трёх, но и для любого числа последовательно соединённых проводников.

Параллельное соединение проводников

Параллельным соединением проводников называется такое их соединение, когда одни концы всех проводников соединяются в один узел (A), а другие концы — в другой (B) (рис. 2.21). При параллельном соединении различают ветви — отдельные проводники между узлами, разветвление — часть цепи между двумя узлами, неразветвлённую часть цепи, лежащую вне разветвления.

При параллельном соединении выполняются следующие соотношения.

1. *Напряжения на всех ветвях и на разветвлении одинаковы, так как все они равны разности потенциалов точек A и B*:

$$U_1 = U_2 = U_3 = U = \varphi_A - \varphi_B. \quad (2.8.8)$$

2. По первому правилу Кирхгофа

$$I = I_1 + I_2 + I_3. \quad (2.8.9)$$

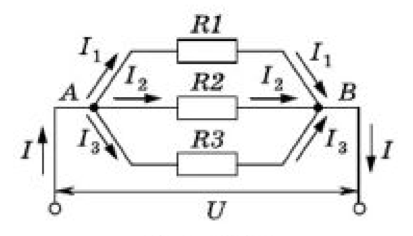


Рис. 2.21

Сила тока в неразветвлённой части цепи равна сумме сил токов в ветвях.

3. По закону Ома

$$I_1 = \frac{U}{R_1};\ I_2 = \frac{U}{R_2};\ I_3 = \frac{U}{R_3}.$$

Отсюда следует, что

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1};\ \frac{I_2}{I_3} = \frac{R_3}{R_2}. \qquad (2.8.10)$$

Силы токов в ветвях обратно пропорциональны сопротивлениям этих ветвей.

4. Сопротивлением разветвления R называют сопротивление такого проводника, которым можно заменить разветвление без изменения силы тока в неразветвлённой части цепи и напряжения между узлами.

Заменив в равенстве (2.8.9) значения сил токов, согласно закону Ома, получим:

$$\frac{U}{R} = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \frac{U}{R_3}.$$

Разделив обе части равенства на U, будем иметь:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}. \qquad (2.8.11)$$

Величина, обратная сопротивлению разветвления, равна сумме величин, обратных сопротивлениям отдельных ветвей.

Если учесть, что величина, обратная сопротивлению, представляет собой проводимость проводника, то равенство (2.8.11) можно записать так:

$$G = G_1 + G_2 + G_3. \qquad (2.8.12)$$

Проводимость разветвления равна сумме проводимостей ветвей.

Заметим, что сопротивление разветвления меньше наименьшего из сопротивлений его ветвей. В самом деле, пусть сопротивление i-й ветви является наименьшим, тогда из равенства

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots + \frac{1}{R_i} + \frac{1}{R_k} + \ldots$$

следует, что $\frac{1}{R} > \frac{1}{R_i}$ (сумма больше каждого из отдельных слагаемых). Отсюда $R < R_i$.

Если разветвление состоит из двух ветвей, то

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}.$$

Отсюда

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}. \qquad (2.8.13)$$

Сопротивление двух параллельно соединённых проводников равно произведению сопротивлений этих проводников, делённому на их сумму.

Если сопротивления отдельных ветвей равны между собой:

$$R_1 = R_2 = R_3 = \ldots = R_n = r,$$

то

$$\frac{1}{R} = \underbrace{\frac{1}{r} + \frac{1}{r} + \ldots + \frac{1}{r}}_{n \text{ раз}} = \frac{n}{r}.$$

Отсюда

$$R = \frac{r}{n}. \qquad (2.8.14)$$

Общее сопротивление n одинаковых параллельно соединённых проводников равно сопротивлению одного проводника, делённому на их число.

5. Умножив обе части равенства (2.8.9) на напряжение U на разветвлении, получим:

$$IU = I_1U + I_2U + I_3U,$$

или

$$P = P_1 + P_2 + P_3. \qquad (2.8.15)$$

Мощность тока в разветвлении равна сумме мощностей тока в отдельных ветвях.

Смешанное соединение проводников

На рисунке 2.22 в качестве примера приведена схема смешанного соединения проводников. В цепи имеются два последовательно соединённых участка: участок AB, состоящий из одного резистора $R1$, и участок BC, состоящий из двух параллельных ветвей. Так как одна параллельная ветвь имеет сопротивление $R_2 + R_3$ (ветвь содержит два последо-

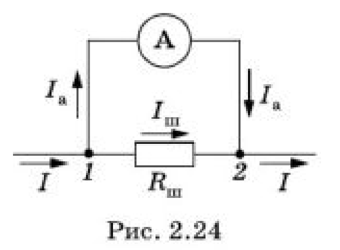


Рис. 2.24

тра), можно воспользоваться этим же амперметром. Для этого надо параллельно амперметру подключить резистор так, чтобы сила тока через амперметр была не больше величины $I_а$. Такой резистор называется **шунтом** (рис. 2.24).

При шунтировании амперметра измеряемый ток (I) в точке (узле) *1* делится на две части: часть тока проходит через амперметр ($I_а$), а остальная часть — через шунт ($I_ш$), т. е. $I = I_а + I_ш$. Разность потенциалов (напряжение) между точками *1* и *2* (см. рис. 2.24) равна:

$$U_{1,2} = I_а R_а = I \frac{R_а R_ш}{R_а + R_ш},$$

где $R_а$ — сопротивление амперметра и $R_ш$ — сопротивление шунта.

Из последнего выражения находим:

$$I = I_а \frac{R_а + R_ш}{R_ш},$$

или

$$\frac{I}{I_а} = \frac{R_а}{R_ш} + 1. \qquad (2.9.1)$$

Отношение $\frac{I}{I_а}$ (обозначим его буквой n) показывает, во сколько раз (с применением шунта) расширяется предел измерения силы тока амперметром, т. е. возрастает цена его деления. Иначе говоря, при включении шунта чувствительность амперметра уменьшается в n раз: стрелка прибора отклонится на угол, в n раз меньший, чем без шунта.

Из выражения (2.9.1) с учетом того, что $\frac{I}{I_а} = n$, найдем сопротивление шунта:

$$R_ш = \frac{R_а}{n - 1}. \qquad (2.9.2)$$

Сечение шунтов должно быть таким, чтобы была исключена возможность их нагревания, так как в противном случае сопротивление шунта $R_ш$ будет изменяться в процессе измерения.

Измерение напряжения

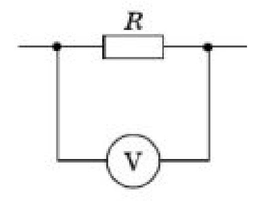


Рис. 2.25

О приборе для измерения напряжения — вольтметре — мы уже говорили в § 2.4 в связи с опытной проверкой закона Ома. Вольтметр присоединяют параллельно участку цепи, напряжение на котором хотят измерить (рис. 2.25). Напряжение на вольтметре такое же, как и на участке цепи. Однако включение вольтметра в цепь изменяет сопротивление участка, где он включён. Оно теперь равно не R, а $R' = \frac{RR_в}{R + R_в} < R$, где $R_в$ — сопротивление вольтметра. Из-за этого измеряемое напряжение на участке уменьшается. Для того чтобы вольтметр не вносил заметных искажений в режим работы цепи, его сопротивление должно быть как можно больше. В этом легко убедиться, если выражение для R' преобразовать так:

$$R' = \frac{R}{\frac{R}{R_в} + 1}.$$

Если $R_в \gg R$, то $\frac{R}{R_в} \approx 0$ и $R' \approx R$.

Вольтметр называется идеальным, если его сопротивление можно считать бесконечно большим.

Добавочное сопротивление

Любой вольтметр рассчитан на измерение напряжения, не превышающего некоторого предела (номинальное напряжение) $U_в$. Однако в ряде случаев измеряемое напряжение U может оказаться больше номинального напряжения имеющегося в нашем распоряжении вольтметра. Но если к вольтметру присоединить последовательно с ним дополнительный резистор сопротивлением $R_д$ (рис. 2.26), то предел измерения напряжения вольтметром расширится.

При включении в цепь вольтметра добавочного сопротивления измеряемое напряжение U делится на две части: одна часть $U_в$ приходится на вольтметр, другая $U_д$ — на добавочный резистор:

$$U = U_в + U_д.$$

Рис. 2.26

Сила тока в цепи вольтметра

$$I_в = \frac{U_в}{R_в} = \frac{U}{R_в + R_д}.$$

Отсюда

$$\frac{U}{U_в} = \frac{R_в + R_д}{R_в} = 1 + \frac{R_д}{R_в}. \qquad (2.9.3)$$

Отношение $\frac{U}{U_в} = n$ показывает, во сколько раз расширяется предел измерения напряжения вольтметром, т. е. возрастает цена его деления. Иначе говоря, при подсоединении дополнительного резистора чувствительность вольтметра уменьшается в n раз.

Из выражения (2.9.3) с учетом того, что $\frac{U}{U_в} = n$, найдём значение добавочного сопротивления к вольтметру:

$$R_д = R_в(n - 1). \qquad (2.9.4)$$

Измерение сопротивления амперметром и вольтметром

Включив в цепь постоянного тока приборы, соединённые по схеме, изображённой на рисунке 2.27, и записав их показания, можно по формуле

$$R'_x = \frac{U}{I}$$

определить значение сопротивления участка цепи между точками B и C. Однако R'_x больше искомого сопротивления R_x на сопротивление амперметра, так как вольтметр измеряет сумму напряжений на резисторе и на амперметре. Эту схему следует применять при измерении сопротивлений, значительно больших сопротивления амперметра.

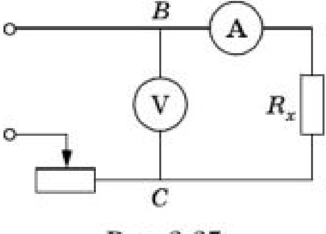


Рис. 2.27

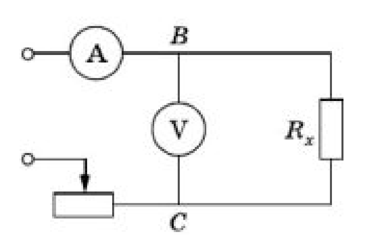


Рис. 2.28

Соединив приборы по схеме, изображённой на рисунке 2.28, и записав их показания, можно по аналогичной формуле определить значение сопротивления участка цепи BC: $R_x'' = \frac{U}{T}$. Однако R_x'' теперь оказывается меньше искомого сопротивления R_x, так как сила тока, измеряемая амперметром, равна сумме сил токов в резисторе и вольтметре. Этой схемой следует пользоваться при измерении сопротивлений, значительно меньших сопротивления вольтметра.

Таким образом, ни одна из приведённых схем не даёт возможности точного измерения сопротивления.

Определение сопротивления мостиком Уитстона

С помощью установки, называемой мостиком Уитстона, сопротивление измеряют более точно, чем на основе закона Ома.

В схему мостика Уитстона входит реохорд, состоящий из линейки с делениями, на которой натянута тонкая однородная проволока из никелина или другого сплава, имеющего большое удельное сопротивление (рис. 2.29). Между концами A и B проволоки включены соединённые последовательно: резистор с известным сопротивлением R (между точками A и C) и резистор, сопротивление R_x которого должно быть измерено (между точками B и C). Точка C соединена с одним из зажимов гальванометра с нулём посередине шкалы. Другой зажим гальванометра гибкой проволокой присоединён к ползунку D, скользящему вдоль проволоки реохорда. Эта часть прибора CD похожа на мостик, перекинутый между двумя ветвями измерительной цепи, и даёт название всей установке.

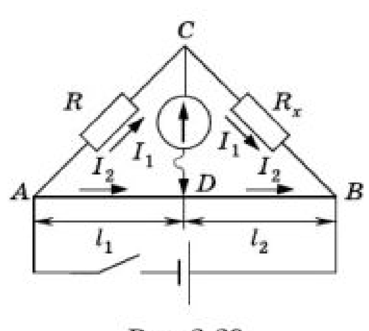


Рис. 2.29

К концам A и B реохорда присоединены провода от зажимов источника тока (аккумулятора или гальванического элемента).

При замыкании цепи ток пойдёт по ветвям ACB и ADB. Ток пройдёт также по мостику CD и вызовет отклонение стрелки гальванометра.

Передвигая ползунок D и тем самым меняя сопротивления R_1 и R_2 частей проволоки, можно добиться того, чтобы

стрелка гальванометра установилась на нуле. А это означает, что ток через мостик не идёт. Следовательно, потенциалы точек C и D равны между собой:

$$\varphi_C = \varphi_D = \varphi.$$

Обозначим потенциалы точек A и B соответственно через φ_A и φ_B, а силу тока в ветвях ACB и ADB через I_1 и I_2.

Тогда на основании закона Ома для участка цепи имеем:

$$\varphi_A - \varphi = I_1 R; \ \varphi - \varphi_B = I_1 R_x;$$
$$\varphi_A - \varphi = I_2 R_1; \ \varphi - \varphi_B = I_2 R_2.$$

Отсюда

$$I_1 R = I_2 R_1 \text{ и } I_1 R_x = I_2 R_2.$$

Разделим почленно второе равенство на первое:

$$\frac{R_x}{R} = \frac{R_2}{R_1}.$$

Так как проволока реохорда однородная, то сопротивления её частей пропорциональны их длинам:

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{l_2}{l_1}.$$

Следовательно,

$$\frac{R_x}{R} = \frac{l_2}{l_1}.$$

Отсюда

$$R_x = \frac{R l_2}{l_1}. \qquad (2.9.5)$$

Эта формула позволяет измерить неизвестное сопротивление. Включив резисторы с измеряемым и известным сопротивлениями так, как показано на рисунке 2.29, передвигают ползунок до тех пор, пока стрелка гальванометра не установится на нуле. Затем измеряют «плечи» реохорда l_1 и l_2 и вычисляют неизвестное сопротивление по формуле (2.9.5).

Амперметр включают последовательно с проводником, в котором измеряют силу тока. Вольтметр включают параллельно проводнику, на котором измеряют напряжение.

? **1.** Для чего проводники соединяют в последовательные и параллельные цепи?

2. Какие условия накладываются на приборы для измерения силы тока и напряжения при включении их в электрическую цепь?

3. Каково предназначение шунтов и добавочных сопротивлений? Ответ аргументируйте конкретными расчётами.

§ 2.10. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

В задачах на материал предыдущих параграфов главы используется закон Ома (2.4.3), а также формулы (2.4.6), (2.5.1) и (2.5.2) для зависимости сопротивления от свойств проводника и температуры.

При решении задач на работу и мощность тока надо применять формулы (2.7.1)—(2.7.7). В задачах на тепловое действие тока используется закон Джоуля—Ленца. Причём формулой $Q = I^2R\Delta t$ удобно пользоваться для последовательного соединения проводников, так как сила тока в этом случае одинакова во всех проводниках. При параллельном соединении проводников удобна формула $Q = \frac{U^2}{R}\Delta t$, так как в этом случае одинаково напряжение на всех проводниках.

При решении задач на электрические цепи постоянного тока надо, как правило, нарисовать схему цепи и выяснить, какие проводники соединены между собой последовательно, какие — параллельно, и воспользоваться необходимыми формулами для последовательного и параллельного соединения проводников (2.8.3)—(2.8.15).

В более сложных случаях, когда в схеме невозможно выделить последовательно и параллельно соединённые проводники, следует попытаться найти точки с одинаковыми потенциалами. Эти точки можно или разъединить, исключив соединяющие их проводники, или соединить в общий узел. Токи в электрической цепи от этого не изменятся, так как между такими точками ток не идёт. Точки с равными потенциалами легко найти в схемах, обладающих симметричными контурами. После соединения или разъединения точек с равными потенциалами обычно получается эквивалентная схема, состоящая из последовательно и параллельно соединённых проводников.

Однако встречаются сложные схемы, в которых не существует точек с одинаковыми потенциалами. Решение таких задач требует некоторой изобретательности (см. решение задачи 9).

Задача 1

Плоский воздушный конденсатор с квадратными пластинами (сторона пластины $a = 20$ см) равномерно погружается в жидкий диэлектрик ($\varepsilon = 3{,}3$) так, что пластины оказываются перпендикулярными уровню жидкости. Расстояние между пластинами $d = 2{,}5$ мм. К конденсатору подключён источник постоянного напряжения $U = 100$ В. Какова сила тока в проводах, соединяющих пластины с полюсами источника, в процессе погружения конденсатора в диэлектрик со скоростью $\upsilon = 0{,}5$ м/с?

Решение. Сила тока, согласно формуле (2.2.3), равна:

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t}.$$

Найдём изменение заряда Δq на одной из пластин конденсатора за время Δt полного его погружения в диэлектрик.

В момент начала погружения заряд на пластине конденсатора

$$q_1 = C_1 U = \frac{\varepsilon_0 S}{d} U = \frac{\varepsilon_0 a^2 U}{d},$$

где $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м — электрическая постоянная. В конце погружения заряд на пластине конденсатора

$$q_2 = C_2 U = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 a^2 U}{d}.$$

Следовательно, $\Delta q = q_2 - q_1 = \frac{\varepsilon_0 a^2 U}{d}(\varepsilon - 1)$. Время погружения

$$\Delta t = \frac{a}{\upsilon}.$$

Отсюда

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{\varepsilon_0 (\varepsilon - 1) a \upsilon U}{d} \approx 8{,}2 \cdot 10^{-8} \text{ А}.$$

Задача 2

Удельное сопротивление графитового стержня от карандаша $\rho = 4 \cdot 10^{-4}$ Ом · м. Чему равна сила тока I в стержне, если к его концам приложено напряжение $U = 6$ В? Длина стержня $l = 20$ см, его диаметр $d = 2$ мм.

Решение. По закону Ома (2.4.3) $I = \frac{U}{R}$, где $R = \rho\frac{l}{S}$. Площадь поперечного сечения стержня $S = \frac{\pi d^2}{4}$. Следовательно,

$$R = \frac{4\rho l}{\pi d^2}.$$

Значит,

$$I = \frac{\pi d^2 U}{4\rho l} \approx 0{,}24 \text{ А}.$$

Задача 3

Два проводника с температурными коэффициентами сопротивления α_1 и α_2 имеют при 0 °С сопротивления R_{01} и R_{02}. Чему равен температурный коэффициент сопротивления проводника, составленного из двух данных проводников, соединённых: а) последовательно; б) параллельно?

Решение. Согласно соотношению (2.5.1) сопротивления проводников при температуре t соответственно равны:

$$R_1 = R_{01}(1 + \alpha_1 t),$$
$$R_2 = R_{02}(1 + \alpha_2 t).$$

а) При последовательном соединении, согласно формуле (2.8.6), общее сопротивление

$$R = R_1 + R_2 = R_{01} + R_{02} + (\alpha_1 R_{01} + \alpha_2 R_{02})\,t.$$

С другой стороны, можно написать:

$$R = R_0(1 + \alpha' t),$$

где $R_0 = R_{01} + R_{02}$, а α' — искомый температурный коэффициент. Отсюда

$$\alpha' = \frac{R_{01}\alpha_1 + R_{02}\alpha_2}{R_{01} + R_{02}}.$$

б) При параллельном соединении, согласно формуле (2.8.13), общее сопротивление

$$R' = \frac{R_{01}R_{02}(1 + \alpha_1 t)(1 + \alpha_2 t)}{R_{01}(1 + \alpha_1 t) + R_{02}(1 + \alpha_2 t)} = R'_0(1 + \alpha'' t),$$

где $R'_0 = \frac{R_{01}R_{02}}{R_{01} + R_{02}}$ — сопротивление параллельно соединённых проводников при 0 °С. Пренебрегая членами, пропорцио-

нальными произведениям температурных коэффициентов, как малыми, получим:

$$\alpha'' = \frac{R_{02}\alpha_1 + R_{01}\alpha_2}{R_{01} + R_{02}}.$$

Задача 4

Линия электропередачи имеет сопротивление $R = 250$ Ом. Какое напряжение должно быть на зажимах генератора для того, чтобы при передаче по этой линии к потребителю мощности $P = 25$ кВт потери в линии не превышали $\beta = 4\%$ передаваемой потребителю мощности?

Решение. Передаваемая мощность

$$P = IU, \qquad (2.10.1)$$

где I — сила тока в линии, а U — искомое напряжение. Потери мощности в линии электропередачи

$$P_{\text{потерь}} = \beta P = \beta IU. \qquad (2.10.2)$$

С другой стороны,

$$P_{\text{потерь}} = I^2R. \qquad (2.10.3)$$

Из равенств (2.10.2) и (2.10.3) находим:

$$I = \frac{\beta U}{R}. \qquad (2.10.4)$$

Подставляя найденное значение силы тока в выражение для передаваемой мощности (2.10.1), получим:

$$U = \sqrt{\frac{PR}{\beta}} = 12\,500 \text{ В} = 12{,}5 \text{ кВ}.$$

Задача 5

Три нагревательных прибора мощностью $P_1 = 50$ Вт, $P_2 = 25$ Вт и $P_3 = 50$ Вт, рассчитанные на напряжение $U = 110$ В каждый, соединены, как показано на рисунке 2.30, и включены в сеть с напряжением $U_1 = 2U = 220$ В. Определите мощность, выделяемую каждым нагревательным прибором.

Решение. Номинальные мощности приборов, согласно формуле (2.7.7), равны соответственно:

$$P_1 = \frac{U^2}{R_1}; \ P_2 = \frac{U^2}{R_2}; \ P_3 = \frac{U^2}{R_3}.$$

Отсюда находим сопротивления приборов (в рабочем состоянии):

$$R_1 = \frac{U^2}{P_1}; \ R_2 = \frac{U^2}{P_2}; \ R_3 = \frac{U^2}{P_3}.$$

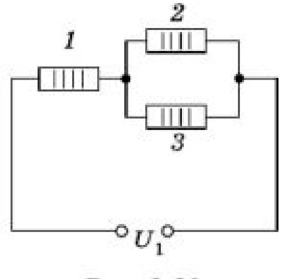


Рис. 2.30

Если не учитывать изменение сопротивления приборов при их работе, то общее сопротивление всех нагревательных приборов

$$R = R_1 + \frac{R_2R_3}{R_2 + R_3} = \frac{U^2(P_1 + P_2 + P_3)}{P_1(P_2 + P_3)}.$$

Сила тока в цепи (и в нагревательном элементе)

$$I = \frac{2U}{R} = \frac{2P_1(P_2 + P_3)}{U(P_1 + P_2 + P_3)}.$$

Мощность P_1', выделяемую прибором *1*, удобно найти по формуле (2.7.6):

$$P_1' = I^2R_1 = \frac{4P_1(P_2 + P_3)^2}{(P_1 + P_2 + P_3)^2} = 72 \text{ Вт}.$$

Напряжение на нагревательных элементах *2* и *3* по закону Ома равно:

$$U_{2,3} = IR_{2,3} = I\frac{R_2R_3}{R_2 + R_3}.$$

Теперь найдем мощность, выделяемую приборами *2* и *3*:

$$P_2' = \frac{U_{2,3}^2}{R_2} = \frac{I^2R_2R_3^2}{(R_2 + R_3)^2} = \frac{4P_1^2P_2}{(P_1 + P_2 + P_3)^2} = 16 \text{ Вт}.$$

$$P_3' = \frac{U_{2,3}^2}{R_3} = \frac{4P_1^2P_3}{(P_1 + P_2 + P_3)^2} = 32 \text{ Вт}.$$

Задача 6

В цепи, схема которой изображена на рисунке 2.31, сопротивления всех резисторов известны и равны соответственно $R_1 = 2$ Ом, $R_2 = 5$ Ом, $R_3 = 2$ Ом, $R_4 = 40$ Ом, $R_5 = 10$ Ом. Сила тока в резисторе *R4* $I_4 = 0{,}5$ А. Определите силу тока во всех остальных резисторах и напряжение на зажимах цепи.

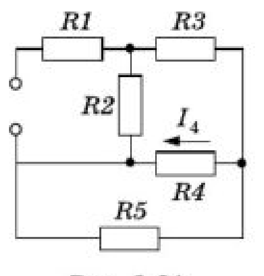


Рис. 2.31

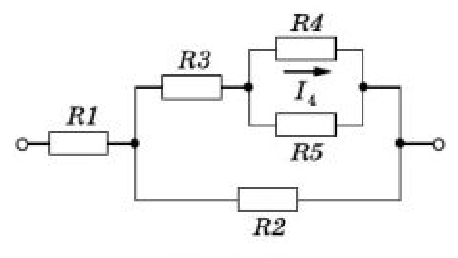


Рис. 2.32

Решение. Решение задачи значительно облегчается, если приведённую на рисунке 2.31 схему заменить эквивалентной (рис. 2.32).

В задачах на сложное соединение большого количества резисторов расчёты в общем виде можно не производить. Проще для каждой величины сразу получать числовой ответ. Найдем силу тока в резисторе *R5*. Она равна напряжению на разветвлении *4—5*, делённому на R_5:

$$I_5 = \frac{I_4 R_4}{R_5} = \frac{0{,}5\ \text{А} \cdot 40\ \text{Ом}}{10\ \text{Ом}} = 2\ \text{А}.$$

$$I_3 = I_4 + I_5 = 2{,}5\ \text{А}.$$

$$R_{3,\,4,\,5} = R_3 + \frac{R_4 R_5}{R_4 + R_5} = 2\ \text{Ом} + \frac{40 \cdot 10}{50}\ \text{Ом} = 10\ \text{Ом}.$$

Отсюда

$$I_2 = \frac{I_3 R_{3,\,4,\,5}}{R_2} = \frac{2{,}5\ \text{А} \cdot 10\ \text{Ом}}{5\ \text{Ом}} = 5\ \text{А}.$$

$$I_1 = I_2 + I_3 = 7{,}5\ \text{А}.$$

Напряжение на зажимах цепи

$$U = I_1 R_1 + I_2 R_2 = 7{,}5\ \text{А} \cdot 2\ \text{Ом} + 5\ \text{А} \cdot 5\ \text{Ом} = 40\ \text{В}.$$

Итак, $I_1 = 7{,}5$ А; $I_2 = 5$ А; $I_3 = 2{,}5$ А; $I_5 = 2$ А; $U = 40$ В.

Задача 7

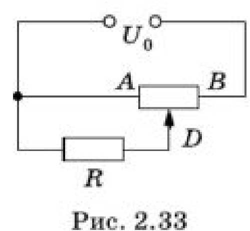


Рис. 2.33

На рисунке 2.33 изображена схема **п о т е н ц и о м е т р а** (делителя напряжения) — устройства, предназначенного для получения плавно изменяемого напряжения U от источника постоянного напряжения U_0 ($U \leqslant U_0$). Сопротивление потен-

циометра $R_0 = 4$ кОм, напряжение $U_0 = 220$ В. Определите напряжение U на нагрузке (потребителе), сопротивление которой $R = 10$ кОм, когда скользящий контакт D установлен посередине проводника AB.

Решение. В цепи имеются два последовательно соединённых участка: участок AD, состоящий из половины проводника AB (сопротивлением $R_0/2$) и нагрузки (сопротивлением R), соединённых параллельно, и участок DB сопротивлением $R_0/2$. Сопротивление участка AD равно:

$$R_{AD} = \frac{\frac{R_0}{2}R}{\frac{R_0}{2} + R} = \frac{R_0 R}{R_0 + 2R}.$$

Общее сопротивление цепи:

$$R_{AB} = R_{AD} + \frac{R_0}{2} = \frac{2R_{AD} + R_0}{2}.$$

Сила тока в цепи:

$$I = \frac{U_0}{R_{AB}} = \frac{2U_0}{2R_{AD} + R_0}.$$

Искомое напряжение

$$U = IR_{AD} = \frac{2U_0 R_{AD}}{2R_{AD} + R_0} = \frac{2U_0 R}{R_0 + 4R} = 100 \text{ В}.$$

Задача 8

Найдите сопротивление шестиугольника, изображённого на рисунке 2.34, если напряжение подведено к точкам A и B. Сопротивление каждого проводника схемы равно R.

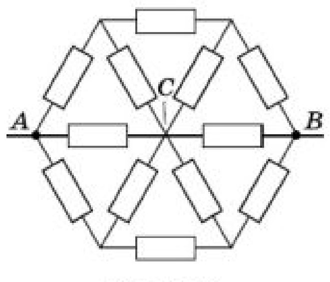


Рис. 2.34

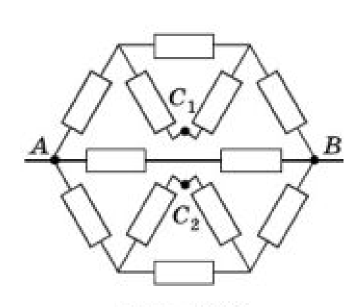


Рис. 2.35

Решение. Заменим первоначальную схему (см. рис. 2.34) эквивалентной схемой (рис. 2.35). Допустимость такой замены можно обосновать следующим образом. Ввиду симметрии схемы (см. рис. 2.35) относительно оси (прямой) AB потенциалы в точках C_1 и C_2 одинаковы ($\varphi_1 = \varphi_2$). Поэтому эти точки можно соединить в одну точку C и получить таким образом исходную схему (см. рис. 2.34).

Сопротивление цепи по схеме рисунка 2.35 легко вычислить. Верхняя ветвь обладает сопротивлением $R_1 = R + \frac{R \cdot 2R}{3R} + R = \frac{8}{3}R$. Таково же сопротивление нижней ветви. Сопротивление средней ветви $R_2 = 2R$. Согласно формуле (2.8.11), имеем:

$$\frac{1}{R_x} = \frac{1}{8/3R} + \frac{1}{2R} + \frac{1}{8/3R}.$$

Отсюда

$$R_x = \frac{4}{5}R.$$

Задача 9

Определите общее сопротивление R_0 цепи, схема которой изображена на рисунке 2.36.

Решение. Зададим (произвольно) направления токов в ветвях (см. рис. 2.36). Запишем по первому правилу Кирхгофа уравнения для узлов A, B и D:

$$I_0 = I_1 + I_2 \text{ (для узла } A);$$
$$I_4 = I_1 + I_3 \text{ (для узла } B);$$
$$I_2 = I_3 + I_5 \text{ (для узла } D),$$

где $I_0, I_1, \ldots, I_5$ — модули сил токов в неразветвлённой части цепи и в отдельных ветвях.

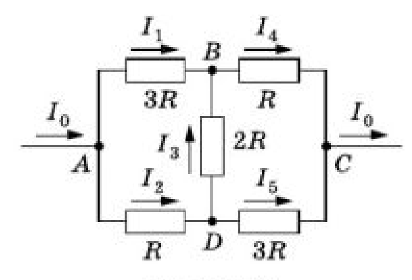


Рис. 2.36

Ещё два уравнения можно записать, пользуясь тем, что падения напряжений на участках AB и DC соответственно равны сумме падений напряжений на участках AD и DB, DB и BC:

$$\varphi_A - \varphi_B = \varphi_A - \varphi_D + \varphi_D - \varphi_B$$

и

$$\varphi_D - \varphi_C = \varphi_D - \varphi_B + \varphi_B - \varphi_C,$$

или

$$I_1 \cdot 3R = I_2R + I_3 \cdot 2R,$$
$$I_5 \cdot 3R = I_3 \cdot 2R + I_4R.$$

В итоге мы получили систему уравнений:

$$\begin{cases} I_1 + I_2 = I_0, \\ I_1 + I_3 = I_4, \\ I_3 + I_5 = I_2, \\ 3I_1 - I_2 = 2I_3, \\ I_4 + 2I_3 = 3I_5. \end{cases} \quad (2.10.5)$$

Искомое сопротивление R_0 можно определить, пользуясь тем, что разность потенциалов между точками (узлами) A и C равна либо I_0R_0, либо $I_1 \cdot 3R + I_4R$, так как $\varphi_A - \varphi_C = \varphi_A - \varphi_B + \varphi_B - \varphi_C$.

Таким образом,

$$I_0R_0 = (3I_1 + I_4)R.$$

Решая систему уравнений (2.10.5), найдем, что

$$3I_1 + I_4 = \frac{7}{4}I_0.$$

Следовательно,

$$I_0R_0 = \frac{7}{4}I_0R.$$

Отсюда $R_0 = \frac{7}{4}R$.

Задача 10

В схеме, изображённой на рисунке 2.37, сопротивления резисторов, ёмкость конденсатора и напряжение на зажимах цепи известны. Определите заряд на конденсаторе.

Решение. При расчёте цепей постоянного тока, содержащих конденсаторы, следует обратить внимание на то, что по-

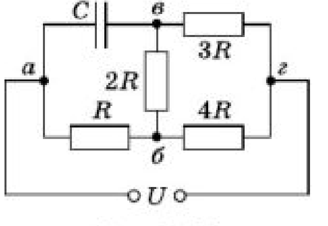



Рис. 2.37

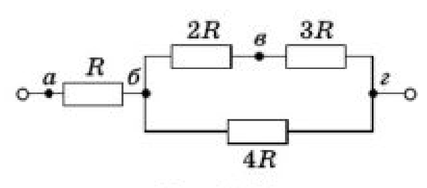


Рис. 2.38

стоянный ток через конденсатор не проходит. Поэтому режим данной цепи не изменится, если конденсатор из неё исключить. После этого получим схему, изображённую на рисунке 2.38.

Чтобы найти заряд на конденсаторе, надо найти разность потенциалов на его обкладках: $\varphi_а - \varphi_в$. Из рисунка 2.37 видно, что

$$\varphi_а - \varphi_в = \varphi_а - \varphi_б + \varphi_б - \varphi_в = U_{аб} + U_{бв}.$$

Общее сопротивление цепи

$$R_0 = R + \frac{5R \cdot 4R}{9R} = \frac{29}{9}R.$$

Сила тока в цепи равна:

$$I = \frac{U}{R_0} = \frac{9U}{29R}.$$

Отсюда

$$U_{аб} = IR = \frac{9}{29}U.$$

Напряжение на участке *бг*:

$$U_{бг} = U - U_{аб} = \frac{20}{29}U.$$

Сила тока в верхней ветви участка *бг*, равная силе тока в резисторе сопротивлением $2R$, определится так:

$$I_{бвг} = \frac{U_{бг}}{5R} = \frac{4U}{29R}.$$

Отсюда

$$U_{бв} = I_{бвг} \cdot 2R = \frac{8U}{29}$$

и

$$U_{ав} = \frac{9}{29}U + \frac{8}{29}U = \frac{17}{29}U.$$

Упражнение 5

1. Определите плотность тока j в проводнике длиной $l = 10$ м с удельным сопротивлением $\rho = 5{,}5 \cdot 10^{-7}$ Ом $\cdot$ м, если напряжение на его концах $U = 10$ В.

2. Двум одинаковым плоским конденсаторам, соединённым параллельно, сообщён заряд q. В момент времени $t = 0$ расстояние между пластинами первого конденсатора начинает равномерно увеличиваться по закону $d_1 = d_0 + vt$, а расстояние между пластинами второго — равномерно уменьшаться по закону $d_2 = d_0 - vt$. Пренебрегая сопротивлением подводящих проводов, найдите силу тока в цепи во время движения пластин конденсаторов.

3. Какой заряд прошёл через поперечное сечение проводника, если известно, что сила электрического тока в этом проводнике равномерно увеличилась от нуля до $I = 5$ А за $t = 10$ с?

4. При включении в электрическую цепь проводника диаметром $d = 0{,}5$ мм и длиной $l = 470$ мм разность потенциалов на концах проводника оказалась равной $U = 1{,}2$ В при силе тока в цепи $I = 1$ А. Определите удельное сопротивление ρ материала проводника.

5. Для измерения температуры применили железную проволоку, имеющую при температуре $t = 10$ °С сопротивление $R = 15$ Ом. При некоторой температуре t_1 сопротивление её стало $R_1 = 18$ Ом. Определите эту температуру, если температурный коэффициент сопротивления железа $\alpha = 0{,}006$ К$^{-1}$.

6. Падение напряжения на единицу длины вольфрамовой нити накаливания горящей электролампочки $\Delta U = 300$ В/м; диаметр нити $d = 6 \cdot 10^{-2}$ мм. Найдите силу тока в нити, если её температура $t = 2000$ °С. Удельное сопротивление вольфрама при 0 °С $\rho_0 = 5{,}5 \cdot 10^{-7}$ Ом $\cdot$ м. Температурный коэффициент сопротивления $\alpha = 0{,}0046$ К$^{-1}$.

7. Почему при включении в сеть нагревательного прибора большой мощности (например, электрокамина) накал

лампочек в квартире сразу же заметно падает, а через небольшой промежуток времени увеличивается, достигая примерно прежней яркости?

8. Электрическую плитку, рассчитанную на напряжение 220 В, требуется переделать, не меняя и не укорачивая спирали, на 110 В так, чтобы её мощность осталась прежней. Что нужно для этого сделать?

9. Лифт массой $m = 1,4$ т равномерно поднимается на высоту $h = 20$ м. Определите время подъёма, если известно, что сила тока в электродвигателе лифта $I = 40$ А при напряжении на его зажимах $U = 220$ В. КПД двигателя $\eta = 90\%$.

10. Какую массу льда, имеющего температуру $t = -10$ °С, можно растопить за время $\tau = 10$ мин в электрокипятильнике, работающем от сети напряжением $U = 220$ В при силе тока $I = 3$ А? Коэффициент полезного действия электрокипятильника $\eta = 80\%$. Удельная теплоёмкость льда $c = 2,1 \cdot 10^3$ Дж/(кг · К), удельная теплота плавления льда $\lambda = 3,35 \cdot 10^5$ Дж/кг.

11. Сколько витков никелиновой проволоки надо навить на фарфоровый цилиндр диаметром $d_1 = 1,5$ см, чтобы изготовить кипятильник, в котором за время $\tau = 10$ мин закипает вода объёмом $V = 1,2$ л, взятая при температуре $t = 10$ °С? КПД установки $\eta = 60\%$; диаметр проволоки $d_2 = 0,2$ мм; напряжение сети $U = 100$ В. Удельная теплоёмкость воды $c = 4,2 \cdot 10^3$ Дж/(кг · К); удельное сопротивление никелина $\rho = 4,2 \cdot 10^{-7}$ Ом · м.

12. Какого сечения надо взять медный провод для устройства линии электропередачи от электростанции до потребителя, расположенного на расстоянии $l = 1$ км, чтобы передать потребителю мощность $P = 8$ кВт? Напряжение на станции $U = 130$ В, допустимая потеря напряжения на линии $\beta = 8\%$. Удельное сопротивление меди $\rho = 1,7 \cdot 10^{-8}$ Ом · м.

13. Электрический чайник имеет две обмотки. При включении одной из них вода в нём закипает через промежуток времени $t_1 = 10$ мин, а при включении другой — через

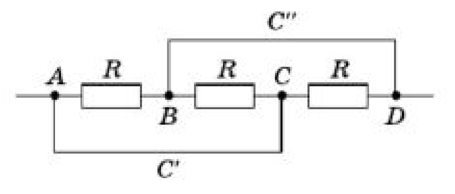


Рис. 2.39

t_2 = 15 мин. Через сколько времени закипит вода в чайнике, если обе обмотки включить одновременно: а) параллельно; б) последовательно?

14. Найдите сопротивление цепи, схема которой изображена на рисунке 2.39. Сопротивлением соединительных проводов $AC'C$ и $BC''D$ пренебречь.

15. Когда ключ S замкнут, сопротивление участка цепи, схема которой изображена на рисунке 2.40, равно R_1 = = 80 Ом. Определите сопротивление R_2 этого участка цепи при разомкнутом ключе. Сопротивлением соединительных проводов пренебречь.

16. В цепи, схема которой представлена на рисунке 2.41, R_1 = 10 Ом, R_2 = 40 Ом; приложенное к зажимам цепи напряжение U = 120 В. Определите сопротивление резистора $R3$, если сила тока в нём I_3 = 2 А.

17. Сопротивление делителя напряжения (потенциометра) R_1 = 80 Ом (рис. 2.42). Сопротивление нагрузки R_2 = = 100 Ом. Напряжение на зажимах потенциометра U = = 50 В. Какими будут показания амперметра и вольтметра, если движок потенциометра поочередно устанавливать в точках A, B, C и D? $R_{AB} = \frac{1}{4}R_1$, $R_{AC} = \frac{1}{2}R_1$. Сопро-

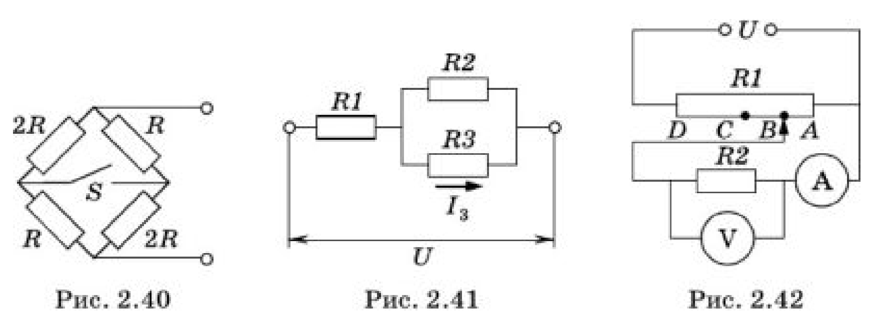


Рис. 2.40 Рис. 2.41 Рис. 2.42

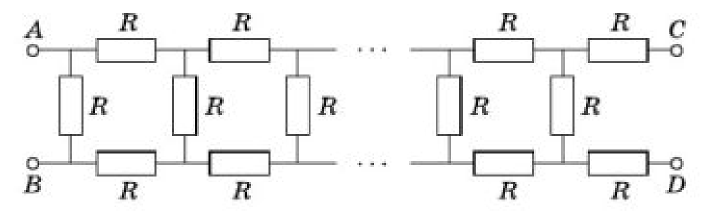


Рис. 2.43

тивлениями амперметра и соединительных проводов пренебречь, а сопротивление вольтметра считать бесконечно большим.

18. Какое сопротивление r необходимо включить между точками C и D (рис. 2.43), чтобы сопротивление всей цепочки (между точками A и B) не зависело от числа элементарных ячеек?

19. Найдите сопротивление R_0 тетраэдра (правильной треугольной пирамиды), изготовленного из шести проволочек сопротивлением R каждая. Подводящие провода присоединены к любым двум вершинам тетраэдра.

20. Найдите сопротивление R_0 проволочного куба при включении его в цепь между точками A и B (рис. 2.44). Сопротивление каждого ребра куба равно R.

21. Найдите сопротивление R_0 пятиконечной звезды, показанной на рисунке 2.45, все участки которой обладают одинаковым сопротивлением r. Подводящие провода присоединены к точкам A и K.

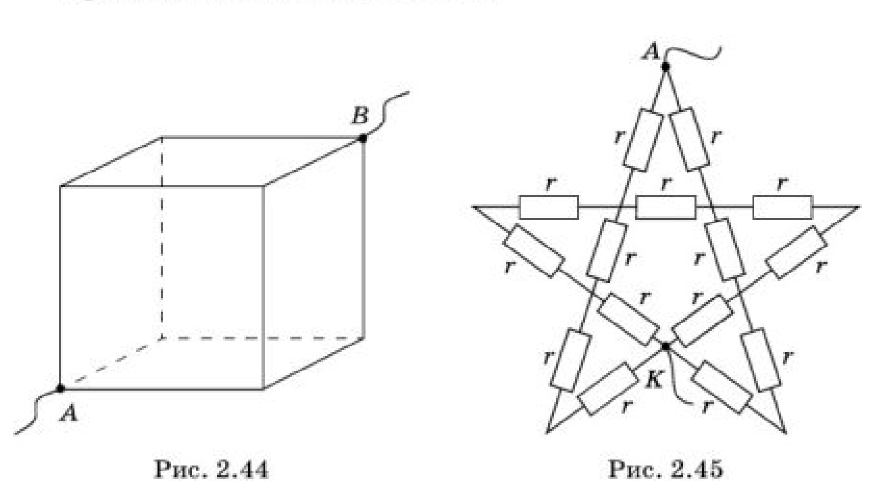


Рис. 2.44 Рис. 2.45

22. Каков заряд пластин конденсатора C в цепи, схема которой изображена на рисунке 2.46? Сопротивления резисторов $R1$, $R2$ и $R3$ и напряжение U считаются известными.

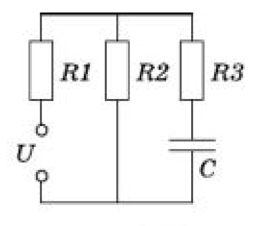


Рис. 2.46

23. Предел измерения миллиамперметра с внутренним сопротивлением R = = 150 Ом равен I = 10 мА. Какой длины l нужно взять манганиновую проволоку диаметром d = 0,1 мм в качестве добавочного резистора, чтобы использовать этот миллиамперметр как вольтметр с пределом измерения U = 10 В? Удельное сопротивление манганина $\rho = 4{,}2 \cdot 10^{-7}$ Ом · м.

24. Если вольтметр соединить последовательно с резистором сопротивлением R = 10 кОм, то при напряжении в цепи U = 120 В он покажет U_1 = 50 В. Если соединить его последовательно с резистором неизвестного сопротивления, то при том же напряжении он покажет U_2 = 10 В. Чему равно неизвестное сопротивление?

25. Для определения напряжения на резисторе R к концам его подключают вольтметр. Какая относительная ошибка δ будет допущена, если показания вольтметра принять за то напряжение, которое было на резисторе до включения прибора? Сила тока в цепи постоянна. Сопротивление вольтметра R_0.

---

1. Какой ключевой смысл заключён в следующих терминах: «плотность тела», «плотность тока», «плотность населения/застройки»?

2. Выявите общее и различное в следующих понятиях: «электрическое сопротивление», «биологическое сопротивление» и «психологическое сопротивление» (ответ составьте в виде схемы, таблицы и т. п.).

3. Подготовьте дискуссию «Положительные и отрицательные стороны действий электрического тока».

4. Напишите эссе «Источники тока и источники идей: светлая жизнь или жизнь без света».

5. Используя информацию фильма «Высокотемпературные сверхпроводники и их применение» (http://www.youtube.com/watch?feature=player_detailpage&v=anNvsGD5FUk), подготовьте доклад «Эволюция представлений о сверхпрово-

димости, технологий изготовления сверхпроводников и способов применения сверхпроводников и изделий, изготовленных на их основе». Какие профессии существуют и появятся в связи с развитием сверхпроводниковых технологий?

6. Что должен знать электрик при проектировании схемы электрической проводки жилого дома, квартиры?

§ 2.11. ЭЛЕКТРОДВИЖУЩАЯ СИЛА

Любой источник тока характеризуется электродвижущей силой, или ЭДС. Так, на круглой батарейке для карманного фонарика написано: 1,5 В. *Что это значит?*

В § 2.3 мы установили, что для длительного существования электрического тока в проводнике на его концах должна поддерживаться постоянная разность потенциалов. Как же это осуществить?

Если взять два заряженных тела (например, два шара) A и B, несущих заряды противоположного знака $+q$ и $-q$, и соединить их проводником, то в нём возникнет электрическое поле и потечёт ток (рис. 2.47, *а*). В процессе прохождения тока оба тела будут разряжаться (электроны с шара B будут переходить на шар A), разность потенциалов между ними начнет падать; вскоре она станет равной нулю, и ток в проводнике AB прекратится.

Сторонние силы

Для того чтобы ток в проводнике AB не прекращался, а был постоянным, надо шары A и B всё время подзаряжать, чтобы обеспечить постоянную разность потенциалов между ними. Для этого необходимо иметь устройство (оно называется источником тока), которое непрерывно перемещало бы заряды в направлении, противоположном направлению

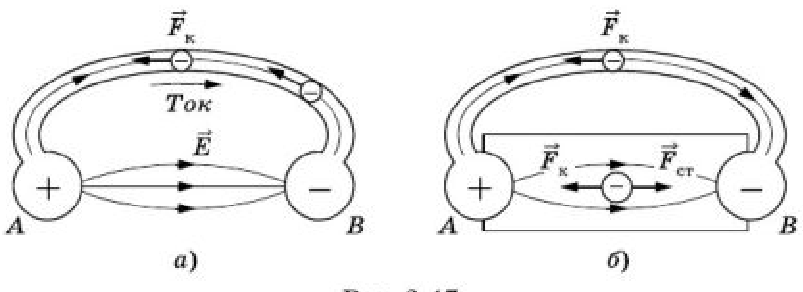


Рис. 2.47

кулоновских сил, действующих на эти заряды со стороны электрического поля заряженных шаров. В таком устройстве на заряды должны действовать силы, отличные от кулоновских (рис. 2.47, *б*). Одни лишь электростатические (кулоновские) силы не могут поддерживать постоянный ток в цепи.

Любые силы, действующие на электрически заряженные частицы, за исключением электростатических (*кулоновских*) *сил, называются сторонними силами.*

Вывод о необходимости действия сторонних сил для поддержания постоянного тока в электрической цепи станет ещё очевиднее, если обратиться к закону сохранения энергии.

Мы уже говорили (см. § 2.3), что стационарное электрическое поле, связанное с проводником с током, является потенциальным. Работа этого поля при перемещении заряженных частиц вдоль замкнутой цепи равна нулю. Прохождение же тока по проводникам сопровождается выделением энергии — проводники нагреваются. Следовательно, в любой цепи должен быть какой-то источник энергии, поставляющий её в цепь. В нём, помимо кулоновских сил, обязательно должны действовать сторонние непотенциальные силы, работа которых вдоль замкнутой цепи отлична от нуля. Именно за счёт работы этих сил заряженные частицы приобретают энергию и отдают её затем при движении в проводниках электрической цепи.

Сторонние силы приводят в движение заряженные частицы внутри источников тока: в генераторе на электростанции, в гальваническом элементе, аккумуляторе и т. д. В результате на клеммах источника появляются заряды противоположного знака, и между клеммами создаётся определённая разность потенциалов. При замыкании цепи начинает действовать механизм образования поверхностных зарядов, создающих электрическое поле во всей цепи (см. § 2.3).

Внутри источника заряды движутся под действием сторонних сил против сил электростатического поля (положительные — от отрицательно заряженного электрода к положительно заряженному, а отрицательные — наоборот), а во всей остальной части цепи их приводит в движение стационарное электрическое поле (см. рис. 2.47, *б*).

Механическая аналогия электрической цепи

Для лучшего понимания значения источника тока в замкнутой электрической цепи рассмотрим следующую механическую аналогию. На рисунке 2.48 изображён замкнутый

контур, состоящий из труб и насоса. Чтобы исключить действие силы тяжести, предположим, что контур расположен горизонтально. Весь контур заполнен жидкостью, например водой. На любом участке горизонтальной трубы жидкость течёт за счёт разности давлений на концах участка. Жидкость перемещается в сторону уменьшения давления. Но сила давления, появляющаяся вследствие сжатия жидкости, — это вид сил упругости, которые являются потенциальными. Поэтому работа этих сил на замкнутом пути, как и работа кулоновских сил, равна нулю. Следовательно, одни эти силы не могут вызвать длительную циркуляцию жидкости в замкнутом контуре, так как течение жидкости сопровождается потерями энергии вследствие действия сил трения.

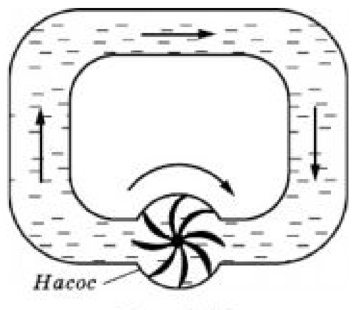


Рис. 2.48

Для циркуляции воды необходим насос — аналог источника тока. Крыльчатка этого насоса действует на частички жидкости и создаёт постоянную разность давлений (напор) на входе и выходе насоса, благодаря чему жидкость и течёт по трубам. Роль сторонних сил в насосе играет сила, действующая на воду со стороны вращающейся крыльчатки. Внутри насоса вода течёт от участков с меньшим давлением к участкам с бóльшим давлением.

Природа сторонних сил

Природа сторонних сил может быть различной. Например, в аккумуляторе или гальваническом элементе эта сила возникает благодаря химическим реакциям на границе соприкосновения электродов с раствором электролита (см. § 2.12). В фотоэлементе эти силы возникают благодаря действию света на вещество. В генераторах электростанций сторонняя сила — это может быть сила, действующая со стороны магнитного поля на электроны в движущемся проводнике (подробнее об этом будет говориться в главе 4).

Электродвижущая сила

Физическая величина, характеризующая действие сторонних сил в источниках тока, называется *электродвижущей силой* (сокращенно ЭДС). **Электродвижущая**

сила в замкнутом проводящем контуре равна отношению работы сторонних сил по перемещению заряда вдоль контура к этому заряду[1].

Обозначим ЭДС буквой $\mathscr{E}$, работу сторонних сил — $A_{ст}$, а переносимый заряд — q, тогда из определения ЭДС следует, что

$$\mathscr{E} = \frac{A_{ст}}{q}. \qquad (2.11.1)$$

Из этой формулы видно, что единицей ЭДС, как и напряжения, является вольт.

Можно говорить об электродвижущей силе на любом участке цепи. Это удельная работа сторонних сил не во всём контуре, а только на данном участке. Электродвижущая сила гальванического элемента, например, численно равна работе сторонних сил при перемещении единичного положительного заряда внутри элемента от отрицательного его полюса к положительному.

Так как электродвижущая сила представляет собой удельную работу, то она является скалярной величиной, которая может быть как положительной, так и отрицательной. Знак ЭДС определяется в зависимости от произвольно выбранного направления обхода того участка электрической цепи, на котором включён данный источник тока. Если внутри источника тока обход совершается от отрицательного полюса к положительному, то ЭДС положительная ($\mathscr{E} > 0$) (рис. 2.49, *а*). Сторонние силы внутри источника совершают при этом положительную работу. Если обход совершается от положительного полюса к отрицательному, то ЭДС отрицательная ($\mathscr{E} < 0$) (рис. 2.49, *б*).

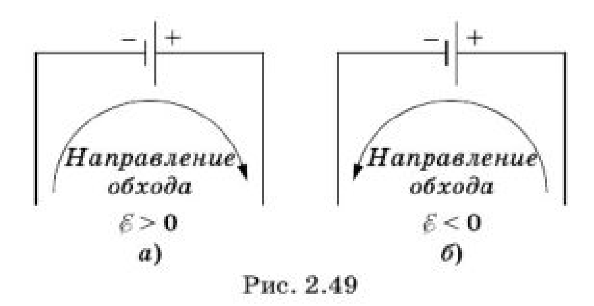


Рис. 2.49

[1] Как видно из определения, ЭДС численно равна работе по перемещению единичного положительного заряда (удельной работе), а не силе в обычном понимании этого слова. Здесь опять используется не очень удачная, но давно установившаяся терминология.

Теперь вы знаете, что такое ЭДС. Если на батарейке написано 1,5 В, *то это означает, что сторонние силы (химические в данном случае) совершают работу* 1,5 Дж *при перемещении заряда в* 1 Кл *от одного полюса батарейки к другому. Постоянный ток не может существовать в замкнутой цепи, если в ней не действуют сторонние силы, т. е. нет источника ЭДС.*



? **1.** Приведите примеры сторонних сил.

2. Чему равна работа сторонних сил при перемещении заряда по замкнутому контуру; работа кулоновских сил при перемещении заряда по замкнутому контуру?

§ 2.12. ГАЛЬВАНИЧЕСКИЕ ЭЛЕМЕНТЫ

В начале XIX в. был создан первый источник постоянного электрического тока — г а л ь в а н и ч е с к и й э л е м е н т. После этого открылась возможность изучения и широкого практического использования электрического тока. В гальваническом элементе энергия, выделяемая в электрической цепи, получается за счёт энергии, освобождающейся при химических реакциях, сопровождающих работу элемента.

Гальванические элементы в простейшем варианте состоят из двух химически различных электродов, опущенных в водный раствор того или иного электролита. Первый гальванический элемент, состоящий из медного и цинкового электродов, переложенных смоченным солёной водой сукном, был изобретён итальянским физиком Алессандро Вольта (1745—1827).

Опыты Гальвани. Открытие Вольта

Гальванический элемент получил своё название по имени итальянского врача и анатома Луиджи Гальвани (1737—1798), опыты которого дали толчок к исследованиям Вольта.

Гальвани пытался обнаружить действие атмосферного электричества на мышцы живого организма — лягушки. Для этого он подвесил препарированную лягушку на медном крючке к железному забору, причём крючок проходил через спинной мозг лягушки. Прижимая крючок к перилам, Гальвани обнаружил сильное сокращение мышц. К счастью, он сумел догадаться, что дело здесь не в атмосферном электри-

честве. Сокращение наблюдалось всегда, когда прикасались к лапке лягушки двумя различными металлами, находящимися между собой в контакте.

Зная, что сокращение мышц возникает при электрическом разряде, Гальвани решил, что открыл «животное электричество», вырабатываемое в организме. Металлический проводник, как полагал Гальвани, позволяет электричеству быстро переходить из одних частей мышцы в другие, что и вызывает их сокращение.

Правильное объяснение открытому явлению дал соотечественник Гальвани Вольта. Это объяснение и привело Вольта к созданию первого источника постоянного тока. Вольта понял, что лягушачьи лапки — это лишь чувствительный «животный электрометр», более чувствительный, чем любой другой, и только. Явление же связано с наличием двух разнородных металлов, соприкасающихся с электропроводящей жидкостью животных тканей. Отсюда Вольта извлёк идею первого гальванического элемента: набор медных и цинковых кружочков, переложенных смоченным солёной водой сукном. Это был «вольтов столб» — «самый замечательный, — по словам Араго, — прибор, когда-либо изобретённый людьми».

Вскоре были изобретены другие гальванические элементы: элемент Даниэля, Грене, Лекланше, нормальный элемент Вестона и др.

Рассмотрим более подробно основные принципы работы гальванических элементов на примере элемента Даниэля, хотя практически этот элемент в настоящее время не используют. Протекающие в нём процессы наиболее просты.

Элемент Даниэля

Элемент Даниэля устроен так: в стеклянный сосуд помещён стакан из пористой необожжённой глины (рис. 2.50, *а*); во внутренний стакан налит водный раствор соли $ZnSO_4$ (цинковый купорос), а во внешний — раствор медного купороса ($CuSO_4$); в качестве электродов используют цинк и медь. Пористая перегородка препятствует быстрому перемешиванию растворов электролитов, но позволяет просачиваться ионам разных знаков.

Посмотрим вначале, что происходит с цинковым электродом. Если бы во внутреннем сосуде была серная кислота H_2SO_4, то началась бы химическая реакция, в результате которой цинковый электрод растворялся бы с образованием

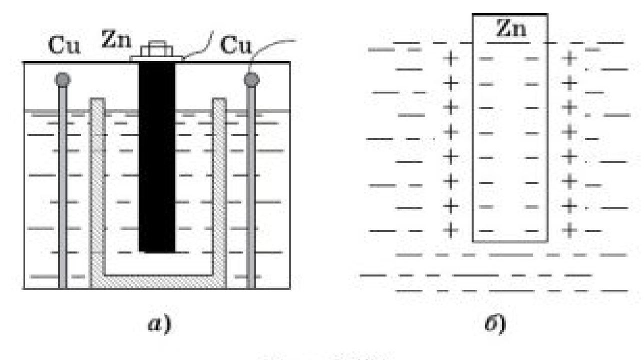


Рис. 2.50

соли $ZnSO_4$. Тот же процесс происходит и в растворе соли цинкового купороса, если концентрация ионов цинка в нём не слишком велика. Причём в раствор переходят не нейтральные атомы цинка, а его положительные ионы, несущие двойной элементарный заряд (Zn^{2+}). Этот процесс — результат действия химических сил, имеющих электромагнитную природу, но очень сложных по своему характеру. Мы не будем вникать в причины появления химических сил и в особенности их действия. Важно следующее: *цинковый электрод заряжается отрицательно, так как каждый уходящий атом цинка оставляет два своих электрона, а раствор электролита заряжается положительно.* Одновременно происходит и обратный процесс. Участвующий в тепловом движении молекул ион цинка может снова осесть на электроде. После опускания цинкового стержня в электролит с течением времени установится равновесное состояние, при котором число ионов цинка, покинувших электрод в единицу времени, равно числу ионов, осевших на нём за это же время.

Выясним условия возникновения этого равновесия. По мере растворения цинка между электродом и раствором электролита появляется возрастающая разность потенциалов, так как цинк заряжается отрицательно, а раствор — положительно (рис. 2.50, *б*). Следовательно, в очень тонком слое контакта электрод — раствор возникает электрическое поле. Это поле препятствует выходу ионов Zn^{2+} из электрода. Растворение прекратится, когда сила электрического поля станет равной по модулю химической силе, вызывающей переход ионов Zn^{2+} в раствор. Эта химическая сила в рассматриваемом случае есть сторонняя сила, приводящая в движение заряженные частицы (ионы Zn^{2+}) и вызывающая появление электрического тока в цепи.

Возникающий на границе электрод — раствор скачок потенциала зависит от концентрации ионов цинка в растворе электролита. Опыт показывает, что при нормальной массовой концентрации[1] ионов цинка в растворе цинкового купороса (32,7 кг/м³) разность потенциалов между электродом и раствором электролита $U_1 = -0,5$ В.

Теперь посмотрим, что происходит с медным электродом в растворе медного купороса. Если массовая концентрация ионов меди в этом растворе является нормальной (31,8 кг/м³), то здесь происходит обратный процесс: ионы меди Cu^{2+} осаждаются на электроде, заряжая его положительно. Раствор медного купороса при этом заряжается отрицательно, так как при переходе иона меди Cu^{2+} из раствора на медный электрод от молекулы $CuSO_4$ в растворе остается ион SO_4^{2-} (кислотный остаток). Это продолжается до тех пор, пока скачок потенциала на границе электрод — раствор электролита не достигнет значения $U_2 = 0,61$ В.

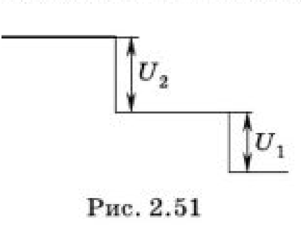


Рис. 2.51

В результате изменение потенциала в разомкнутом элементе имеет вид, изображённый на рисунке 2.51. Здесь учтено, что в отсутствие тока потенциалы обоих растворов электролитов одинаковы, так как растворы и пористая перегородка являются проводниками. Разность потенциалов между электродами элемента Даниэля при разомкнутой цепи (она равна по модулю ЭДС элемента) составляет

$$\mathscr{E} = U_2 - U_1 = 1,11 \text{ В},$$

если массовые концентрации ионов в обоих растворах электролитов нормальные.

Таким образом, ЭДС элемента равна сумме скачков потенциала на границах электрод — раствор электролита. Она не зависит от площади электродов и определяется лишь материалом электродов и концентрацией ионов в растворах электролитов. При перемещении единичного положительного заряда внутри элемента от цинкового электрода к медно-

---

[1] Массовой концентрацией компонента в растворе называется отношение массы компонента к объёму раствора. Концентрация считается нормальной, когда масса ионов металла, содержащихся в 1 м³ раствора, численно равна отношению молярной массы металла, выраженной в килограммах на моль, к его валентности.

му сторонние силы, действующие на границах электрод — раствор, совершают положительную работу. Эта работа численно равна сумме скачков потенциалов $|U_1| + |U_2|$, так как химические силы, действующие в прилегающем к электроду слое раствора электролита, равны по модулю электрическим.

Когда элемент разомкнут, металлы (электроды) не растворяются и не наращиваются; концентрация ионов в растворах не изменяется. Что же произойдёт, если соединить медный и цинковый электроды металлической проволокой?

Так как между электродами существует разность потенциалов, то по внешней цепи электроны начнут перемещаться от электрода с более низким потенциалом (цинкового) к электроду с более высоким потенциалом (медному). При этом равновесие между каждым электродом и окружающим его раствором электролита нарушается. Цинк становится недостаточно отрицательным (часть электронов с него ушла), а медь становится слишком отрицательной (сюда пришли лишние электроны). Вследствие этого цинк начнёт растворяться: в раствор будут переходить дополнительные ионы Zn^{2+}, а на цинковом электроде будут оставаться электроны, восстанавливающие его заряд. На медном электроде ионы Cu^{2+} будут нейтрализоваться избыточными электронами и осаждаться на нём в виде нейтральных атомов. Таким образом, в результате растворения цинка и осаждения меди разность потенциалов между этими электродами будет всё время сохранять постоянное значение, и в цепи будет идти длительный постоянный ток.

Мы видим, что при описанном процессе внутри пористого стакана должны были бы накапливаться избыточные ионы Zn^{2+}, а в стеклянном стакане — избыточные ионы SO_4^{2-}. Но эти противоположно заряженные частицы притягивают друг друга, и ионы SO_4^{2-} просачиваются через стенки пористого стакана, в результате чего во внутреннем стакане концентрация $ZnSO_4$ *возрастает*. В стеклянном стакане, наоборот, вследствие ухода ионов Cu^{2+} к меди и ионов SO_4^{2-} в пористый стакан концентрация $CuSO_4$ в растворе *убывает*. Понятно, что если бы элемент работал в этих условиях достаточно долго, то раствор $ZnSO_4$ во внутреннем стакане достиг бы состояния насыщения и из раствора начали бы выпадать в виде осадка кристаллы $ZnSO_4$. В стеклянном стакане концентрация $CuSO_4$ в растворе стала бы настолько малой, что ЭДС элемента упала бы до нуля и элемент не мог бы дальше работать. Поэтому, чтобы обеспечить длительную

работу элемента, вводят в раствор запас кристаллов $CuSO_4$, которые постепенно растворяются и поддерживают раствор в состоянии насыщения.

Таким образом, в то время как во внешней цепи гальванического элемента (в проволоке) движутся электроны от места с более низким потенциалом (от отрицательного полюса элемента) к месту с более высоким потенциалом (к положительному полюсу элемента), т. е. от цинкового электрода к медному, в растворе электролита движутся ионы: отрицательные (SO_4^{2-}) — от меди к цинку и положительные (Cu^{2+} и Zn^{2+}) — от цинка к меди. В результате устанавливается непрерывный круговорот зарядов как вне элемента по проводам, составляющим внешнюю цепь, так и внутри элемента, через раствор электролита.

Так же в основном происходит процесс возникновения ЭДС и тока в других гальванических элементах, хотя часто этот основной процесс осложняется вторичными реакциями, происходящими на электродах.

Поляризация гальванических элементов

Гальванический элемент Вольта состоял из медного и цинкового электродов, как и элемент Даниэля, но оба электрода были погружены в раствор одного электролита — раствор серной кислоты. Элемент Вольта только небольшое время после замыкания цепи даёт постоянный ток. Затем сила тока быстро уменьшается.

Дело здесь в следующем. В водном растворе H_2SO_4 присутствуют положительные ионы водорода. При работе элемента они осаждаются на медном электроде. В результате через некоторое время после замыкания цепи этот электрод покрывается тонким слоем водорода. Вместо медного электрода получается «водородный» электрод. Этот процесс носит название *поляризации элемента*.

Скачок потенциала на границе водород — раствор электролита меньше, чем на границе медь — раствор. Поэтому ЭДС уменьшается. Говоря другими словами, поляризация элемента приводит к появлению дополнительной *поляризационной ЭДС*, имеющей знак, противоположный знаку ЭДС элемента. Одновременно выделение водорода сильно увеличивает внутреннее сопротивление элемента, ибо плёнка водорода на медном электроде имеет большое сопротивление.

приборах, в слуховых аппаратах для людей, потерявших слух, в детских игрушках, карманных фонарях и т. д.

В гальванических элементах ЭДС возникает за счёт действия химических сил. Однако в них происходят необратимые процессы, приводящие к расходованию электродов, раствора электролита. По истечении некоторого времени они становятся негодными, их надо заменять новыми.

§ 2.13. АККУМУЛЯТОРЫ

Существуют источники тока, работающие на принципе обратимых химических процессов. Их называют аккумуляторами (накопителями).

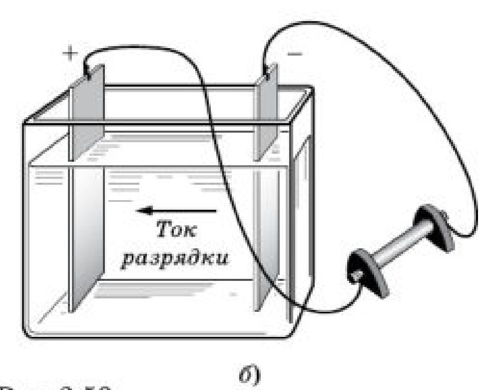
Принцип работы аккумулятора

Работа аккумулятора основана на явлении поляризации электродов. Мы видели, что в гальванических элементах оно было вредным. Однако оказалось, что это явление можно использовать для практического получения электрического тока.

Нальём в стакан раствор серной кислоты и опустим в него два одинаковых свинцовых электрода, поверхности которых покрыты оксидом свинца (II) PbO. Элемент в таком виде не обладает ЭДС, так как оба его электрода одинаковы. Присоединим теперь к электродам внешний источник тока (рис. 2.53, *а*) и пропустим через элемент ток (ток зарядки). Электрический ток, проходящий через водный раствор



а)



б)

Рис. 2.53

серной кислоты, вызовет разложение воды на водород и кислород. В результате на пластинке, соединённой с отрицательным полюсом источника тока (катоде), выделяется водород, который восстанавливает оксид свинца (II) в чистый свинец:

$$PbO + 2H \rightarrow Pb + H_2O.$$

На электроде, соединённом с положительным полюсом источника тока (аноде), выделяется кислород, который окисляет оксид свинца (II) в оксид свинца (IV):

$$PbO + O \rightarrow PbO_2.$$

Таким образом, в результате пропускания тока через элемент, т. е. зарядки элемента, его электроды оказываются разными по химическому составу, и появляется определённая ЭДС — именно ЭДС поляризации, равная примерно 2 В. Элемент в таком состоянии уже сам является источником тока и при замыкании его на нагрузку может создавать в цепи в течение некоторого времени электрический ток (рис. 2.53, *б*) — ток разрядки, который направлен противоположно току зарядки. Такой элемент и есть аккумулятор.

При разрядке химические реакции на электродах идут в обратном направлении. Положительная пластинка восстанавливается водородом:

$$PbO_2 + 2H \rightarrow PbO + H_2O,$$

а отрицательная пластинка окисляется кислородом:

$$Pb + O \rightarrow PbO.$$

Как только обе пластинки окажутся одинаковыми, аккумулятор перестанет давать ток.

Устройство кислотного (свинцового) аккумулятора

Рассмотренный нами аккумулятор не способен накопить сколько-нибудь значительный электрический заряд. Для увеличения его аккумулирующих способностей надо увеличить площадь поверхности электродов. Это достигается тем, что вместо электродов в виде пластин применяют блоки, заполненные активной массой. Положительные пластины, соединённые между собой свинцовой полосой, располагаются между отрицательными, также спаянными между собой (рис. 2.54, *а*). Эти блоки опускают в стеклянную банку с 20%-м раствором серной кислоты.

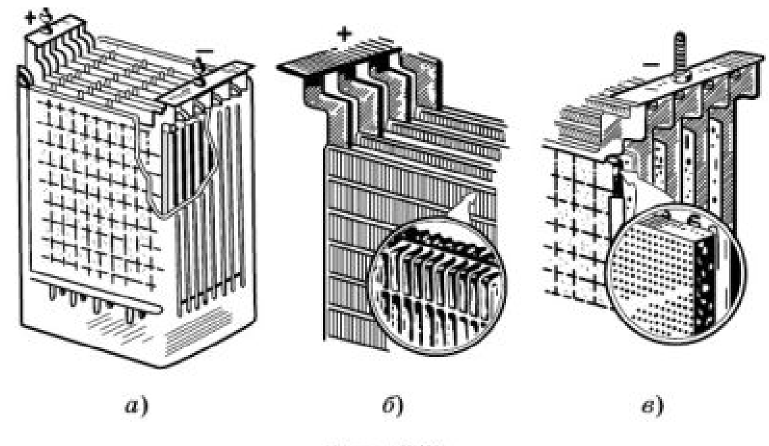


Рис. 2.54

Положительные пластины (рис. 2.54, *б*) состоят из целого ряда скреплённых между собой параллельных вертикальных свинцовых ребер, образующих ячейки наподобие пчелиных сотов. В эти ячейки впрессовывается активная масса. У заряженного аккумулятора активная масса положительной пластины состоит из оксида свинца (IV) (PbO_2). Положительные пластины имеют бурый цвет.

Отрицательные пластины серого цвета (рис. 2.54, *в*) имеют остов в виде свинцовой решетки, ячейки которой тоже заполнены активной массой. В заряженном аккумуляторе активная масса отрицательных пластин — чистый свинец, имеющий пористую структуру и называемый поэтому губчатым свинцом. Расстояние между пластинами делается малым для уменьшения внутреннего сопротивления аккумулятора. Внутреннее сопротивление кислотных аккумуляторов очень мало, поэтому нельзя соединять клеммы аккумулятора проводником с малым сопротивлением (короткое замыкание), так как возникающий при этом сильный ток оказывает очень вредное действие на аккумулятор.

Для каждого аккумулятора существуют предельные значения силы тока при зарядке и разрядке. Эти данные указываются в паспорте аккумулятора.

ЭДС кислотного аккумулятора сразу по окончании зарядки около 2,7 В. В начале работы аккумулятора она быстро падает до 2,1 В. Если ЭДС аккумулятора уменьшается до 1,8 В, его необходимо снова поставить на зарядку.

Кроме кислотных аккумуляторов широкое распространение получили щелочные аккумуляторы. ЭДС щелочного аккумулятора равна примерно 1,3 В.

Применение аккумуляторов

В современной электротехнике аккумуляторы находят широкое применение. Без них не могут работать автомобили. Аккумуляторы здесь нужны для запуска автомобильного двигателя при помощи стартера (специального электродвигателя), для освещения на остановках, когда генератор не работает. Аккумуляторы применяют для освещения железнодорожных вагонов на стоянках в поездах, курсирующих по дорогам, где нет пока электротяги.

Аккумуляторы применяются на небольших электростанциях, например на электростанциях, использующих энергию ветра. Когда дует ветер и электрические генераторы работают на полную мощность, часть энергии идёт на зарядку аккумуляторов. Затем энергию, запасённую в аккумуляторах, расходуют по мере надобности и независимо от метеорологических условий.

Без аккумуляторов не могут обходиться подводные лодки (кроме атомных). Аккумуляторы применяют на электрокарах (электрических грузовых тележках), в электромобилях (автомобилях с электрическими двигателями), для питания радиоаппаратуры, рудничных ламп и во многих других случаях. Широко используются аккумуляторы в лабораторной практике, где они являются хорошими источниками постоянного тока.

Литий-полимерные аккумуляторы (в качестве электролита используется полимерный материал) используются в мобильных телефонах, цифровой технике, радиоуправляемых моделях и пр.

В аккумуляторах ЭДС возникает за счёт действия химических сил. В них происходят обратимые химические процессы, которые используются для практического получения электрического тока.



? Чем отличаются гальванические элементы от аккумуляторов?

§ 2.14. ЗАКОН ОМА ДЛЯ ПОЛНОЙ ЦЕПИ

В § 2.4 мы познакомились с законом Ома для участка цепи, не содержащего источник ЭДС. Пользуясь им, мы можем вычислить силу тока, если знаем напряжение на участке цепи и сопротивление участка. Закон Ома для полной цепи устанавливает зависимость между силой тока в цепи, ЭДС источника, питающего цепь, и полным сопротивлением цепи.

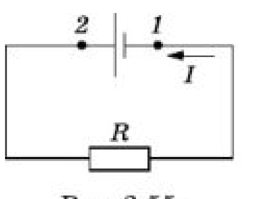


Рис. 2.55

Рассмотрим простейшую полную (замкнутую) электрическую цепь (рис. 2.55), состоящую из источника тока (например, гальванического элемента или аккумулятора) и резистора сопротивлением R. Источник тока, имеющий ЭДС $\mathcal{E}$, обладает сопротивлением r. Его называют внутренним сопротивлением источника в отличие от сопротивления R цепи, называемого внешним сопротивлением. В генераторе r — это сопротивление его обмоток (медных проводов), в гальваническом элементе или аккумуляторе — это сопротивление раствора электролита и электродов. Для получения закона Ома для полной цепи используем закон сохранения энергии.

Пусть за время Δt через поперечное сечение проводника пройдет заряд q. Тогда, согласно формуле (2.11.1), работа сторонних сил при перемещении заряда q равна $A_{ст} = \mathcal{E}q$. Из определения силы тока I (2.2.5) имеем: $q = I\Delta t$. Следовательно,

$$A_{ст} = \mathcal{E}I\Delta t. \qquad (2.14.1)$$

Благодаря работе сторонних сил при прохождении тока в цепи на её внешнем и внутреннем участках выделяется количество теплоты, по закону Джоуля—Ленца равное:

$$Q = I^2R\Delta t + I^2r\Delta t. \qquad (2.14.2)$$

Согласно закону сохранения энергии $A_{ст} = Q$, поэтому

$$\mathcal{E}I\Delta t = I^2R\Delta t + I^2r\Delta t.$$

Отсюда

$$\mathcal{E} = IR + Ir. \qquad (2.14.3)$$

Произведение силы тока на сопротивление участка цепи называют падением напряжения на этом участке. Таким образом, *ЭДС источника тока равна сумме падений напряжений на внешнем и внутреннем участках замкнутой цепи*:

$$\mathcal{E} = U + U_0, \qquad (2.14.4)$$

где $U = IR$ — падение напряжения на внешнем участке цепи, а $U_0 = Ir$ — падение напряжения на внутреннем участке.

Из равенства (2.14.3) получаем:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}. \qquad (2.14.5)$$

Это и есть закон Ома для полной цепи. **Сила тока в полной цепи равна отношению ЭДС источника к полному сопротивлению цепи.**

Внутреннее сопротивление источника тока, если оно мало по сравнению с внешним сопротивлением ($r \ll R$), оказывает малое влияние на силу тока. Но при коротком замыкании, когда $R \approx 0$, сила тока

$$I_{\text{к. з}} \approx \frac{\mathcal{E}}{r} \qquad (2.14.6)$$

очень велика, так как r мало. Например, при $\mathcal{E}$ = 2 В и r = 0,1...0,004 Ом $I_{\text{к. з}}$ = 20...2000 А. При такой силе тока провода могут расплавиться, а источник — выйти из строя.

Если цепь содержит несколько последовательно соединённых элементов (рис. 2.56), то *полная ЭДС в цепи равна алгебраической сумме ЭДС отдельных элементов*:

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_3 + \ldots + \mathcal{E}_N. \qquad (2.14.7)$$

Для определения знака ЭДС отдельных элементов следует руководствоваться правилом, изложенным в § 2.11. При выбранном (произвольно) направлении обхода против часовой стрелки для цепи, изображённой на рисунке 2.56, $\mathcal{E}_1 > 0$, $\mathcal{E}_2 < 0$ и $\mathcal{E}_3 > 0$, поэтому

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_3 = |\mathcal{E}_1| - |\mathcal{E}_2| + |\mathcal{E}_3|.$$

Рис. 2.56

Внутреннее сопротивление батареи, состоящей из последовательно соединенных элементов, равно сумме внутренних сопротивлений элементов:

$$r = r_1 + r_2 + r_3 + \ldots + r_N. \qquad (2.14.8)$$

Если батарея состоит из N одинаковых последовательно соединенных элементов с одинаковыми знаками ЭДС, то из формул (2.14.7) и (2.14.8) следует, что

$$\mathcal{E}_{\text{б}} = \mathcal{E}_{\text{э}} N, \qquad (2.14.9)$$

$$r_{\text{б}} = r_{\text{э}} N, \qquad (2.14.10)$$

где $\mathcal{E}_{\text{б}}$ и $r_{\text{б}}$ — ЭДС и внутреннее сопротивление батареи, а $\mathcal{E}_{\text{э}}$ и $r_{\text{э}}$ — ЭДС и внутреннее сопротивление одного элемента.

Сила тока в полной цепи равна ЭДС цепи, делённой на её полное сопротивление.

§ 2.15. ЗАКОН ОМА ДЛЯ УЧАСТКА ЦЕПИ, СОДЕРЖАЩЕГО ЭДС

Наиболее общую форму имеет закон Ома для участка цепи, содержащего ЭДС.

Рассмотрим участок цепи, содержащий гальванический элемент или аккумулятор, т. е. участок, на котором действуют сторонние силы. Таким участком является, например, участок *1—2* (см. рис. 2.55). Выразим разность потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2$ на концах этого участка через ЭДС $\mathcal{E}$ источника, его сопротивление r и силу тока I. Для этого надо сначала выбрать (произвольно) положительное направление обхода в контуре цепи и строго придерживаться правил знаков, о которых мы говорили в § 2.2 и 2.11. Напомним их. Сила тока на рассматриваемом участке считается положительной, если направление тока (т. е. направление движения положительных зарядов) совпадает с выбранным направлением. ЭДС считается положительной, если работа сторонних сил при перемещении единичного положительного заряда на данном участке цепи в направлении обхода положительна. (В случае гальванического элемента или аккумулятора ЭДС положительна, если этот заряд внутри источника перемещается от отрицательного электрода к положительному.) Наконец, знак разности потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2$ (или напряжения $U_{1,2}$) на данном участке зависит от того, что больше — φ_1 или φ_2.

При выбранном направлении обхода против часовой стрелки для цепи, изображённой на рисунке 2.55, $I > 0$, $\mathcal{E} > 0$ и $\varphi_1 - \varphi_2 = U_{1,2} < 0$, так как потенциал точки *1* (начало участка) — отрицательного полюса источника тока меньше потенциала точки *2* (конец участка) — положительного полюса.

Применяя закон Ома (2.14.5) для полной цепи, получим:

$$\mathcal{E} = IR + Ir. \qquad (2.15.1)$$

С другой стороны, применяя закон Ома (2.4.3) для участка цепи, не содержащего источник тока, а имеющего только резистор R (этот участок находится также между точками *1* и *2* в нижней части рис. 2.55), можно записать

$$IR = \varphi_2 - \varphi_1. \qquad (2.15.2)$$

Заменяя IR в формуле (2.15.1) на $\varphi_2 - \varphi_1$ из уравнения (2.15.2), получим:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = Ir - \mathcal{E}. \qquad (2.15.3)$$

Это и есть закон Ома для участка цепи, содержащего ЭДС. **Разность потенциалов между началом и концом участка цепи равна падению напряжения на участке минус ЭДС этого участка.**

При разомкнутой цепи $I = 0$ и, следовательно,

$$\mathcal{E} = \varphi_2 - \varphi_1.$$

Таким образом, *ЭДС элемента равна разности потенциалов между его полюсами при разомкнутой цепи.*

Чтобы лучше понять смысл формулы (2.15.3), рассмотрим подробно два процесса — разрядку и зарядку аккумулятора.

Разрядка аккумулятора

На рисунке 2.57 штриховой линией выделен участок цепи с ЭДС. При выбранном направлении обхода против часовой стрелки $I > 0$, $\mathcal{E} > 0$, а $U_{1,\,2} < 0$ (так как потенциал точки *1* — отрицательного полюса аккумулятора меньше потенциала точки *2* — положительного полюса), т. е. электрические (кулоновские) силы совершают отрицательную работу. Поэтому уравнение (2.15.3) для модулей запишется так:

$$|U_{1,\,2}| = |\mathcal{E}| - |I|r. \qquad (2.15.4)$$

Напряжение равно ЭДС источника минус падение напряжения на участке (внутреннее падение напряжения).

Зарядка аккумулятора

Схема зарядки аккумулятора показана на рисунке 2.58. Выберем направление обхода контура по часовой стрелке. Тогда $I > 0$, $U_{1,\,2} > 0$ (так как $\varphi_1 > \varphi_2$), но $\mathcal{E} < 0$.

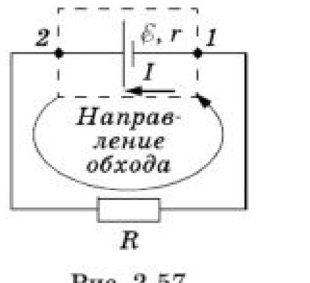


Рис. 2.57

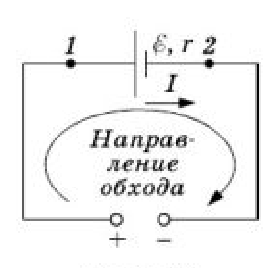


Рис. 2.58

Следовательно,

$$|U_{1,2}| = |\mathscr{E}| + |I|r.$$

Напряжение на аккумуляторе теперь больше его ЭДС на величину падения напряжения внутри аккумулятора.

Разность потенциалов (напряжение) на участке цепи, содержащем ЭДС, равна падению напряжения на участке минус его ЭДС. Падение напряжения обычно происходит на внутреннем сопротивлении источника.

? 1. При каких условиях из закона Ома для участка цепи, содержащего ЭДС, можно получить закон Ома для полной цепи?
2. При каких условиях вольтметр покажет ЭДС источника тока? Проверьте свой ответ непосредственно на опыте.

§ 2.16. РАБОТА И МОЩНОСТЬ ТОКА НА УЧАСТКЕ ЦЕПИ, СОДЕРЖАЩЕМ ЭДС

Зная закон Ома для участка цепи, содержащего ЭДС, можно определить для такого участка работу и мощность тока.

Произвольный участок цепи

Рассмотрим произвольный участок цепи *1—2*. Так как разность потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2 = U_{1,2}$ всегда численно равна работе по перемещению единичного положительного заряда от точки *1* к точке *2*, то независимо от того, что является источником тока на этом участке (гальванические элементы, аккумуляторы, электродвигатели, генераторы и т. д.), полученные в § 2.7 формулы для работы и мощности:

$$A = IU_{1,2}\Delta t,$$
$$P = IU_{1,2} \qquad (2.16.1)$$

остаются справедливыми. Для вывода этих формул было использовано только определение разности потенциалов и закон сохранения энергии.

Однако выражения для определения мощности (2.7.6) и (2.7.7)

$$P = I^2R \text{ и } P = \frac{U_{1,2}^2}{R}$$

и аналогичные формулы для работы (2.7.2) и (2.7.3) не будут справедливыми, если участок $1-2$ содержит ЭДС. Ведь в этом случае закон Ома в форме (2.4.3) неприменим.

Итак, исходной формулой для мощности тока в общем случае является формула (2.16.1).

Обратим внимание ещё на одну особенность участка цепи с источником тока. Для однородного участка цепи (т. е. без ЭДС) мощность всегда положительна (действительно, $P = I^2R > 0$). Энергия, поступающая на этот участок извне, увеличивает его внутреннюю энергию и затем передаётся окружающим телам в виде теплоты (выполняется закон Джоуля—Ленца).

Мощность на участке цепи, содержащем ЭДС

При наличии сторонних сил на участке мощность может быть как положительной, так и отрицательной. Для наглядности обратимся еще раз к процессам зарядки и разрядки аккумуляторов.

Как мы уже говорили в § 2.15, при зарядке аккумулятора сила тока и напряжение имеют одинаковые знаки (ток идёт в направлении убыли потенциала, как и на однородном участке цепи), а знак ЭДС противоположен знаку силы тока.

Следовательно, мощность положительна ($P = IU_{1,2} > 0$), т. е. аккумулятор потребляет мощность извне. На что она расходуется?

Перепишем выражение для мощности в другом виде. Согласно закону Ома (2.15.3) для участка цепи, содержащего ЭДС,

$$U_{1,2} = Ir - \mathcal{E}.$$

Тогда, учитывая, что знак ЭДС противоположен знаку силы тока, получим

$$P = I^2r - I\mathcal{E} = I^2r + |I||\mathcal{E}|. \qquad (2.16.2)$$

Первое слагаемое — это известное из закона Джоуля—Ленца выражение для количества теплоты, выделяющегося в аккумуляторе в единицу времени. А второе слагаемое — это работа в единицу времени, совершаемая против сторонних (химических) сил; за счёт этой работы увеличивается химическая энергия аккумулятора.

Таким образом, потребляемая энергия (поступившая извне) частично выделяется в виде теплоты, а частично идёт на увеличение энергии аккумулятора.

Когда аккумулятор разряжается, знаки силы тока и напряжения противоположны (ток в аккумуляторе идёт в сторону возрастания потенциала). Поэтому мощность отрицательна ($P = IU_{1,2} < 0$). Это означает, что аккумулятор отдаёт мощность во внешнюю цепь.

Преобразуем выражение для мощности, используя формулу (2.15.3) и учитывая, что знаки ЭДС и силы тока одинаковы:

$$P = I^2r - I\mathcal{E} = I^2r - |I||\mathcal{E}|. \qquad (2.16.3)$$

Из этого выражения видно, что часть мощности (I^2r), расходуемой аккумулятором, выделяется в виде теплоты внутри аккумулятора. Остальная мощность отдаётся внешней цепи.

Подчеркнём, что приведённые рассуждения и полученные выводы (в частности, формулы (2.16.2) и (2.16.3)) справедливы независимо от того, каково происхождение ЭДС на рассматриваемом участке.

Мощность на участке цепи, содержащем ЭДС, может как потребляться этим участком из цепи, так и передаваться в цепь.

? Поясните смысл фразы: «Мощность на участке цепи, содержащем ЭДС, может как потребляться этим участком из цепи, так и передаваться в цепь».

§ 2.17. РАСЧЁТ СЛОЖНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

В общем случае электрическая цепь может быть образована несколькими источниками тока и резисторами, соединёнными произвольным образом, например, так, как показано на рисунке 2.59. Такая цепь называется сложной разветвлённой электрической цепью.

Сложную электрическую цепь можно разбить на ряд отдельных замкнутых контуров (см. рис. 2.59): *ABDA*, *ABCA* и т. д. Расчёт таких цепей (например, нахождение сил токов во всех участках цепи) можно выполнить с помощью закона Ома. Однако во многих случаях расчёт упрощается, если применить правила Кирхгофа.

С первым правилом Кирхгофа (2.8.2) мы познакомились в § 2.8. Оно гласит: алгебраическая сумма сил токов в проводниках, сходящихся в узел, равна нулю. Теперь рассмотрим второе правило.

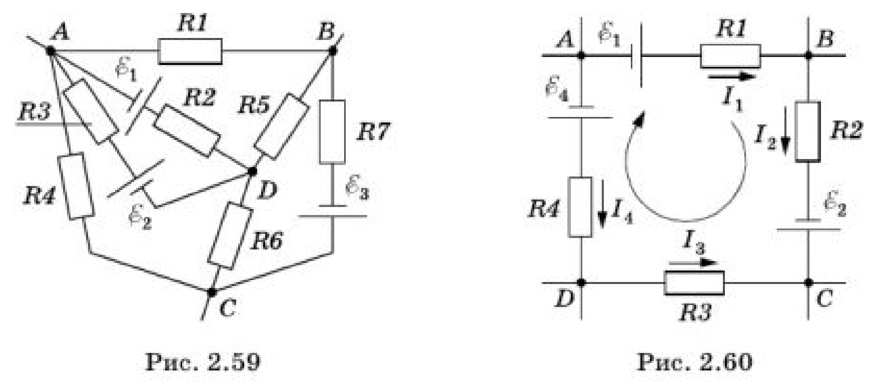


Рис. 2.59

Рис. 2.60

Второе правило Кирхгофа

Рассмотрим произвольно выбранный замкнутый контур *ABCD* (рис. 2.60). Применим к отдельным участкам этого контура закон Ома для участка цепи, содержащего источник ЭДС, в форме (2.15.3):

$$\varphi_1 - \varphi_2 = Ir - \mathcal{E}. \qquad (2.17.1)$$

Обозначим потенциалы узлов A, B, C и D соответственно через φ_A, φ_B, φ_C и φ_D. За направление обхода контура выберем направление по часовой стрелке. Тогда, согласно (2.17.1), можем написать:

$$\begin{aligned} \varphi_A - \varphi_B &= I_1R_1 - \mathcal{E}_1, \\ \varphi_B - \varphi_C &= I_2R_2 - \mathcal{E}_2, \\ \varphi_C - \varphi_D &= I_3R_3, \\ \varphi_D - \varphi_A &= I_4R_4 - \mathcal{E}_4, \end{aligned} \qquad (2.17.2)$$

где I_1, I_2, I_3, I_4 — силы токов, $\mathcal{E}_1$, $\mathcal{E}_2$, $\mathcal{E}_4$ — ЭДС, а R_1, R_2, R_3 и R_4 — сопротивления соответствующих участков контура. Складывая почленно равенства (2.17.2), получим

$$0 = \sum_{i=1}^{4} I_iR_i - \sum_{i=1}^{4} \mathcal{E}_i,$$

или

$$\sum_{i=1}^{4} I_iR_i = \sum_{i=1}^{4} \mathcal{E}_i. \qquad (2.17.3)$$

Это и есть второе правило Кирхгофа: **алгебраическая сумма падений напряжения в ветвях замкнутого контура равна алгебраической сумме ЭДС, действующих в этом контуре.**

В более общем виде второе правило Кирхгофа можно записать так:

$$\sum_{i=1}^{N} I_i R_i = \sum_{i=1}^{N} \mathcal{E}_i. \qquad (2.17.4)$$

При составлении уравнений на основе второго правила Кирхгофа (2.17.4) следует строго придерживаться принятых правил знаков (см. § 2.15).

? Зачем при применении правил Кирхгофа к расчёту различных цепей необходимо выбирать направление обхода контура? Ответ аргументируйте на конкретном примере.

§ 2.18. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

При решении задач на материал § 2.11—2.17 надо, кроме формул предыдущих параграфов главы, применять закон Ома для полной цепи (2.14.5), закон Ома для участка цепи, содержащего ЭДС (2.15.3), правила Кирхгофа (2.8.2) и (2.17.4).

Еще раз обращаем внимание на необходимость чёткого знания правил определения знаков ЭДС, силы тока и напряжения (см. § 2.15).

Задача 1

Два элемента, электродвижущие силы которых $\mathcal{E}_1 = 6$ В и $\mathcal{E}_2 = 4$ В, внутренние сопротивления $r_1 = 0{,}25$ Ом и $r_2 = 0{,}75$ Ом, соединены по схеме, показанной на рисунке 2.61. Чему равна разность потенциалов между точками *1* и *2*? Сопротивлением соединительных проводов пренебречь.

Решение. Условимся считать положительным направление обхода против часовой стрелки. Полная ЭДС цепи равна $\mathcal{E} = |\mathcal{E}_1| - |\mathcal{E}_2|$, а сила тока в цепи

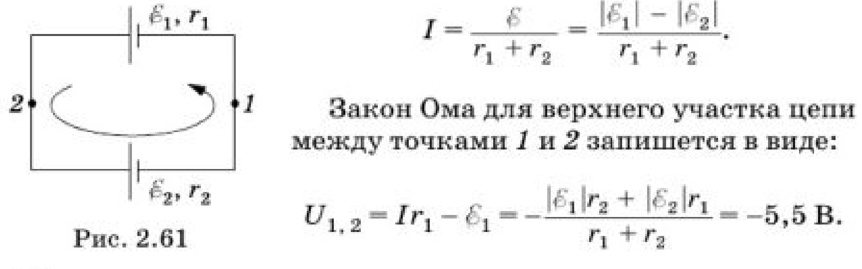


Рис. 2.61

$$I = \frac{\mathcal{E}}{r_1 + r_2} = \frac{|\mathcal{E}_1| - |\mathcal{E}_2|}{r_1 + r_2}.$$

Закон Ома для верхнего участка цепи между точками *1* и *2* запишется в виде:

$$U_{1,2} = Ir_1 - \mathcal{E}_1 = -\frac{|\mathcal{E}_1|r_2 + |\mathcal{E}_2|r_1}{r_1 + r_2} = -5{,}5 \text{ В}.$$

Знак «минус» указывает на то, что потенциал точки *1* меньше потенциала точки *2*. Тот же результат можно получить, применяя закон Ома к нижнему участку цепи:

$$U_{2,1} = Ir_2 - \mathcal{E}_2 = \frac{|\mathcal{E}_1|r_2 + |\mathcal{E}_2|r_1}{r_1 + r_2} = 5{,}5 \text{ В}.$$

Задача 2

В электрической цепи, схема которой изображена на рисунке 2.62, ЭДС батареи элементов $\mathcal{E} = 10$ В, сопротивления всех резисторов одинаковы и равны $R = 5$ Ом. Ёмкости всех конденсаторов тоже одинаковы и равны $C = 1000$ пФ. Найдите заряды на обкладках конденсаторов, если известно, что при коротком замыкании батареи сила тока в батарее увеличивается в $n = 10$ раз. Сопротивлением соединительных проводов пренебречь.

Решение. Из схемы видно, что ток не пойдёт через резистор *R2* (он закорочен проводником) и *R6* (ветвь *gh* разомкнута конденсатором *C3*, так как постоянный ток через конденсатор не проходит). Поэтому эти резисторы можно исключить. Ток пойдёт по цепи *abcdefh*.

Эквивалентное внешнее сопротивление

$$R_{\text{экв}} = R + \frac{R}{2} + R = 2{,}5R.$$

Согласно закону Ома для полной цепи, ЭДС батареи

$$\mathcal{E} = I(r + 2{,}5R), \qquad (2.18.1)$$

где r — внутреннее сопротивление батареи. При коротком замыкании

$$\mathcal{E} = I_{\text{к.з}}r. \qquad (2.18.2)$$

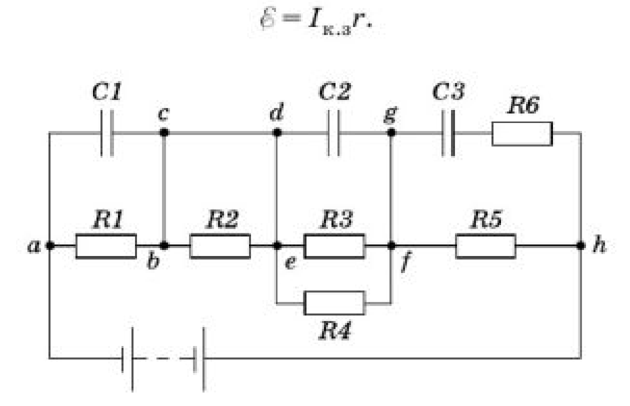


Рис. 2.62

В соответствии с условием

$$I_{к.з} = In.$$

Приравнивая правые части равенств (2.18.1) и (2.18.2), получим:

$$I(r + 2{,}5R) = I_{к.з}r = Inr.$$

Отсюда

$$r = \frac{2{,}5R}{n-1}.$$

Сила тока в цепи

$$I = \frac{\mathcal{E}}{2{,}5R + r} = \frac{\mathcal{E}}{2{,}5R + \frac{2{,}5R}{n-1}} = \frac{\mathcal{E}(n-1)}{2{,}5Rn}.$$

Разность потенциалов на участках ab и fh одна и та же, она равна:

$$U_{1,\,3} = IR = \frac{\mathcal{E}(n-1)}{2{,}5n},$$

а на участке ef:

$$U_2 = I\frac{R}{2} = \frac{\mathcal{E}(n-1)}{5n}.$$

Заряды на обкладках конденсаторов $C1$, $C2$ и $C3$ найдём так:

$$q_1 = q_3 = U_{1,\,3}C = \frac{\mathcal{E}C(n-1)}{2{,}5n};$$

$$q_1 = q_3 = \frac{10 \text{ В} \cdot 10^{-9} \text{ Ф } (10-1)}{2{,}5 \cdot 10} = 3{,}6 \cdot 10^{-9} \text{ Кл} = 3{,}6 \text{ нКл}.$$

$$q_2 = \frac{\mathcal{E}C(n-1)}{5n} = 1{,}8 \text{ нКл}.$$

Задача 3

Изобразите графически примерный ход потенциала вдоль замкнутой цепи с гальваническим элементом (элементом Даниэля), изображённой на рисунке 2.57.

Решение. Если цепь разомкнута, то сила тока и падение напряжения во внешней цепи и внутри источника равны нулю. На границах электрод — раствор электролита в источнике существуют скачки потенциалов $|U_1|$ и $|U_2|$ (см. рис. 2.51). Сумма этих скачков равна ЭДС элемента:

$$\mathcal{E} = |U_1| + |U_2|.$$

сил во всей остальной части цепи оказывается нескомпенсированной. За счёт этой работы и происходит выделение теплоты.

Рисунок 2.63 позволяет наглядно истолковать закон Ома для участка цепи, содержащего ЭДС. Как видно из рисунка, модуль напряжения $|U| = LF = LK - FK = LK - (DK - DF) = (LK + DF) - DK = |\mathscr{E}| - |I|r$, т. е. напряжение на клеммах источника равно ЭДС минус падение напряжения внутри источника.

Задача 4

Два элемента, электродвижущие силы которых $\mathscr{E}_1 = 2$ В и $\mathscr{E}_2 = 1$ В, соединены по схеме, показанной на рисунке 2.64. Сопротивление резистора $R = 0{,}5$ Ом. Внутренние сопротивления элементов одинаковы и равны $r = 1$ Ом каждое. Определите силы токов в элементах и резисторе. Сопротивление подводящих проводов не учитывать.

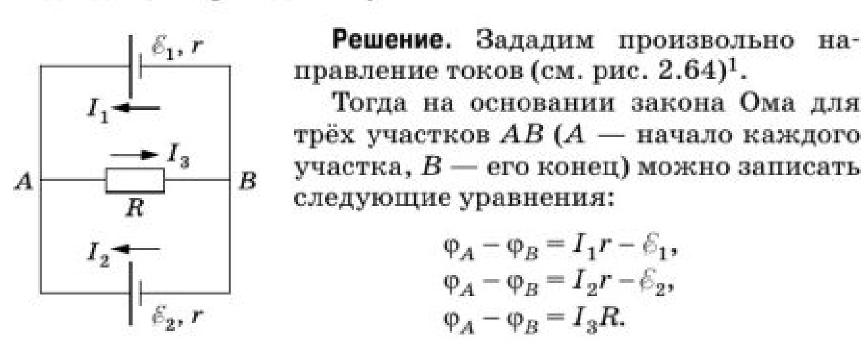


Рис. 2.64

Решение. Зададим произвольно направление токов (см. рис. 2.64)[1].

Тогда на основании закона Ома для трёх участков AB (A — начало каждого участка, B — его конец) можно записать следующие уравнения:

$$\varphi_A - \varphi_B = I_1 r - \mathscr{E}_1,$$
$$\varphi_A - \varphi_B = I_2 r - \mathscr{E}_2,$$
$$\varphi_A - \varphi_B = I_3 R.$$

При выбранном направлении от A к B (с учётом выбора направления токов) имеем: $\mathscr{E}_1 < 0$; $I_1 < 0$; $\mathscr{E}_2 < 0$; $I_2 < 0$; $I_3 > 0$; $\varphi_A - \varphi_B > 0$. Поэтому уравнения для модулей запишутся так:

$$\begin{cases} \varphi_A - \varphi_B = |\mathscr{E}_1| - |I_1|r, \\ \varphi_A - \varphi_B = |\mathscr{E}_2| - |I_2|r, \\ \varphi_A - \varphi_B = |I_3|R. \end{cases} \qquad (2.18.3)$$

Согласно первому правилу Кирхгофа для узла A имеем:

$$|I_1| + |I_2| = |I_3|.$$

[1] Если после решения задачи получится отрицательное значение силы тока, то это будет означать, что направление тока выбрано неправильно.

Решая систему уравнений (2.18.3), с учётом предыдущего равенства находим искомые значения для модулей сил токов:

$$|I_1| = \frac{5}{4}\text{ А}; \ |I_2| = \frac{1}{4}\text{ А}; \ |I_3| = \frac{3}{2}\text{ А}.$$

Задача 5

Аккумулятор, ЭДС которого 2 В и внутреннее сопротивление $r = 0{,}04$ Ом, замкнут на резистор (см. рис. 2.57). Мощность тока, выделяемая на резисторе, $P = 9$ Вт. Определите напряжение на клеммах аккумулятора.

Решение. Мощность, выделяемая на резисторе, равна $P = IU$. Согласно закону Ома (2.15.3)

$$U_{1,\,2} = Ir - \mathcal{E}. \tag{2.18.4}$$

При выбранном направлении обхода (см. рис. 2.57) против часовой стрелки $I > 0$, $\mathcal{E} > 0$ и $U_{1,\,2} < 0$. Умножив обе части равенства (2.18.4) на –1, получим:

$$-U_{1,\,2} = \mathcal{E} - Ir. \tag{2.18.5}$$

Но $-U_{1,\,2} = U_{2,\,1} = U$, где U — модуль напряжения на резисторе. Следовательно,

$$U = \mathcal{E} - Ir.$$

Отсюда

$$I = \frac{\mathcal{E} - U}{r}.$$

Тогда

$$P = \frac{\mathcal{E}U - U^2}{r}.$$

Решая это квадратное уравнение относительно U, найдём:

$$U = \frac{\mathcal{E}}{2} \pm \sqrt{\frac{\mathcal{E}^2}{4} - Pr}.$$

$$U_1 = 1{,}8\text{ В}; \ U_2 = 0{,}2\text{ В}.$$

Неоднозначность результата связана с тем, что одна и та же мощность тока может быть выделена при различных значениях сопротивления резистора, причём каждому значению сопротивления R соответствует своя сила тока.

При $U_1 = 1{,}8$ В $I_1 = 5$ А и $R_1 = \dfrac{P}{I_1^2} = 0{,}36$ Ом.

При $U_2 = 0{,}2$ В $I_2 = 45$ А и $R_2 = \dfrac{P}{I_2^2} = 0{,}0045$ Ом.

Задача 6

Найдите силы токов в каждой ветви электрической цепи, схема которой показана на рисунке 2.65. $\mathcal{E}_1 = 6{,}5$ В; $\mathcal{E}_2 = 3{,}9$ В; $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = R_6 = 10$ Ом. Внутренние сопротивления источников не учитывать.

Решение. Зададим произвольно направления токов (см. рис. 2.65). Применим первое правило Кирхгофа для узлов b, h и f (для упрощения записей модули сил токов обозначим буквами I_1, I_2, I_3 и т. д.):

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0 \text{ для узла } b;$$
$$I_3 - I_4 - I_5 = 0 \text{ для узла } h;$$
$$I_5 - I_1 - I_6 = 0 \text{ для узла } f.$$

Теперь применим второе правило Кирхгофа для контуров. Выберем произвольно направление обхода контуров: контура $abfg$ — по часовой стрелке; контура $bcdh$ — против часовой стрелки и контура $hdef$ — по часовой стрелке (и здесь для упрощения записей модули ЭДС источников обозначим буквами $\mathcal{E}_1$ и $\mathcal{E}_2$):

$$I_1R_1 + I_5R_5 = \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2 \text{ — контур } abfg;$$
$$I_2(R_2 + R_3) + I_4R_4 = -\mathcal{E}_2 \text{ — контур } bcdh;$$
$$I_4R_4 - I_6R_6 - I_5R_5 = 0 \text{ — контур } hdef.$$

Учитывая, что $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = R_6 = R$, получим в итоге следующую систему уравнений:

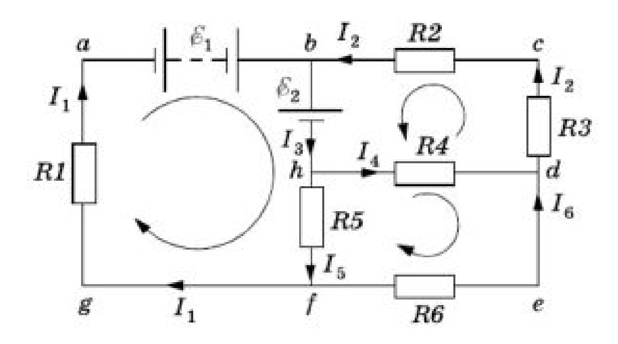


Рис. 2.65

$$\begin{cases} I_1 + I_2 - I_3 = 0, \\ I_3 - I_4 - I_5 = 0, \\ I_5 - I_1 - I_6 = 0, \\ I_1 + I_5 = \dfrac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2}{R}, \\ 2I_2 + I_4 = -\dfrac{\mathcal{E}_2}{R}, \\ I_4 - I_6 - I_5 = 0. \end{cases} \qquad (2.18.6)$$

Решение такой системы уравнений требует терпения и внимательности. Решим эту систему последовательным исключением неизвестных величин.

Из последнего уравнения системы (2.18.6) находим $I_6 = I_4 - I_5$. Подставив значение I_6 в третье уравнение, получим систему:

$$\begin{cases} I_1 + I_2 - I_3 = 0, \\ I_3 - I_4 - I_5 = 0, \\ I_1 + I_5 = \dfrac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2}{R}, \\ 2I_2 + I_4 = -\dfrac{\mathcal{E}_2}{R}, \\ 2I_5 - I_1 - I_4 = 0. \end{cases} \qquad (2.18.7)$$

Из второго уравнения системы (2.18.7) находим $I_5 = I_3 - I_4$. Подставив значение I_5 в третье и пятое уравнения, получим систему:

$$\begin{cases} I_1 + I_2 - I_3 = 0, \\ I_1 + I_3 - I_4 = \dfrac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2}{R}, \\ 2I_2 + I_4 = -\dfrac{\mathcal{E}_2}{R}, \\ 2I_3 - I_1 - 3I_4 = 0. \end{cases} \qquad (2.18.8)$$

Из третьего уравнения системы (2.18.8) находим $I_4 = -\dfrac{\mathcal{E}_2}{R} - 2I_2$. Подставив это значение тока во второе и четвёртое уравнения, получим систему:

$$\begin{cases} I_1 + I_2 - I_3 = 0, \\ I_1 + I_3 + 2I_2 = \dfrac{\mathcal{E}_1 - 2\mathcal{E}_2}{R}, \\ 2I_3 - I_1 + 6I_2 = -\dfrac{3\mathcal{E}_2}{R}. \end{cases} \qquad (2.18.9)$$

Из первого уравнения следует: $I_3 = I_1 + I_2$. После подстановки значения тока I_3 во второе и третье уравнения получаем:

$$\begin{cases} 2I_1 + 3I_2 = \dfrac{\mathcal{E}_1 - 2\mathcal{E}_2}{R}, \\ I_1 + 8I_2 = -\dfrac{3\mathcal{E}_2}{R}. \end{cases} \qquad (2.18.10)$$

Наконец, из второго уравнения находим $I_2 = \dfrac{-\dfrac{3\mathcal{E}_2}{R} - I_1}{8}$ и подставляем в первое уравнение. Это даёт

$$I_1 = \frac{8\mathcal{E}_1 - 7\mathcal{E}_2}{13R} \approx 0{,}19\ \text{А}.$$

Затем находим:

$$I_2 = -\frac{\mathcal{E}_1 + 4\mathcal{E}_2}{13R} \approx -0{,}17\ \text{А},$$

$$I_3 = \frac{7\mathcal{E}_1 - 11\mathcal{E}_2}{13R} \approx 0{,}02\ \text{А},$$

$$I_4 = \frac{2\mathcal{E}_1 - 5\mathcal{E}_2}{13R} \approx -0{,}05\ \text{А},$$

$$I_5 = \frac{5\mathcal{E}_1 - 6\mathcal{E}_2}{13R} \approx 0{,}07\ \text{А},$$

$$I_6 = \frac{\mathcal{E}_2 - 3\mathcal{E}_1}{13R} \approx -0{,}12\ \text{А}.$$

Отрицательные значения сил токов I_2, I_4 и I_6 означают, что при данных значениях ЭДС и сопротивлений эти токи имеют направления, противоположные указанным на рисунке.

Задача 7

Батарея состоит из N параллельно соединённых источников тока (рис. 2.66). Определите ЭДС и внутреннее сопротивление источника тока, эквивалентного этой батарее.

Решение. Обозначим ЭДС параллельно соединённых источников через $\mathcal{E}_1, \mathcal{E}_2, \ldots, \mathcal{E}_N$, а их внутренние сопротивления — через $r_1, r_2, \ldots, r_N$. Замкнём полюса данной батареи на резистор сопротивлением R, тогда по цепи пойдет ток. Силу тока в отдельных ветвях обозначим через $I_1, I_2, \ldots, I_N$, а в резисторе — через I.

Применив закон Ома (2.15.3) для участка цепи, содержащего ЭДС, для каждой ветви (см. рис. 2.66) получим:

$$U_{1,2} = I_1 r_1 - \mathcal{E}_1,$$
$$U_{1,2} = I_2 r_2 - \mathcal{E}_2,$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$U_{1,2} = I_N r_N - \mathcal{E}_N.$$

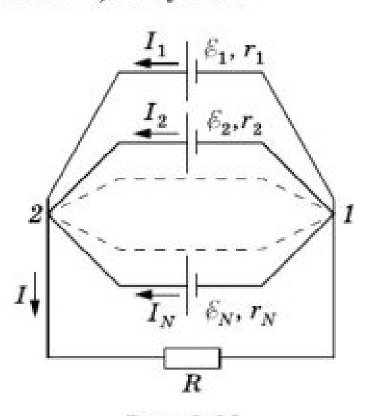


Рис. 2.66

Отсюда

$$I_1 = \frac{U_{1,2} + \mathcal{E}_1}{r_1},$$

$$I_2 = \frac{U_{1,2} + \mathcal{E}_2}{r_2},$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$I_N = \frac{U_{1,2} + \mathcal{E}_N}{r_N}.$$

Согласно первому правилу Кирхгофа

$$I = \sum_{i=1}^{N} I_i = \sum_{i=1}^{N} \frac{U_{1,2} + \mathcal{E}_i}{r_i},$$

или

$$I = U_{1,2} \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{r_i} + \sum_{i=1}^{N} \frac{\mathcal{E}_i}{r_i}. \qquad (2.18.11)$$

Пусть $\mathcal{E}$ и r — соответственно ЭДС и внутреннее сопротивление источника, эквивалентного данной батарее. То-

гда, заменив батарею эквивалентным ей источником, будем иметь:

$$I = \frac{U_{1,2} + \mathcal{E}}{r} = U_{1,2}\frac{1}{r} + \frac{\mathcal{E}}{r}. \qquad (2.18.12)$$

Сравнивая выражения (2.18.11) и (2.18.12), видим, что

$$\frac{1}{r} = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{r_i},$$

$$\frac{\mathcal{E}}{r} = \sum_{i=1}^{N} \frac{\mathcal{E}_i}{r_i},$$

или

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \ldots + \frac{1}{r_N}, \qquad (2.18.13)$$

$$\frac{\mathcal{E}}{r} = \frac{\mathcal{E}_1}{r_1} + \frac{\mathcal{E}_2}{r_2} + \ldots + \frac{\mathcal{E}_N}{r_N}. \qquad (2.18.14)$$

Таким образом, при параллельном соединении нескольких источников тока полученную батарею можно заменить эквивалентным источником тока, ЭДС которого $\mathcal{E}$ и внутреннее сопротивление r можно найти из формул (2.18.13) и (2.18.14).

Если все источники тока одинаковы и соединены одноимёнными полюсами, то из формул (2.18.13) и (2.18.14) следует, что

$$r_б = \frac{r_э}{N}, \qquad (2.18.15)$$

$$\mathcal{E}_б = \mathcal{E}_э, \qquad (2.18.16)$$

где $\mathcal{E}_б$ и $r_б$ — ЭДС и внутреннее сопротивление батареи, а $\mathcal{E}_э$ и $r_э$ — ЭДС и внутреннее сопротивление одного элемента.

Задача 8

Можно ли с помощью 24 аккумуляторов, каждый из которых имеет ЭДС $\mathcal{E}_0 = 2$ В и внутреннее сопротивление $r = 0{,}3$ Ом, соединяя их в отдельные одинаковые группы, получить во внешней цепи сопротивлением $R = 0{,}2$ Ом силу тока $I = 21$ А?

Решение. Возможны два способа соединения аккумуляторов. Можно внутри отдельных групп соединить аккумуляторы последовательно, а сами группы — параллельно или же, наоборот, внутри группы — параллельно, а сами группы — последовательно.

Обозначим через N полное число аккумуляторов, а через n — число аккумуляторов внутри отдельной группы. Тогда в первом случае сила тока равна:

$$I_1 = \frac{n\mathcal{E}_0}{R + \frac{rn^2}{N}} = \frac{\mathcal{E}_0}{\frac{R}{n} + \frac{rn}{N}}, \qquad (2.18.17)$$

так как ЭДС одной группы равна $n\mathcal{E}_0$, сопротивление группы rn, а число параллельно соединенных групп $\frac{N}{n}$.

Сила тока I_1 достигнет максимума, когда значение знаменателя $\frac{R}{n} + \frac{rn}{N}$ будет минимальным.

Для нахождения минимума выражения $\frac{R}{n} + \frac{rn}{N}$ вычтем из него и добавим к нему выражение $2\sqrt{\frac{rR}{N}}$. Получим:

$$\frac{R}{n} + \frac{rn}{N} - 2\sqrt{\frac{rR}{N}} + 2\sqrt{\frac{rR}{N}} = \left(\sqrt{\frac{R}{n}} - \sqrt{\frac{rn}{N}}\right)^2 + 2\sqrt{\frac{rR}{N}}.$$

Это выражение минимально при $\frac{R}{n} = \frac{rn}{N}$, т. е. при $n = \sqrt{\frac{RN}{r}} = 4$. Оно равно $2\sqrt{\frac{Rr}{N}}$ (выражение в скобках равно нулю). Следовательно,

$$I_{1\max} = \frac{\mathcal{E}_0}{2}\sqrt{\frac{N}{rR}} = 20 \text{ А}.$$

Во втором случае

$$I_2 = \frac{\frac{N}{n}\mathcal{E}_0}{R + \frac{rN}{n^2}} = \frac{N\mathcal{E}_0}{nR + \frac{rN}{n}}. \qquad (2.18.18)$$

Осуществив такие же преобразования, как и в первом случае, найдём, что сила тока достигает максимума при

$n = \sqrt{\frac{rN}{R}}$, когда знаменатель выражения (2.18.18) имеет минимальное значение, равное $2\sqrt{rRN}$.

$$I_{2max} = \frac{\mathscr{E}_0}{2}\sqrt{\frac{N}{Rr}} = I_{1max} = 20 \text{ А}.$$

Таким образом, получить во внешней цепи силу тока, превышающую 20 А, невозможно.

Упражнение 6

1. Параллельно соединённые конденсатор ёмкостью $C = 4$ мкФ и резистор сопротивлением $R = 3$ Ом подключены к источнику тока с ЭДС $\mathscr{E} = 5$ В и внутренним сопротивлением $r = 1$ Ом. Определите заряд на обкладках конденсатора.

2. При подключении к аккумулятору резистора сопротивлением $R_1 = 1{,}8$ Ом сила тока в цепи равна $I_1 = 1$ А. Если заменить резистор сопротивлением R_1 на резистор сопротивлением $R_2 = 4{,}8$ Ом, то сила тока $I_2 = 0{,}4$ А. Определите ЭДС $\mathscr{E}$ аккумулятора.

3. Вольтметр с внутренним сопротивлением $R_1 = 200$ Ом, подключённый к источнику тока с ЭДС $\mathscr{E} = 12$ В, показывает $U = 11$ В. Что покажет амперметр с внутренним сопротивлением $R_2 = 4$ Ом, если его подключить к источнику параллельно вольтметру?

4. Вольтметр с внутренним сопротивлением $R = 1800$ Ом подключают к источнику тока сначала параллельно резистору сопротивлением $R_1 = 120$ Ом, а затем последовательно с резистором сопротивлением $R_2 = 200$ Ом. Чему равно внутреннее сопротивление r источника тока, если показания вольтметра в обоих случаях одинаковы?

5. При каком соотношении сопротивлений внешнего и внутреннего участков цепи с источником постоянного тока во внешнем участке выделяется максимальная мощность?

6. К источнику тока подключают сначала резистор сопротивлением $R = 3$ Ом, а затем последовательно с этим резистором резистор, сопротивление которого в $m = 20$ раз

больше. При этом коэффициент полезного действия[1] увеличился в $n = 2$ раз. Чему равно внутреннее сопротивление r источника тока?

7. Замкнутая цепь питается от источника с ЭДС $\mathcal{E}$ и внутренним сопротивлением r. Постройте графики зависимости силы тока в цепи и напряжения на зажимах источника от внешнего сопротивления R.

8. Вольтметр с сопротивлением $R_1 = 100$ Ом, подключённый к клеммам элемента, показывает разность потенциалов $U = 2$ В. При замыкании этого же элемента на резистор сопротивлением $R = 15$ Ом включённый в цепь амперметр показывает силу тока $I = 0{,}1$ А. Найдите ЭДС элемента $\mathcal{E}$, если сопротивление амперметра $R_2 = 1$ Ом.

9. Сила тока на участке цепи, содержащем аккумулятор, равна 1 А. Электродвижущая сила и внутреннее сопротивление аккумулятора равны соответственно $\mathcal{E} = 4$ В и $r = 1$ Ом. Чему равна разность потенциалов на зажимах аккумулятора?

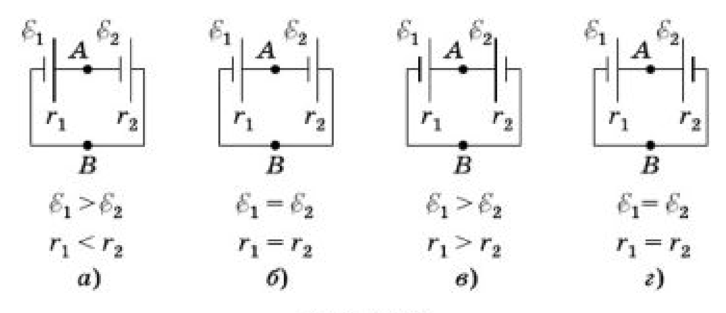


Рис. 2.67

10. Изобразите графически примерный ход потенциала вдоль замкнутых цепей, изображённых на рисунке 2.67, *а—г*. Определите силу тока в каждой цепи и разность потенциалов между точками B и A. Сопротивлением соединительных проводов пренебречь.

11. Гальванические элементы с ЭДС $\mathcal{E}_1 = 2$ В и $\mathcal{E}_2 = 1{,}5$ В соединены по схеме, изображённой на рисунке 2.68, *а*. Вольтметр, нуль которого находится посередине шкалы,

---

[1] Коэффициентом полезного действия цепи называется отношение мощности, выделяющейся во внешнем участке цепи, к мощности, выделяющейся во всей цепи.

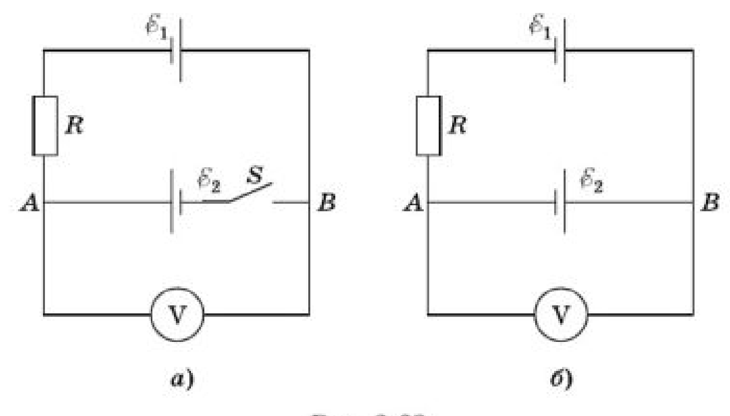


Рис. 2.68

показывает напряжение $U_1 = 1$ В, причём его стрелка отклоняется в ту же сторону, что и при разомкнутом ключе S. Что будет показывать вольтметр, если соединить элементы по схеме рисунка 2.68, *б*? Током, ответвляющимся в вольтметр, можно пренебречь.

12. Решите задачу 11 при условии, что при замкнутом ключе S (см. рис. 2.68, *а*) стрелка вольтметра отклоняется в сторону, противоположную той, в которую она отклонялась при разомкнутом ключе.

13. В каком случае сила тока в цепи, состоящей из двух последовательно соединённых гальванических элементов, замкнутых проводником, меньше силы тока в цепи, которая получится, если один из элементов исключить?

14. При каком значении сопротивления R в цепи (см. рис. 2.64) ток через гальванический элемент с ЭДС $\mathscr{E}_2$ не пойдёт? При каких значениях R ток через этот элемент будет направлен против сторонних сил, действующих в элементе?

15. Найдите разность потенциалов $\varphi_A - \varphi_B$ между точками A и B в цепи, схема которой изображена на рисунке 2.69. ЭДС элементов $\mathscr{E}$ и их внутренние сопротивления r одинаковы.

16. Найдите разность потенциалов между точками A и C, B и D в цепи, схема которой изображена на рисунке 2.70.

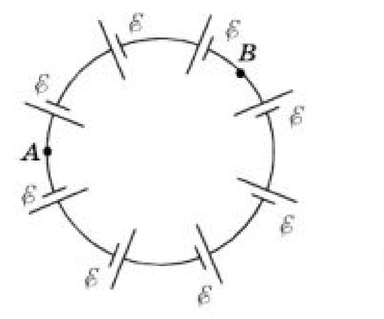




Рис. 2.69

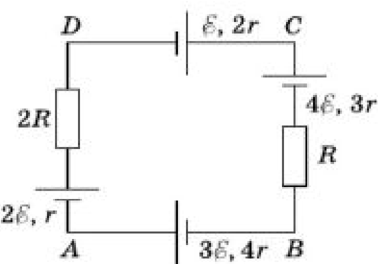


Рис. 2.70

17. Зарядка аккумулятора с начальной ЭДС $\mathcal{E}$ осуществляется зарядной станцией, напряжение в сети которой равно U. Внутреннее сопротивление аккумулятора r. Определите полезную мощность P_1, расходуемую на зарядку аккумулятора, и мощность P_2, расходуемую на нагревание аккумулятора.

18. Определите силу тока I в резисторе $R2$ (рис. 2.71), если $\mathcal{E}_1 = 8$ В, $r_1 = 1$ Ом, $\mathcal{E}_2 = 10$ В, $r_2 = 2$ Ом, $R_1 = 15$ Ом, $R_2 = 2$ Ом.

19. Батарея из $n = 40$ последовательно соединённых в цепь аккумуляторов заряжается от сети с напряжением $U = 127$ В. Чему равна сила зарядного тока, если ЭДС аккумулятора $\mathcal{E} = 2{,}5$ В, внутреннее сопротивление аккумулятора $r = 0{,}2$ Ом и последовательно в цепь включён резистор сопротивлением $R = 2$ Ом?

20. N одинаковых аккумуляторов соединены последовательно, причем k из них включены навстречу другим. Какая сила тока установится в цепи, если батарею замкнуть на резистор сопротивлением R? ЭДС каждого элемента равна $\mathcal{E}$, внутреннее сопротивление r.

21. Источник с ЭДС $\mathcal{E}_1$ и внутренним сопротивлением r_1 параллельно соединён с источником, ЭДС которого $\mathcal{E}_2$, а внутреннее сопротивление равно нулю. Найдите ЭДС и внутреннее сопротивление полученной батареи.

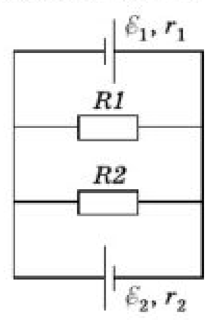


Рис. 2.71

22. Найдите ЭДС и внутреннее сопротивление источника тока, зашунтированного проводником сопротивлением R (рис. 2.72).

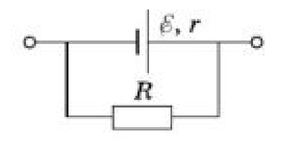


Рис. 2.72

23. При каких условиях сила тока в цепи, подключённой к батарее, составленной из последовательно соединённых одинаковых элементов, равна силе тока, даваемой батареей из тех же элементов, соединённых параллельно?

24. Из $N = 16$ элементов нужно составить батарею, чтобы при внешнем сопротивлении $R = 4$ Ом сила тока в нём была наибольшей. Как нужно соединить элементы? Внутреннее сопротивление одного элемента $r = 0{,}25$ Ом.

25. Батарея, состоящая из N элементов с ЭДС $\mathscr{E} = 1{,}84$ В и внутренним сопротивлением $r = 0{,}5$ Ом каждый, собрана из нескольких групп, соединённых последовательно. В каждой группе содержится по $n = 4$ элемента, соединённых параллельно. Сопротивление внешней цепи $R = 3$ Ом. При такой группировке элементов во внешнем участке цепи получается максимальная сила тока. Определите число N элементов в батарее и максимальную силу тока I.

---

1. Организуйте дискуссию на тему «Гибридные двигатели и двигатели внутреннего сгорания: плюсы и минусы».

2. Изменилось ли устройство батареек со времён появления первых гальванических элементов? Ответ представьте в виде презентации.

Глава 3

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК В РАЗЛИЧНЫХ СРЕДАХ

В этой главе вы познакомитесь с физическими процессами, обусловливающими прохождение тока в различных средах.

§ 3.1. ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ПРОВОДИМОСТЬ РАЗЛИЧНЫХ ВЕЩЕСТВ

Электрический ток проводят твёрдые, жидкие и газообразные тела. Чем эти проводники отличаются друг от друга?

По способности веществ проводить электрический ток их можно разделить на несколько групп. К одной группе относятся вещества, которые содержат много свободных заряженных частиц, и поэтому в них легко создать электрический ток. Их называют проводниками.

К другой группе относятся вещества, в которых мало свободных заряженных частиц. Поэтому сила тока в них даже при большой разности потенциалов очень мала. Эти вещества называют изоляторами или диэлектриками.

Деление веществ на проводники и изоляторы условно. В природе нет идеальных изоляторов. Даже лучшие из известных изоляторов имеют некоторое, небольшое по сравнению с проводниками число свободных заряженных частиц. В диэлектриках концентрация свободных зарядов не превышает 10^{17} м$^{-3}$, а в металлах концентрация свободных электронов порядка 10^{28} м$^{-3}$.

Проводники

К проводникам прежде всего следует отнести все металлы, среди которых наилучшей электропроводностью обладают серебро, медь, алюминий. Металлические проводники находят широчайшее применение в передаче электроэнергии от источников тока к потребителям. Эти проводники используются также в генераторах, электродвигателях, трансформаторах, электроизмерительных приборах и т. д.

Наряду с металлами хорошими проводниками являются водные растворы или расплавы электролитов и ионизованный газ — плазма. При определённых условиях и в вакууме может существовать электрический ток. Так, в вакуумных электронных приборах электрический ток образуют потоки электронов, поступающие из специальных устройств.

Диэлектрики

К числу хороших изоляторов относятся янтарь, фарфор, резина, стекло, парафин. Жидкими диэлектриками являются керосин, минеральное (трансформаторное) масло, лаки, чистая (дистиллированная) вода и др.

Лучший изолятор — вакуум. Неионизованные газы, в том числе и воздух, также хорошие изоляторы.

Однако при некоторых условиях, например в сильном электрическом поле, происходит расщепление молекул диэлектрика на ионы, и вещество, которое при отсутствии электрического поля или в слабом поле было диэлектриком, становится проводником. Напряжённость электрического поля, при которой начинается ионизация молекул диэлектрика, называется *пробивной напряжённостью* (*электрической прочностью*) диэлектрика. Поэтому при использовании диэлектриков в электрических установках наибольшее значение напряжённости электрического поля выбирают равным допускаемой напряжённости. Допускаемая напряжённость обычно в несколько раз меньше пробивной.

В качестве примера приведём значения пробивной напряжённости для некоторых диэлектриков: воздух — 3000 кВ/м, масло трансформаторное — 10 000 кВ/м, фарфор — 8000...15 000 кВ/м, слюда — 80 000...200 000 кВ/м.

§ 3.2. ЭЛЕКТРОННАЯ ПРОВОДИМОСТЬ МЕТАЛЛОВ

Вольт-амперная характеристика металлических проводников нам известна (см. § 2.4), но пока не было дано её объяснение с точки зрения молекулярно-кинетической теории.

Свободные электроны в металлах

В предыдущих главах мы неоднократно пользовались представлением о том, что свободными носителями заряда в большинстве металлов являются электроны. В отсутствие электрического поля они движутся беспорядочно, участвуя в тепловом движении (см. рис. 2.1). Под действием электрического поля электроны начинают упорядоченно перемещаться между ионами, находящимися в узлах кристаллической рёшетки (см. рис. 2.2), со средней скоростью порядка 10^{-4} м/с, образуя электрический ток.

Ионы кристаллической решетки металла в твёрдом состоянии не принимают участия в создании тока. Их перемещение при прохождении тока означало бы перенос вещества вдоль проводника. Опыты же по пропусканию тока в течение многих месяцев показали, что ничего подобного не происходит.

Опыт Рикке (1901)

Э. Рикке составил цепь, в которую входили три прижатых друг к другу цилиндра, из которых два крайних были медные, а средний — алюминиевый (рис. 3.1). В течение года через эти цилиндры протекал ток порядка 0,1 А, так что общий заряд, прошедший через цилиндры, превысил $3{,}5 \cdot 10^6$ Кл.

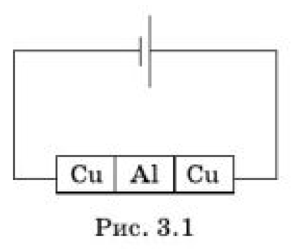


Рис. 3.1

По окончании опыта цилиндры были разъединены, и обнаружились лишь следы взаимного проникновения, не превышающие результатов обычной диффузии атомов в твёрдых телах.

Экспериментальное доказательство существования свободных электронов в металлах

Экспериментальное доказательство того, что проводимость металлов обусловлена движением свободных электронов, было дано в опытах Л. И. Мандельштама и Н. Д. Папалекси в 1912 г. (результаты не были опубликованы), а также Т. Стюарта и Р. Толмена в 1916 г. Идея этих опытов такова.

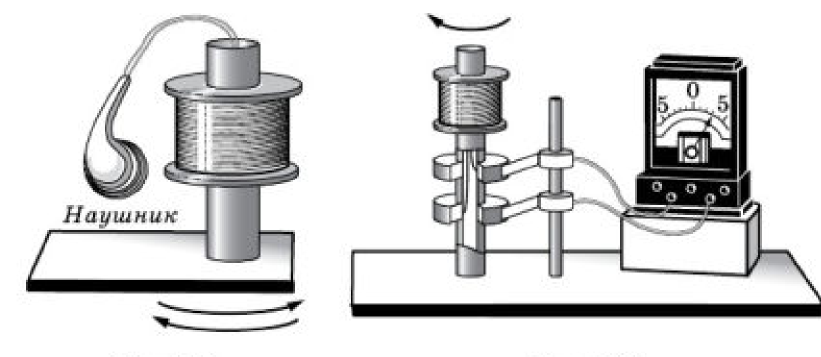


Рис. 3.2 Рис. 3.3

Если резко затормозить движущийся кусок металла, то находящиеся в нём свободные заряды, двигаясь по инерции, будут скапливаться у переднего его конца, и между концами проводника возникнет разность потенциалов.

Существование подобных электроинерционных эффектов и было установлено академиками Л. И. Мандельштамом и Н. Д. Папалекси с помощью следующего опыта. Катушка, соединённая с телефоном, приводилась в колебательное движение вокруг своей оси (рис. 3.2). Благодаря инерции свободных зарядов на концах катушки возникала переменная разность потенциалов, и телефон издавал звук. Однако это были лишь качественные опыты. Никакие измерения и количественные расчёты в этих опытах не были произведены.

Опыт с количественными результатами был осуществлён спустя четыре года Т. Стюартом и Р. Толменом.

В опыте Стюарта и Толмена катушка большого диаметра с намотанным на неё металлическим проводом приводилась в быстрое вращение и затем резко тормозилась (рис. 3.3).



Мандельштам Леонид Исаакович (1879—1944) — советский физик, академик. Л. И. Мандельштам внёс большой вклад в развитие теории колебаний, радиофизики и оптики. Совместно с Г. С. Ландсбергом им было открыто рассеяние света кристаллами, сопровождающееся изменением частоты (так называемое комбинационное рассеяние). Л. И. Мандельштам создал целое научное направление в советской физике. Его учениками являются академики А. А. Андронов, М. А. Леонтович, чл.-корр. АН СССР С. М. Рытов, профессор С. П. Стрелков и многие другие.

При торможении катушки свободные заряды в проводнике продолжали некоторое время двигаться по инерции. Вследствие движения зарядов относительно проводника в катушке возникал кратковременный электрический ток, который регистрировался гальванометром, присоединённым к концам проводника с помощью скользящих контактов. Направление тока свидетельствовало о том, что он обусловлен движением отрицательно заряженных частиц. Переносимый при этом заряд прямо пропорционален отношению заряда q_0 частиц, создающих ток, к их массе m, т. е. $\frac{q_0}{m}$. Поэтому, измеряя заряд, проходящий через гальванометр за всё время существования тока в цепи, удалось определить отношение $\frac{q_0}{m}$. Оно оказалось равным $1{,}8 \cdot 10^{11}$ Кл/кг. Это значение совпадает со значением отношения заряда к массе для электрона $\left(\frac{e}{m}\right)$, найденным ранее из других опытов.

Экспериментально установлено, что носителями электрического тока в металлах являются свободные электроны.

? 1. Назовите отличия металлических проводников от неметаллических.
2. Каким образом Л. И. Мандельштам и Н. Д. Папалекси доказали, что проводимость металлов обусловлена движением свободных электронов?

§ 3.3. ПОЧЕМУ СПРАВЕДЛИВ ЗАКОН ОМА?

Рассмотренная модель металла позволяет объяснить основные, известные нам из опыта, закономерности прохождения тока в металлах. Исходя из этой модели, можно теоретически получить закон Ома для участка цепи.

Сила сопротивления движению заряженных частиц

При постоянной силе тока средняя скорость упорядоченного движения свободных электронов, согласно выражению (2.2.7), постоянна: $\upsilon = \text{const}$. Но при этом на электроны действует со стороны поля постоянная сила $\vec{F} = e\vec{E}$.

Движение без ускорения под действием постоянной силы возможно лишь при наличии силы сопротивления со стороны среды, в которой движется заряженная частица (электрон). Эта сила зависит от скорости частицы и при скорости, равной нулю, должна быть тоже равна нулю. Иначе слабое поле не могло бы вызвать упорядоченное перемещение частиц.

Если электрическое поле перестаёт действовать на заряженные частицы, ток быстро прекращается. Это означает прекращение упорядоченного движения частиц из-за сопротивления среды. Время, за которое практически прекращается упорядоченное движение, называется временем **релаксации**. Это то время, за которое заряженные частицы полностью «забывают» своё начальное состояние упорядоченного движения.

При малых скоростях движения свободных электронов (а эти скорости, как мы знаем, действительно малы) силу сопротивления можно считать прямо пропорциональной скорости:

$$\vec{F}_c = -k\vec{v}. \qquad (3.3.1)$$

Коэффициент k считаем не зависящим от скорости. Это первое основное допущение, которое мы делаем при обосновании эмпирического закона Ома. Независимость k от v фактически означает независимость k от электрического поля в проводнике.

Уравнение движения для модулей векторных величин (второй закон Ньютона), определяющее скорость упорядоченного движения частиц, имеет вид:

$$m\frac{\Delta v}{\Delta t} = F - kv, \qquad (3.3.2)$$

где $F = eE$ — постоянная сила, действующая со стороны поля на электрон.

В частности, если в момент времени $t = 0$ сила F оказалась равной нулю, а скорость упорядоченного движения в этот момент $v(0) = v_0$, то уравнение движения свободных электронов упрощается:

$$m\frac{\Delta v}{\Delta t} = -kv. \qquad (3.3.3)$$

Из уравнения (3.3.3) видно, что быстрота убывания скорости от v_0 до 0 прямо пропорциональна отношению $\frac{k}{m}$. Вели-

чина, обратная $\frac{k}{m}$, имеет размерность времени. Введя величину

$$\tau = \frac{m}{k}, \tag{3.3.4}$$

вместо уравнения (3.3.3) получим уравнение

$$\frac{\Delta \upsilon}{\Delta t} = -\frac{1}{\tau}\upsilon.$$

Именно величина τ определяет время уменьшения скорости упорядоченного движения до нуля. При данной начальной скорости упорядоченного движения это время ни от чего больше зависеть не может. Чем больше τ, тем медленнее происходит убывание скорости. Это и понятно: бóльшим τ соответствует бóльшая масса частиц и малый коэффициент сопротивления. Поэтому можно предположить, что τ определяет время релаксации. Действительно, уравнение (3.3.3) при переходе к пределу при $\Delta t \to 0$ оказывается дифференциальным уравнением первого порядка:

$$\frac{d\upsilon}{dt} = -\frac{1}{\tau}\upsilon.$$

Решение его выражается через экспоненциальную функцию:

$$\upsilon = \upsilon_0 e^{-\frac{t}{\tau}},$$

где $e \approx 2,17$ — основание натуральных логарифмов, а υ_0 — начальная скорость ($\upsilon = \upsilon_0$ при $t = 0$). То, что именно эта функция является решением дифференциального уравнения, можно проверить подстановкой её в исходное дифференциальное уравнение. Для этого нужно только уметь вычислять производную экспоненциальной функции.

Из решения уравнения видно, что τ — это время, за которое скорость упорядоченного движения уменьшается в e раз. Таким образом, за время τ упорядоченное движение не исчезает совсем, но резко замедляется.

Вывод закона Ома

При установившемся движении $\frac{\Delta \upsilon}{\Delta t} = 0$, и из уравнения (3.3.2) мы можем найти скорость упорядоченного движения электронов.

Подставив в уравнение (3.3.2) значение k из соотношения (3.3.4), будем иметь

$$eE = \frac{m}{\tau}\upsilon,$$

или

$$\upsilon = \frac{e\tau}{m}E. \qquad (3.3.5)$$

Согласно определению (2.2.1) и с учётом выражения (3.3.5) для плотности тока в металлическом проводнике получим:

$$j = en\upsilon = \frac{e^2 n\tau}{m}E. \qquad (3.3.6)$$

Сравнивая выражения (3.3.6) и (2.4.10), видим, что удельная проводимость равна:

$$\gamma = \frac{e^2 n\tau}{m}. \qquad (3.3.7)$$

Сделаем второе предположение: концентрация заряженных частиц (электронов) n, как и время τ, не зависит от напряжённости поля. Тогда удельная проводимость будет постоянной величиной, не зависящей от поля. Это и означает выполнение закона Ома (2.4.10) в дифференциальной форме. Отсюда, разумеется, следует закон Ома в форме (2.4.2) или (2.4.3).

Все значение закона Ома тем и определяется, что для многих веществ в широких интервалах приложенного к проводнику напряжения удельная проводимость γ остаётся неизменной. Из-за этого закон Ома, не являясь фундаментальным законом природы, чрезвычайно важен.

Чем определяется время релаксации?

Кроме универсальных постоянных (заряда e и массы m носителей тока), удельная проводимость γ, как видно из выражения (3.3.7), зависит от концентрации частиц n и времени релаксации τ. Смысл n очевиден. Главная проблема в выяснении природы времени релаксации и в его вычислении.

Простые оценки дают аномально большое время релаксации. При известных значениях γ и n это время, согласно формуле (3.3.7), имеет порядок $3 \cdot 10^{-14}$ с. За такое время электрон проходит расстояние $3 \cdot 10^{-7}$ см, т. е. около десяти периодов решётки. Именно поэтому проводимость металлов велика.

Данный факт представляется весьма странным. Ведь в металле ионы в решётке расположены близко друг к другу. Как же электрон этого «не замечает»? Объяснение оказывается возможным только на основе квантовой механики. Квантовая теория позволяет рассчитать значение τ и тем самым удельную проводимость γ и выяснить характер её зависимости от температуры.

Границы применимости закона Ома

Линейная зависимость плотности тока j от напряжённости электрического поля E, т. е. закон Ома, имеет место не всегда.

Нелинейная зависимость силы тока от напряжения чрезвычайно важна для многих устройств. Без неё невозможна современная радиотехника и электроника. Например, такие существенные для радиосвязи процессы, как модуляция и детектирование, не могут быть осуществлены цепями с линейной зависимостью силы тока от напряжения.

Для справедливости закона Ома необходимо, чтобы время релаксации τ и концентрация свободных носителей заряда n при прохождении тока оставались постоянными, т. е. не зависели от напряжённости электрического поля E. Тогда $\gamma = \frac{e^2 n\tau}{m}$ не будет зависеть от E.

Время релаксации имеет порядок времени свободного пробега электрона между двумя последовательными столкновениями его с ионами решётки. Если электрическое поле является настолько сильным, что электрон на протяжении свободного пробега приобретает скорость, сравнимую со скоростью теплового движения, закон Ома будет нарушаться. При таких больших скоростях упорядоченного движения линейное приближение (3.3.1) для силы сопротивления оказывается недостаточным.

Согласно молекулярно-кинетической теории скорость теплового движения $\upsilon_т$ определяется величиной $\sqrt{\frac{3kT}{m}}$, где $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К — постоянная Больцмана, а T — абсолютная температура. Для электрона при комнатной температуре ($T \approx 300$ К) эта скорость имеет порядок 10^5 м/с.

Под влиянием постоянной силы $F = eE$ электрон приобретает скорость упорядоченного движения $\upsilon = \frac{eE}{m}\tau$. Отступле-

ния от закона Ома должны наступать при $\upsilon \geqslant \upsilon_т$ или $E \geqslant \frac{m\upsilon_т}{e\tau}$.

Оценим это значение E для металлов и слабо ионизованных газов.

Для металлических проводников, как мы уже отмечали, $\tau = 3 \cdot 10^{-14}$ с. Отсюда при $\upsilon_т \approx 10^5$ м/с получим $E \approx 2 \cdot 10^7$ В/м.

На самом деле напряжённость поля должна быть на порядок больше. Дело в том, что классическая молекулярно-кинетическая теория не даёт правильной оценки скорости теплового движения. Квантовая оценка приводит к значению $\upsilon_т \approx 10^6$ м/с и, соответственно, $E \approx 10^8$ В/м.

Создать такую напряжённость поля в металле нельзя. Максимально допустимая плотность тока в меди, при которой не происходит разрушения проводника, $j \approx 10^7$ А/м^2. При этом $E = \frac{j}{\gamma} \approx 0,15$ В/м.

Если же напряжённость поля будет порядка 10^8 В/м, то проводник просто испарится. Отсюда следует, что закон Ома для металлических проводников выполняется при любых напряжениях.

Закон Ома в металлических проводниках выполняется при всех значениях напряжённости ещё и потому, что концентрация свободных электронов в металлах не зависит ни от модуля вектора напряжённости поля, ни от его направления.

Отступления от закона Ома могут иметь место при прохождении тока через растворы и расплавы электролитов. Закон Ома не выполняется при прохождении тока через ионизованный газ, в вакууме, а также при наличии в цепи контактов полупроводников с металлами и различных типов полупроводников друг с другом. Здесь сила тока, в частности, зависит от направления напряжённости поля.

Под действием электрического поля электроны движутся с постоянной средней скоростью из-за торможения со стороны кристаллической решётки. Скорость упорядоченного движения прямо пропорциональна напряжённости поля в проводнике.

? **1.** Каковы границы применимости закона Ома?

2. Какова «природа» времени релаксации электрона? От каких физических параметров зависит эта величина?

§ 3.4. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК В РАСТВОРАХ И РАСПЛАВАХ ЭЛЕКТРОЛИТОВ

К электролитам относят соли, кислоты и щелочи. Какова электропроводность этих веществ? Обратимся к опыту.



Соединим последовательно источник тока, электрическую лампочку и два электрода (две пластинки). Электроды разъединены (цепь не замкнута), поэтому, естественно, лампочка не горит. Опустим теперь электроды в сосуд с дистиллированной водой. Лампочка также не горит. Значит, дистиллированная вода не является проводником электрического тока. Вынем электроды из воды и поставим их на лист бумаги, на который насыпана поваренная соль $NaCl$. Лампочка и теперь не горит. Следовательно, и сухая соль не является проводником электрического тока. Наконец, ещё раз опустим в дистиллированную воду электроды с прилипшей к ним солью. Мы увидим, что лампочка загорелась, что свидетельствует о появлении электрического тока.

Таким образом, хотя в отдельности дистиллированная вода и соль не являются проводниками, раствор соли в воде является хорошим проводником электрического тока. То же можно сказать (и на опыте в этом убедиться) о водных растворах кислот и щелочей.

Электролитическая диссоциация



Заряженные частицы, обеспечивающие электрический ток в этих растворах, образуются в результате электролитической диссоциации. Из-за взаимодействия с полярными молекулами воды молекулы растворяемых веществ распадаются на разноимённо заряженные «осколки» — ионы. Положительно заряженными оказываются ионы металлов и водорода, а отрицательно заряженными — кислотные остатки и гидроксильная группа (OH).

Рассмотрим этот процесс подробнее на примере бромида калия KBr.

Взаимодействие атомов брома и калия в молекуле бромида калия упрощённо можно представить как взаимодействие двух ионов: положительно заряженного иона K^+ и отрицательно заряженного иона Br^-. Объясняется это тем, что единственный валентный электрон у калия слабо связан с атомом. При образовании молекулы KBr этот электрон переходит к атому брома, превращая его в отрицательный ион Br^-.

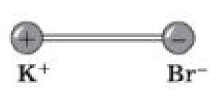
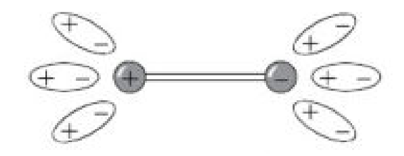


Рис. 3.4


Рис. 3.5

В соответствии с этим молекулу KBr можно схематически изобразить в виде диполя (рис. 3.4). При растворении соли бромида калия в воде молекулы KBr попадают в окружение молекул воды, которые тоже являются диполями. В электрическом поле, создаваемом молекулой KBr, молекулы воды ориентируются, как показано на рисунке 3.5. При этом они растягивают молекулу KBr настолько, что незначительная встряска при столкновении с другими молекулами, участвующими в тепловом движении, разрушает её. Часть молекул KBr распадается — диссоциирует на ионы K^+ и Br^-.

Степень диссоциации, т. е. доля молекул растворённого вещества, которые распадаются на ионы, зависит от температуры, концентрации раствора и диэлектрической проницаемости ε растворителя. С увеличением температуры степень диссоциации возрастает и, следовательно, увеличивается концентрация положительно и отрицательно заряженных ионов.

Наряду с процессом диссоциации в растворах электролитов происходит и обратный процесс. Ионы разных знаков при встрече могут снова объединиться в нейтральные молекулы — *рекомбинировать* (воссоединяться). При неизменных условиях в растворе устанавливается динамическое равновесие, при котором число молекул, распадающихся за секунду на ионы, равно числу пар ионов, которые за то же время вновь воссоединяются в нейтральные молекулы. При наступлении динамического равновесия концентрация ионов в растворе электролита сохраняется постоянной (при неизменной температуре).

Ионная проводимость растворов и расплавов электролитов



При отсутствии внешнего электрического поля ионы вместе с нераспавшимися молекулами находятся в хаотическом тепловом движении.

Если сосуд с раствором электролита включить в электрическую цепь, то между электродами образуется электрическое поле и ионы в растворе придут в упорядоченное

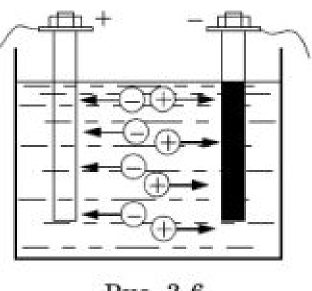


Рис. 3.6

движение (рис. 3.6). Положительно заряженные ионы станут двигаться по направлению напряжённости поля, т. е. к **катоду** (электроду, соединённому с отрицательным полюсом источника тока), а отрицательно заряженные ионы — в противоположном направлении, т. е. к **аноду** (электроду, соединённому с положительным полюсом источника тока).

Отрицательные ионы, пришедшие к аноду и называемые поэтому **анионами**, отдают свои лишние электроны аноду, а посредством его и соединительных проводников — положительному полюсу источника, возмещая на нём недостаток электронов. Положительные ионы, пришедшие к катоду и потому называемые **катионами**, получают недостающие им электроны из избытка их на катоде. Так устанавливается во внешней цепи *перемещение электронов* от отрицательного полюса источника тока к положительному. При этом через *раствор электролита заряд переносится вместе с частицами вещества — ионами*. Такую проводимость называют **ионной**. В расплавах электролитов проводимость также ионная, так как при плавлении твёрдых электролитов их молекулы распадаются на положительные и отрицательные ионы. Жидкие же металлы обладают электронной проводимостью.

Электролиз



При прохождении электрического тока через раствор электролита анионы отдают свои лишние электроны на аноде (в химии это называется окислительной реакцией), а катионы на катоде получают недостающие электроны (восстановительная реакция). Таким образом, на электродах при прохождении через раствор электрического тока происходит выделение веществ, входящих в состав электролитов.

Процесс выделения на электродах вещества, связанный с окислительно-восстановительными реакциями, называют электролизом.

В ряде случаев нейтрализуемые на электродах ионы вступают в химические реакции с растворителем, растворёнными веществами или с веществом электродов. Эти реакции называют **вторичными**.

Так, например, при электролизе раствора медного купороса ($CuSO_4$) на катоде выделяется медь, а на аноде — кислотный остаток SO_4, который вступает в реакцию с веществом анода — медью:

$$Cu + SO_4 = CuSO_4.$$

Благодаря этой реакции концентрация раствора медного купороса остаётся неизменной. Происходит лишь перенос меди с анода на катод, пока анод полностью не израсходуется.

В случае платинового анода при электролизе раствора медного купороса происходит реакция с растворителем:

$$2SO_4 + 2H_2O \rightarrow 2H_2SO_4 + O_2.$$

Молекулы серной кислоты попадают в раствор, а молекулярный кислород выделяется в виде пузырьков.

Закон Ома

Для растворов электролитов справедлив закон Ома. Это утверждение можно обосновать подобно тому, как это было сделано в предыдущем параграфе для металлических проводников.

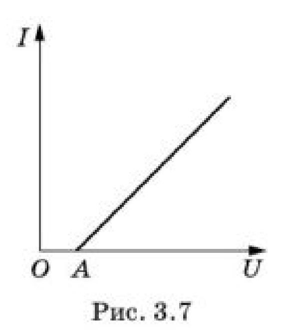


Рис. 3.7

При постоянной температуре графиком, выражающим зависимость силы тока от напряжения (вольт-амперная характеристика) для растворов электролитов, является, как и для металлического проводника, прямая линия. Однако эта прямая не проходит через начало координат, а «сдвинута» вправо (рис. 3.7). Это объясняется тем, что при электролизе происходит **поляризация электродов**, погружённых в раствор электролита (см. § 2.12), причём ЭДС поляризации $\mathcal{E}_p$ имеет знак, противоположный знаку напряжения U на электродах. На рисунке 3.7 отрезок OA соответствует ЭДС поляризации.

В растворах и расплавах электролитов свободные электрические заряды появляются за счёт распада на ионы нейтральных молекул. Движение ионов в поле означает перенос вещества.

? **1.** Приведите примеры веществ-электролитов.

2. Объясните механизм образования заряженных частиц, обеспечивающих электрический ток в электролитах.
3. Изобразите вольт-амперную характеристику для растворов электролитов и объясните её вид.

§ 3.5. ЗАКОН ЭЛЕКТРОЛИЗА

При электролизе на электродах происходит выделение вещества. От чего зависит масса вещества, выделяющегося за определённое время?

Масса m выделившегося вещества равна произведению массы одного иона m_i на число ионов N_i, осевших на электроде за время Δt:

$$m = m_i N_i. \qquad (3.5.1)$$

Масса иона, как мы уже знаем, равна

$$m_i = \frac{M}{N_A}, \qquad (3.5.2)$$

где M — молярная (или атомная) масса вещества, а N_A — постоянная Авогадро, т. е. число ионов в одном моле.

Число ионов, осевших на электроде,

$$N_i = \frac{\Delta q}{q_i}, \qquad (3.5.3)$$

где $\Delta q = I\Delta t$ — заряд, протёкший через раствор электролита за время Δt, q_i — заряд иона, который равен произведению элементарного заряда e на валентность n атома (или группы атомов), из которого образовался ион: $q_i = en$.

При диссоциации молекул, состоящих из одновалентных атомов ($n = 1$), возникают однозарядные ионы. Например, при диссоциации молекулы бромида калия KBr возникают ионы K^+ и Br^-, а при диссоциации молекулы медного купороса $CuSO_4$ получаются два двухзарядных иона Cu^{2+} и SO_4^{2-}, так как атом меди и кислотный остаток в данном соединении двухвалентны ($n = 2$).

Подставляя в формулу (3.5.1) выражения (3.5.2) и (3.5.3) и учитывая, что $\Delta q = I\Delta t$, а $q_i = en$, получим:

$$m = \frac{M}{neN_A} I\Delta t. \qquad (3.5.4)$$

Закон Фарадея

Обозначим через k коэффициент пропорциональности между массой вещества m и зарядом $\Delta q = I\Delta t$ в формуле (3.5.4):

$$k = \frac{1}{eN_A}\frac{M}{n}. \qquad (3.5.5)$$

Тогда формула (3.5.4) примет вид:

$$\boxed{m = kI\Delta t.} \qquad (3.5.6)$$

Следовательно, **масса вещества, выделившегося на каждом из электродов, прямо пропорциональна силе тока и времени прохождения тока через раствор электролита.**

Это утверждение, полученное нами теоретически, впервые было установлено в 1836 г. экспериментально М. Фарадеем и носит название закона электролиза Фарадея.

Коэффициент k в формуле (3.5.6) называют электрохимическим эквивалентом вещества и выражают в килограммах на кулон (кг/Кл). Из формулы (3.5.6) видно, что электрохимический эквивалент k численно равен массе вещества, выделившегося на электроде, при переносе ионами через раствор электролита заряда, равного 1 Кл.

Электрохимический эквивалент имеет простой физический смысл. Так как $\frac{M}{N_A} = m_i$ и $en = q_i$, то, согласно выражению (3.5.5),

$$k = \frac{m_i}{q_i}, \qquad (3.5.7)$$

т. е. электрохимический эквивалент данного вещества равен отношению массы иона этого вещества к его заряду.

Из формулы (3.5.5) следует также, что *электрохимические эквиваленты веществ прямо пропорциональны молярным массам и обратно пропорциональны валентностям этих веществ.*

При этом надо иметь в виду, что некоторые химические элементы в разных соединениях могут обладать различной валентностью. Так, например, медь одновалентна в соединениях $CuCl$, Cu_2O и еще в некоторых других соединениях и двухвалентна в CuO, $CuSO_4$ и ещё в некоторых соединениях. В первом случае, когда медь одновалентна, её электрохи-

мический эквивалент равен $6{,}6 \cdot 10^{-7}$ кг/Кл, а для двухвалентной меди электрохимический эквивалент в два раза меньше — он равен $3{,}3 \cdot 10^{-7}$ кг/Кл.

Постоянная Фарадея

Произведение элементарного заряда (заряда электрона) e на постоянную Авогадро N_A носит название постоянной Фарадея: $F = eN_A$. Введя постоянную Фарадея в формулу (3.5.4), для массы вещества, выделившегося при электролизе на электроде, получим:

$$m = \frac{1}{F}\frac{M}{n} I\Delta t. \qquad (3.5.8)$$

Согласно этой формуле постоянная Фарадея F численно равна заряду, который надо пропустить через раствор электролита, чтобы выделить на электроде один моль одновалентного вещества. Постоянная Фарадея, найденная из опыта, равна $F = 9{,}65 \cdot 10^4$ Кл/моль. Для выделения на электроде одного моля n-валентного вещества через раствор электролита необходимо пропустить заряд, численно равный произведению nF.

Определение заряда электрона

Зная постоянную Авогадро N_A и постоянную Фарадея F, можно найти модуль заряда одновалентного иона, т. е. заряд электрона:

$$e = \frac{F}{N_A} = \frac{9{,}65 \cdot 10^4 \text{ Кл/моль}}{6{,}02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}} \approx 1{,}6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}.$$

Любой двухвалентный ион переносит заряд в два раза больший, трёхвалентный — в три раза больший и т. д. Но никогда не бывает, чтобы один ион переносил заряд, содержащий дробную часть заряда одновалентного иона.

Этот вывод, полученный из закона Фарадея, впервые в истории физики привёл к мысли о том, что заряд одновалентного иона ($e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл) представляет собой наименьший (элементарный) заряд, существующий в природе. Любой наблюдаемый электрический заряд состоит из целого числа элементарных зарядов.

Вывод о существовании в природе элементарного электрического заряда был сделан Гельмгольцем в конце прошлого века (1881), когда в науке ещё не существовало представле-

ния об электроне. Значение элементарного заряда, вычисленное на основании закона электролиза, совпадает со значением заряда электрона, которое в дальнейшем было получено при исследовании других явлений.

Произведение силы тока на время определяет массу вещества, выделяемого при электролизе. Закон электролиза позволяет найти значение элементарного электрического заряда.

? **1.** Сформулируйте закон Фарадея.

2. Поясните физический смысл электрохимического эквивалента.

3. Какая величина называется постоянной Фарадея?

4. Как, используя постоянную Фарадея, можно определить заряд электрона? Почему существуют многочисленные способы определения заряда электрона?

§ 3.6. ТЕХНИЧЕСКОЕ ПРИМЕНЕНИЕ ЭЛЕКТРОЛИЗА

Электролиз находит широкое применение в технике. Рассмотрим лишь некоторые примеры наиболее важных технических применений электролиза.

Гальваностегия — покрытие металлических изделий тонким слоем другого металла (никелирование, хромирование, серебрение, золочение и т. д.) с целью предохранения от окисления и придания изделию привлекательного внешнего вида. Предмет, подлежащий покрытию, тщательно очищают, хорошо обезжиривают и помещают в качестве катода в электролитическую ванну, содержащую раствор соли того металла, которым должен быть покрыт данный предмет (рис. 3.8). Анодом служит пластинка из того же металла. Для более равномерного покрытия обычно применяют две пластинки в качестве анода, помещая предмет между ними (см. рис. 3.8).

Гальванопластика — электролитическое изготовление копий с рельефных предметов (медалей, гравюр, барельефов и т. д.). С рельефного предмета делают восковой или иной слепок. Затем поверхность слепка покрывают тонким слоем графита, чтобы она стала проводящей. В таком виде слепок используется в качестве катода, который опускают в электролитическую ванну с раствором медного купороса. Анодом служит медная пластинка. Когда на слепке нарастёт доста-

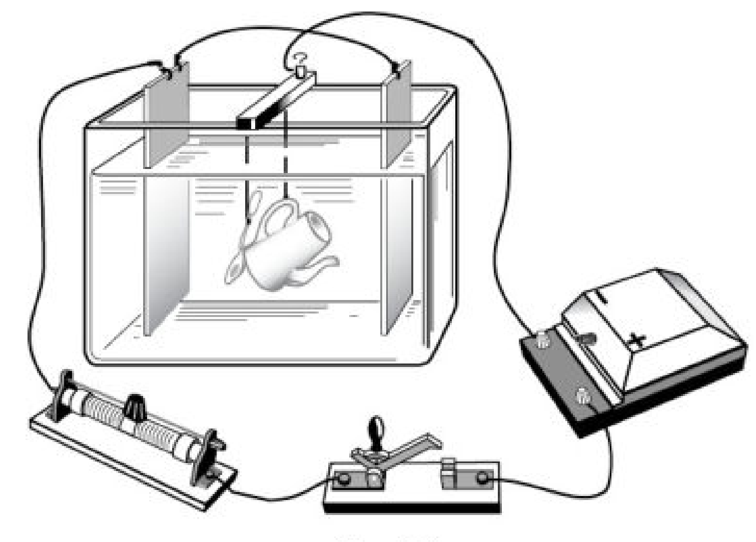


Рис. 3.8

точно толстый слой меди, электролиз прекращают и воск осторожно удаляют. Остаётся точная медная копия оригинала.

В полиграфической промышленности такие копии (стереотипы) получают с оттиска набора на пластичном материале (матрица), осаждая на матрицах толстый слой железа или другого материала. Это позволяет воспроизвести набор в нужном количестве экземпляров. Если раньше тираж книги ограничивался числом оттисков, которые можно получить с одного набора (при печатании набор стирается), то использование стереотипов позволяет значительно увеличить тираж.

Правда, в настоящее время с помощью электролиза получают стереотипы только для книг высококачественной печати и с большим числом иллюстраций.

Осаждая металл на длинный цилиндр, получают трубы без шва.

Процесс получения отслаиваемых покрытий был разработан русским ученым Б. С. Якоби, который в 1836 г. применил этот способ для изготовления полых фигур для Исаакиевского собора в Санкт-Петербурге.

Рафинирование меди

В § 3.1 мы говорили о роли металлических проводников в современной электротехнике. Медь является лучшим материалом для изготовления проводников, но для этого она

должна быть лишена каких бы то ни было примесей (см. § 2.4). Очищение меди от примесей называется рафинированием (очисткой) меди. Массивные куски (толстые листы) неочищенной меди, полученной при выплавке из руды, являются анодом, а тонкие пластинки из чистой меди — катодом. Процесс происходит в больших ваннах с водным раствором медного купороса. При электролизе медь анода растворяется; примеси, содержащие ценные и редкие металлы, выпадают на дно в виде осадка (шлама), а на катоде оседает чистая медь. Таким же образом производят рафинирование некоторых других металлов.

Получение алюминия

При помощи электролиза получают алюминий. Для этого подвергают электролизу не растворы солей этого металла, а его расплавленные оксиды.

В угольные тигли (рис. 3.9) насыпают глинозем (оксид алюминия Al_2O_3), полученный путём переработки бокситов — руд, содержащих алюминий. Тигель служит катодом. Анодом являются угольные стержни, вставленные в тигель.

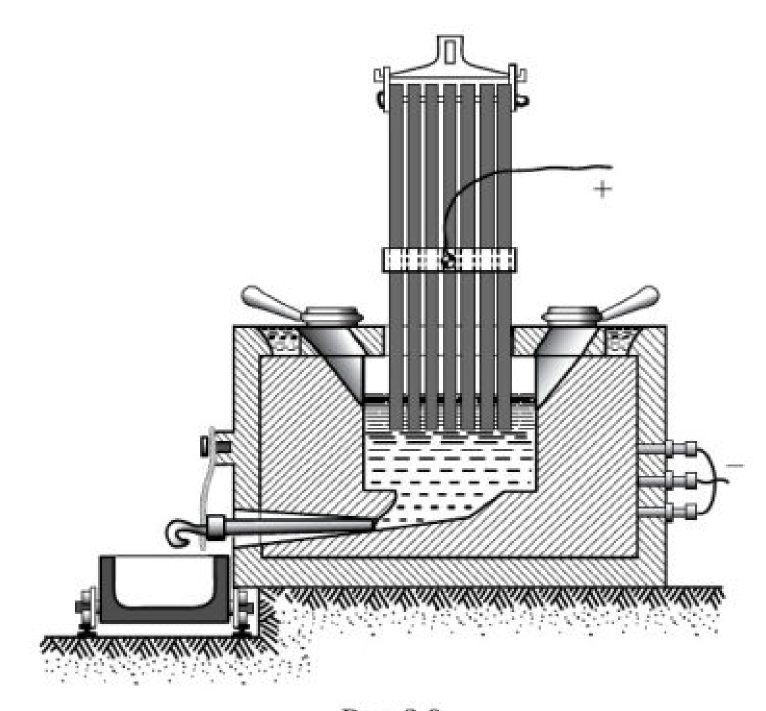


Рис. 3.9

Сначала угольные стержни опускают до соединения с тиглем и пропускают сильный ток. Глинозём при прохождении тока нагревается и расплавляется. После этого угли поднимают, ток проходит через жидкость и производит электролиз. Расплавленный алюминий, выделяющийся при электролизе, опускается на дно тигля (катод), откуда его через особое отверстие выпускают в формы для отливки.

Описанный способ получения алюминия сделал его дешёвым и наряду с железом самым распространённым в технике и быту металлом.

Путём электролиза расплавленных солей в настоящее время получают также натрий, калий, магний, кальций и другие металлы.

Электролиз используется для гальваностегии, гальванопластики, рафинирования меди, получения алюминия и др.

? Подготовьте презентацию на тему «Применение электролиза в технике».

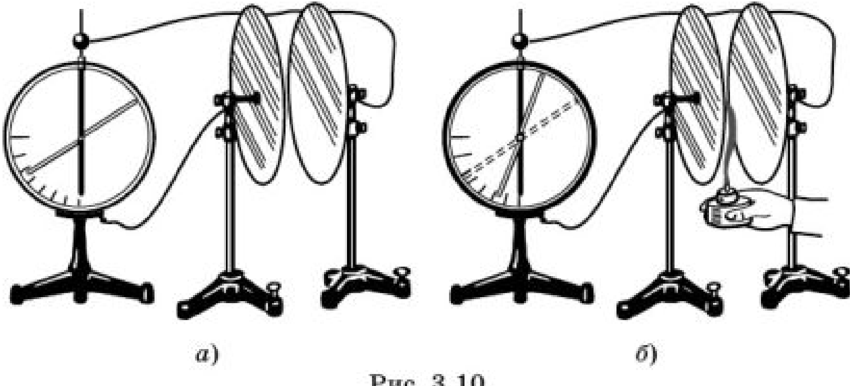
§ 3.7. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК В ГАЗАХ

При комнатных температурах газы являются диэлектриками. Нагревание газа или облучение ультрафиолетовыми, рентгеновскими и другими лучами вызывает ионизацию атомов или молекул газа. Газ становится проводником.

Электрический разряд в газах

Все газы (в том числе и воздух) в естественном состоянии не проводят электрического тока, т. е. являются изоляторами (см. § 3.1). Именно по этой причине оказывается возможным строить «воздушные» линии электропередачи. На свойстве воздуха быть изолятором основана работа обыкновенного выключателя электрического тока, применяемого в ваших квартирах. Поворачивая выключатель, мы создаём воздушный промежуток между двумя точками электрической цепи и тем самым размыкаем её.

В том, что воздух является плохим проводником электрического тока, можно убедиться непосредственно на следующем опыте. Возьмём электрометр с присоединёнными к нему дисками плоского конденсатора и зарядим его



а) б)

Рис. 3.10

(рис. 3.10, *а*). При комнатной температуре, если воздух достаточно сухой, конденсатор заметно не разряжается — положение стрелки электрометра не изменяется. Чтобы заметить уменьшение угла отклонения стрелки электрометра, требуется длительное время. Это показывает, что электрический ток в воздухе между дисками очень мал.

Изолирующие свойства газов (воздуха) объясняются отсутствием в них свободных электрических зарядов: атомы и молекулы газов в естественном состоянии являются нейтральными.

Видоизменим наш опыт. Нагреем воздух между дисками пламенем спиртовки (рис. 3.10, *б*). Заметим, что угол отклонения стрелки электрометра быстро уменьшается, т. е. уменьшается разность потенциалов между дисками конденсатора — конденсатор разряжается. Следовательно, нагретый воздух между дисками стал проводником и в нём устанавливается электрический ток.

Процесс протекания тока через газы называют электрическим разрядом в газах.

Ионизация газов

Рассмотренный выше опыт показывает, что в воздухе между дисками под действием пламени появились заряженные частицы. Тщательными исследованиями было установлено, что носителями электрических зарядов в газах являются ионы и электроны. Откуда же они берутся?

При нагревании газа (воздуха) молекулы начинают двигаться быстрее. При этом некоторые молекулы начинают двигаться так быстро, что часть из них при столкновениях распадается на положительно заряженные ионы и электро-

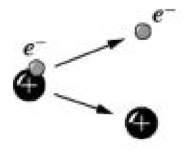


Рис. 3.11

ны (рис. 3.11). Чем выше температура, тем больше образуется ионов. Распад молекул газа на электроны и положительные ионы называется **ионизацией газа**.

Нагревание газа до высокой температуры не является единственным способом ионизации молекул или атомов газа. Нейтральные атомы или молекулы газа могут ионизоваться под воздействием других факторов, важнейшими из которых являются рентгеновские лучи и излучения радиоактивных веществ, ультрафиолетовые лучи и т. д. Факторы, вызывающие ионизацию газа, называются **ионизаторами**.

В газе могут образовываться и отрицательные ионы: они появляются благодаря присоединению электронов к нейтральным атомам или молекулам газа (рис. 3.12).

Итак, в ионизованном газе имеются носители зарядов трёх сортов: электроны, положительные ионы и отрицательные. Ионизация газов имеет сходство с электролитической диссоциацией, заключающееся в том, что в обоих явлениях образуются заряженные частицы из нейтральных молекул. Однако здесь имеются и существенные различия. Диссоциация происходит самостоятельно без внешнего воздействия, а ионизация газов — под воздействием ионизатора. Кроме того, при диссоциации образуются заряженные частицы двух сортов — положительные и отрицательные ионы, а при ионизации газов, как мы отмечали, образуются заряженные частицы трёх сортов.

Рекомбинация

Процесс ионизации газа всегда сопровождается противоположным ему процессом восстановления нейтральных молекул из разноимённо заряженных ионов (или из положительных ионов и электронов) вследствие их электрического (кулоновского) притяжения (рис. 3.13). Такой процесс называют **рекомбинацией заряженных частиц**. Если действие ионизатора неизменно, то в ионизованном газе устанавливается *динамическое равновесие*, при котором в еди-

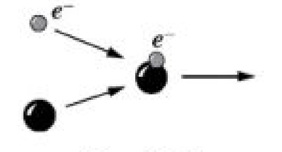


Рис. 3.12

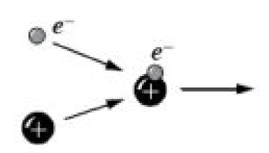


Рис. 3.13

ницу времени восстанавливается столько же молекул, сколько их распадается на ионы. При этом концентрация заряженных частиц в ионизованном газе сохраняется неизменной. Если же прекратить действие ионизатора, то рекомбинация начнет преобладать над ионизацией и число ионов быстро уменьшится почти до нуля. Следовательно, наличие заряженных частиц в газе — явление *временное* (пока действует ионизатор). Этим ионизация газа отличается от электролитической диссоциации. В растворе количество диссоциированных молекул остается неизменным сколь угодно долго.

Механизм электропроводности газов

Механизм проводимости газов похож на механизм проводимости растворов и расплавов электролитов. При отсутствии внешнего поля заряженные частицы, как и нейтральные молекулы, движутся хаотически. Если ионы и свободные электроны оказываются во внешнем электрическом поле, то они приходят в направленное движение и создают электрический ток в газах (рис. 3.14).

Таким образом, **электрический ток в газе представляет собой направленное движение положительных ионов к катоду, а отрицательных ионов и электронов — к аноду.** Полный ток в газе складывается из двух потоков заряженных частиц: потока, идущего к аноду, и потока, направленного к катоду.

На электродах происходит нейтрализация заряженных частиц, как и при прохождении электрического тока через растворы и расплавы электролитов. Однако в газах отсутствует выделение веществ на электродах, как это имеет место в растворах электролитов. Газовые ионы, подойдя к электродам, отдают им свои заряды, превращаются в нейтральные молекулы и диффундируют обратно в газ.

Еще одно различие в электропроводности ионизованных газов и растворов (расплавов) электролитов состоит в том, что отрицательный заряд при прохождении тока через газы переносится в основном не отрицательными ионами, а *электронами*, хотя проводимость за счёт отрицательных ионов также может играть определённую роль.

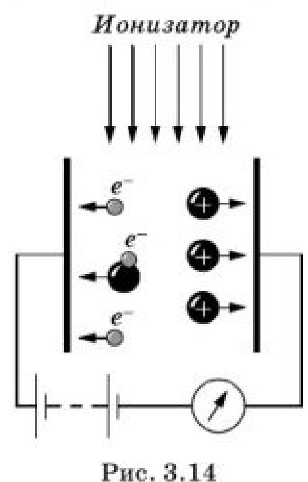


Рис. 3.14

В газах сочетается электронная проводимость, подобная проводимости металлов, с ионной проводимостью, подобной проводимости водных растворов или расплавов электролитов.

? 1. При каких условиях происходит электрический разряд в газах?

2. Чем ионизация газа отличается от электролитической диссоциации?



§ 3.8. НЕСАМОСТОЯТЕЛЬНЫЙ И САМОСТОЯТЕЛЬНЫЙ РАЗРЯДЫ

Разряд в газе может происходить и без внешнего ионизатора. Разряд способен поддерживать сам себя. Почему это возможно?

Несамостоятельный разряд

Рассмотренный в предыдущем параграфе механизм прохождения электрического тока через газы при постоянном воздействии на газ внешнего ионизатора представляет собой несамостоятельный разряд, так как при прекращении действия ионизатора прекращается и ток в газе.

Исследуем зависимость силы тока от напряжения при несамостоятельном разряде в газе. Для этой цели удобно использовать стеклянную трубку с двумя впаянными в стекло металлическими электродами. Соберём цепь по схеме, изображённой на рисунке 3.15.

Пусть с помощью какого-нибудь ионизатора, например за счёт воздействия рентгеновских лучей, в газе образуется ежесекундно определённое число пар заряженных частиц: электронов и положительных ионов.

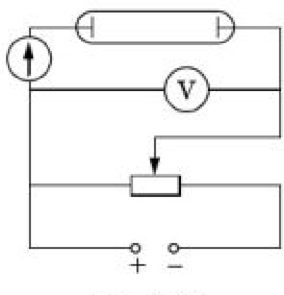


Рис. 3.15

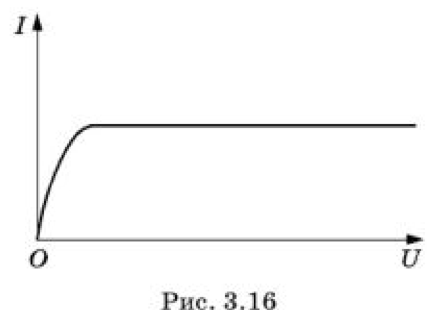


Рис. 3.16

При отсутствии напряжения на электродах ($U = 0$) гальванометр, включённый в цепь (см. рис. 3.15), покажет нуль ($I = 0$). При небольшой разности потенциалов между электродами трубки положительно заряженные ионы начнут перемещаться к отрицательному электроду (катоду), а электроны и отрицательно заряженные ионы — к аноду, т. е. возникнет газовый разряд.

Однако вследствие рекомбинации не все образующиеся под действием ионизатора ионы доходят до электродов. Часть их, рекомбинируя, образует нейтральные молекулы. По мере увеличения разности потенциалов между электродами трубки доля заряженных частиц, достигающих электродов, увеличивается, т. е. сила тока в цепи возрастает (рис. 3.16). Объясняется это тем, что при большем напряжении между электродами ионы движутся с большей скоростью, поэтому им остаётся всё меньше времени для воссоединения в нейтральные молекулы.

Наконец, при некотором определённом напряжении наступает такой момент, при котором все заряженные частицы, образующиеся в газе ионизатором за секунду, достигают за это же время электродов. Дальнейшее увеличение напряжения уже не может привести к увеличению числа переносимых ионов. Ток, как говорят, достигает *насыщения* (см. рис. 3.16, горизонтальный участок графика).

Таким образом, вольт-амперная характеристика при несамостоятельном разряде в газах является нелинейной, т. е. закон Ома для газов выполняется только при малых напряжениях.

Самостоятельный разряд

Если после достижения насыщения продолжать увеличивать разность потенциалов между электродами, то сила тока при достаточно большом напряжении станет резко возрастать (рис. 3.17). Это означает, что в газе появляются дополнительные ионы сверх тех, которые образуются за счёт действия ионизатора. Сила тока может возрасти в сотни и тысячи раз, а число заряженных частиц, возникающих в процессе разряда, может стать таким большим, что внешний ионизатор будет уже не нужен для поддержания разряда. Поэтому ионизатор можно теперь

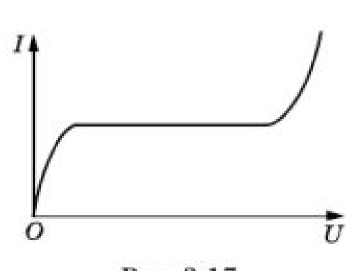


Рис. 3.17

убрать. Поскольку разряд не нуждается для своего поддержания во внешнем ионизаторе, его называют **самостоятельным разрядом**.

Ионизация электронным ударом

Какова же причина резкого увеличения числа заряженных частиц при больших напряжениях?

Электрон, ускоряясь электрическим полем, на своем пути к аноду сталкивается с ионами и нейтральными молекулами. В промежутках между двумя последовательными столкновениями энергия электрона увеличивается за счёт работы сил электрического поля. Чем больше разность потенциалов между электродами, тем больше напряжённость электрического поля.

Кинетическая энергия электрона перед очередным столкновением пропорциональна напряжённости поля и длине свободного пробега электрона (пути между двумя последовательными столкновениями):

$$\frac{mv^2}{2} = eEl. \qquad (3.8.1)$$

Если кинетическая энергия электрона превосходит работу A_i, которую нужно совершить, чтобы ионизовать нейтральный атом (или молекулу), т. е.

$$\frac{mv^2}{2} > A_i,$$

то при столкновении электрона с атомом (или молекулой) происходит его (её) ионизация, называемая **ионизацией электронным ударом**.

В результате столкновения электрона с атомом (рис. 3.18) образуется ещё один электрон и положительный ион. Таким образом, вместо одной заряженной частицы появляются три — ион и два электрона. Эти электроны, в свою очередь, получают энергию в поле и ионизуют новые атомы и т. д. Вследствие этого число заряженных частиц очень быстро возрастает. Описанный процесс имеет сходство с образованием снежной лавины в горах и поэтому получил название **электронной** (или **ионной**) **лавины**.

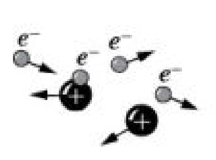


Рис. 3.18

Лавинообразное нарастание числа заряженных частиц в газе может начаться под действием сильного электрического поля, если в газе окажется хотя бы один электрон.

Ионизатор в этом случае не нужен. Так, например, в окружающем нас воздухе всегда имеется некоторое число ионов и электронов, возникающих под действием радиоактивных излучений земной коры, ультрафиолетового и рентгеновского излучений Солнца, а также других излучений, проникающих в земную атмосферу из космического пространства.

Обратим внимание на то, что роль электронов и ионов в образовании лавинного разряда в газах неодинакова. Основную роль в ударной ионизации играют свободные электроны.

Объяснить это можно так. Положительные ионы, так же как электроны, движутся в поле с одинаковой напряжённостью, но длина свободного пробега электронов больше длины свободного пробега положительных ионов. Поэтому кинетическая энергия, приобретённая электроном, согласно формуле (3.8.1), больше кинетической энергии положительного иона.

Однако более существенным является то, что из-за одновременного выполнения законов сохранения энергии и импульса лишь часть кинетической энергии при ударе может превратиться во внутреннюю энергию. Оказывается, что чем меньше масса ионизующей частицы по сравнению с массой молекулы, тем большая часть кинетической энергии этой частицы сможет превратиться во внутреннюю и израсходоваться на ионизацию. Поясним это подробнее.

Пусть ионизующая частица, масса которой m, имела перед ударом о покоящуюся молекулу массой M скорость $\vec{v}_1$. Тогда кинетическая энергия этой частицы перед ударом равна:

$$W_{k1} = \frac{mv_1^2}{2}. \qquad (3.8.2)$$

Предположим для простоты, что скорости ионизующей частицы и молекулы после соударения примерно одинаковые. Тогда, согласно закону сохранения импульса,

$$mv_1 = (m + M)v_2, \qquad (3.8.3)$$

где v_2 — скорость частицы и молекулы после удара.

Изменение внутренней энергии ΔU равно потере кинетической энергии:

$$\Delta U = W_{k1} - W_{k2} = \frac{mv_1^2}{2} - \frac{(M + m)v_2^2}{2}. \qquad (3.8.4)$$

Выразив v_2 из соотношения (3.8.3) и подставив в уравнение (3.8.4), получим:

$$\Delta U = W_{k1}\frac{M}{M+m}. \quad (3.8.5)$$

Масса иона равна массе молекулы, следовательно, $\Delta U = \frac{W_{k1}}{2}$. Масса же электрона в несколько тысяч раз меньше массы молекулы. Поэтому в выражении (3.8.5) отношение $\frac{M}{M+m} \approx 1$ и $\Delta U \approx W_{k1}$. Таким образом, кинетическая энергия при соударении электрона с молекулой почти полностью может превратиться во внутреннюю, а при соударении иона с молекулой — наполовину. Итак, даже при одинаковой кинетической энергии электрон в качестве ионизатора оказывается эффективнее иона.

Но ионизация только электронным ударом не может обеспечить длительный самостоятельный разряд. Действительно, ведь все возникающие таким образом электроны движутся по направлению к аноду и по достижении анода «выбывают из игры». Для поддержания разряда необходима эмиссия электронов с катода («эмиссия» означает «испускание»). Эмиссия электронов может быть обусловлена несколькими причинами.

Положительные ионы, образовавшиеся при столкновении электронов с нейтральными атомами, при своём движении к катоду приобретают под действием поля большую кинетическую энергию. При ударах таких быстрых ионов о катод с поверхности катода выбиваются электроны.

Термоэлектронная эмиссия

Катод может испускать электроны при нагревании до высокой температуры. Этот процесс называется *термоэлектронной эмиссией*. Его можно рассматривать как испарение электронов из металла. Во многих твёрдых веществах термоэлектронная эмиссия происходит при температурах, при которых испарение самого вещества ещё мало. Такие вещества и используют для изготовления катодов.

При самостоятельном разряде нагрев катода может происходить за счёт бомбардировки его положительными ионами. Если энергия ионов не слишком велика, то выбивания электронов с катода не происходит и электроны испускаются вследствие термоэлектронной эмиссии.

В газах при больших напряжённостях электрических полей электроны достигают таких больших энергий, что начинается ионизация электронным ударом. Разряд становится самостоятельным и продолжается без внешнего ионизатора.

? 1. При каких условиях несамостоятельный разряд становится самостоятельным?

2. Покажите, что чем меньше масса ионизирующей частицы по сравнению с массой молекулы, тем большая часть энергии этой частицы может быть затрачена на ионизацию молекулы.

§ 3.9. РАЗЛИЧНЫЕ ТИПЫ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РАЗРЯДА И ИХ ТЕХНИЧЕСКОЕ ПРИМЕНЕНИЕ

В зависимости от свойств и состояния газа, характера и расположения электродов, а также от приложенного к электродам напряжения в газах возникают различные виды самостоятельного разряда. Рассмотрим несколько основных видов самостоятельного разряда: тлеющий, коронный, искровой и дуговой.

Тлеющий разряд

Электроны могут приобрести энергию, необходимую для совершения ионизации, не только за счёт увеличения напряжения между электродами, но, как видно из формулы (3.8.1), и за счёт увеличения длины свободного пробега электронов. Последнее можно достигнуть путём разрежения газа.

Для наблюдения разряда в разреженных газах удобно использовать стеклянную трубку длиной около полуметра с двумя электродами (анодом A и катодом K) и с патрубком для откачивания воздуха (рис. 3.19). Присоединим электроды к источнику постоянного тока с напряжением в несколько тысяч вольт (электрическая машина или высоковольтный выпрямитель).

При атмосферном давлении тока в трубке нет, так как приложенного напряжения в несколько тысяч вольт недостаточно для того, чтобы пробить длинный газовый промежуток. Но если мы начнём откачивать воздух из трубки, ток

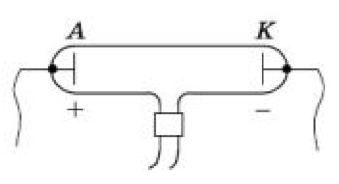


Рис. 3.19

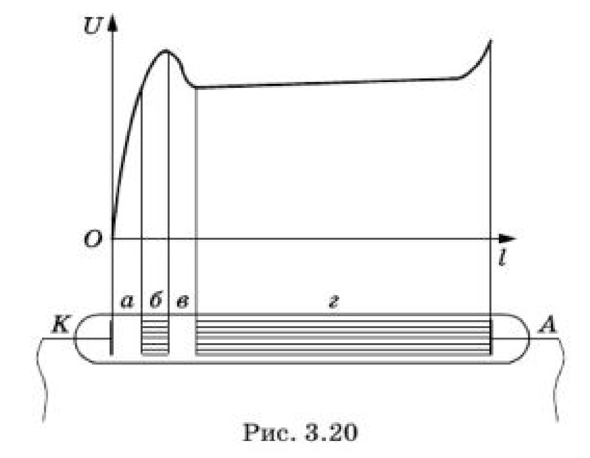


Рис. 3.20

вскоре появится, что можно обнаружить по свечению воздуха в трубке. При давлении порядка 100 мм рт. ст. между электродами появляется разряд в виде светящейся змейки (в воздухе — малинового цвета, в других газах — иных цветов), соединяющей оба электрода. По мере дальнейшей откачки воздуха светящаяся змейка расширяется, и свечение постепенно заполняет почти всю трубку.

При давлении 1—2 мм рт. ст. и ниже возникает тлеющий разряд. В тлеющем разряде отчётливо выделяются четыре области (рис. 3.20): *а* — катодное тёмное пространство, *б* — тлеющее (отрицательное) свечение, *в* — фарадеево тёмное пространство, *г* — положительный столб разряда. Первые три области находятся вблизи катода и образуют катодную часть разряда.

Если впаять по длине трубки ряд платиновых проволочек, то, присоединяя электрометр к различным проволочкам (рис. 3.21), можно измерить напряжение между различными точками разряда и катодом. Откладывая на графике по оси ординат это напряжение U, а по оси абсцисс — расстояние l рассматриваемой точки от катода, получим кривую, изображённую на рисунке 3.20 сверху.

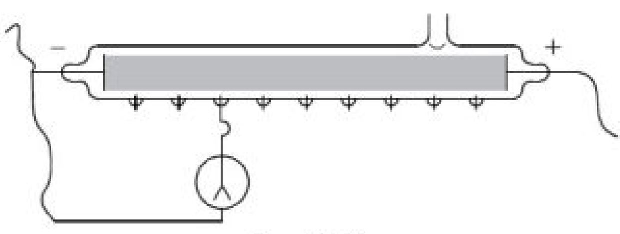


Рис. 3.21

Из графика видно, что вблизи катода на небольшом расстоянии происходит резкое падение потенциала — катодное падение потенциала. Здесь электрическое поле имеет большую напряженность; в остальной части трубки напряжённость поля невелика.

Катодное падение потенциала обусловливает эмиссию электронов из металла катода. Положительные ионы, образующиеся в результате ионизации электронными ударами (в тлеющем свечении и в положительном столбе), движутся к катоду и, проходя через область катодного падения потенциала, приобретают значительную энергию. Ударяясь о катод, быстрые положительные ионы выбивают из него электроны (вторичная электронная эмиссия). Эти электроны в области катодного падения потенциала сильно ускоряются и при последующих соударениях с атомами газа ионизуют их. В результате опять появляются положительные ионы, которые снова, устремляясь на катод, порождают новые электроны, и т. д. Таким образом, основными процессами, поддерживающими разряд, являются *ионизация электронными ударами в объёме* и *вторичная электронная эмиссия* на катоде. Все это происходит благодаря существованию катодного падения потенциала. Следовательно, *катодное падение потенциала есть наиболее характерный признак тлеющего разряда*, отличающий эту форму газового разряда от всех других форм.

Существование катодного тёмного пространства объясняется тем, что электроны начинают сталкиваться с атомами газа не сразу, а лишь на некотором расстоянии от катода. Ширина катодного тёмного пространства приблизительно равна средней длине свободного пробега электронов: она увеличивается с уменьшением давления газа. В катодном тёмном пространстве электроны, следовательно, движутся практически без соударений.

Распределение концентраций положительных ионов и электронов в различных частях разряда неодинаково. Так как положительные ионы движутся гораздо медленнее, чем электроны, то у катода концентрация ионов значительно больше, чем концентрация электронов. Поэтому *вблизи катода возникает сильный пространственный положительный заряд, который и вызывает появление катодного падения потенциала.*

В области положительного столба концентрации положительных ионов и электронов почти одинаковы, и здесь пространственного заряда нет. Благодаря большой концентрации электронов положительный столб обладает хорошей

электропроводностью, и поэтому падение потенциала на нём мало (см. рис. 3.20). Так как в положительном столбе имеются и положительные ионы, и электроны, то здесь происходит интенсивная рекомбинация ионов, чем и объясняется свечение положительного столба.

Тлеющий разряд используют в трубках для рекламы. Оранжево-красное свечение возникает при наполнении трубки неоном. Положительный столб в аргоне имеет синевато-зеленоватый цвет. В лампах дневного света используют разряд в парах ртути. Важнейшее применение тлеющий разряд получил в газовых лазерах.

Коронный разряд

При атмосферном давлении в газе, находящемся в сильно неоднородном электрическом поле (около остриёв, проводов линий высокого напряжения и т. д.), наблюдается разряд, светящаяся область которого часто напоминает корону. Поэтому его и назвали *коронным*.

Плотность заряда на поверхности проводника тем больше, чем больше его кривизна. На острие плотность заряда максимальна. Поэтому возле острия возникает сильное электрическое поле. Когда его напряжённость превысит $3 \cdot 10^6$ В/м, наступает разряд. При такой большой напряжённости ионизация посредством электронного удара происходит при атмосферном давлении. По мере удаления от поверхности проводника напряжённость быстро убывает. Поэтому ионизация и связанное с ней свечение газа наблюдается в ограниченной области пространства.

При повышенном напряжении коронный заряд на острие имеет вид светящейся кисти — системы тонких светящихся линий, которые выходят из острия, имеют изгибы и изломы, изменяющиеся с течением времени. Такая разновидность коронного разряда называется *кистевым разрядом*.

Заряженное грозовое облако индуцирует на поверхности Земли под собой электрические заряды противоположного знака. Особенно большой заряд скапливается на остриях. Поэтому перед грозой или во время грозы нередко на остриях и острых углах высоко поднятых предметов вспыхивают похожие на кисточки конусы света. С давних времён это свечение называют огнями святого Эльма (рис. 3.22).

Особенно часто свидетелями этого явления становятся альпинисты. Иногда даже не только металлические предметы, но и кончики волос на голове украшаются маленькими

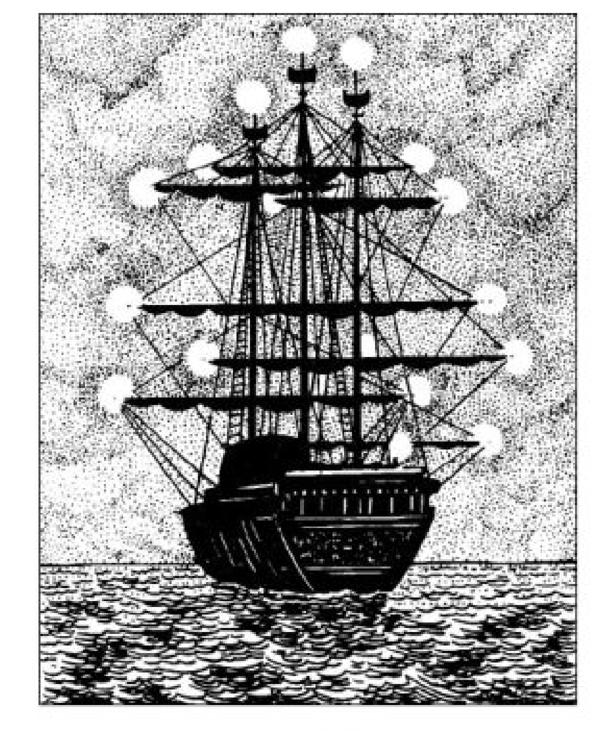


Рис. 3.22

светящимися кисточками. Нередко ледорубы начинают гудеть подобно большому шмелю.

С коронным разрядом приходится считаться, имея дело с высоким напряжением. При наличии выступающих частей или очень тонких проводов может начаться коронный разряд. Это приводит к утечке электроэнергии. Чем выше напряжение высоковольтной линии, тем толще должны быть провода.

Искровой разряд



При большой напряжённости электрического поля между электродами (около $3 \cdot 10^6$ В/м) в воздухе при атмосферном давлении возникает *искровой разряд*. Искровой разряд, в отличие от коронного, приводит к пробою воздушного промежутка. При искровом разряде в газе возникают каналы ионизованного газа — *стриммеры*, имеющие вид прерывистых ярких зигзагообразных нитей (рис. 3.23). Нити пронизывают пространство между электродами и ис-

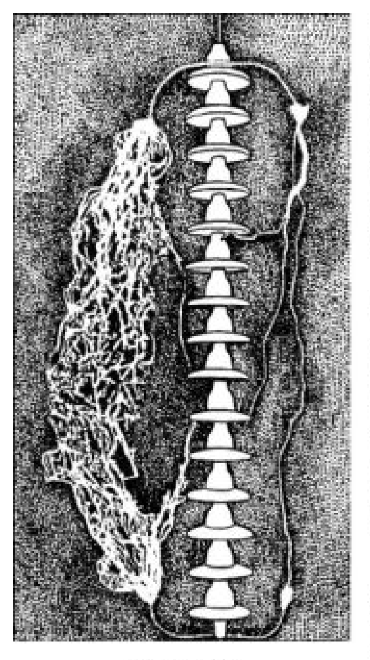


Рис. 3.23

чезают, сменяясь новыми. При этом наблюдается яркое свечение газа и выделяется большое количество теплоты. Вследствие нагревания давление газа в стриммерах сильно повышается. Расширяясь, газ излучает звуковые волны, сопровождающие разряд.

После пробоя разрядного промежутка напряжение на электродах сильно падает, так как в момент разряда проводимость газа вследствие его ионизации резко возрастает. В результате, если источник напряжения маломощный, разряд прекращается. Затем напряжение снова повышается и т. д.

В образовании искрового разряда наряду с ионизацией с помощью электронного удара большую роль играют процессы ионизации газа излучением самой искры.

В технике явлением искрового разряда пользуются, например, для зажигания горючей смеси в двигателях внутреннего сгорания, для электроискровой обработки металлов и в других случаях.

Молния

Пример гигантского искрового разряда — молния. Молнии возникают либо между двумя облаками, либо между облаком и Землёй. Сила тока в молнии достигает 500 000 А, а разность потенциалов между облаком и Землёй — миллиарда вольт. Отдельные разряды молнии очень кратковременны. Они длятся всего лишь около одной миллионной доли секунды.

Во время сильных гроз иногда наблюдается шаровая молния. Это яркое светящееся образование, которое сравнительно медленно перемещается в воздухе. Размеры шаровой молнии могут быть различными, чаще всего её диаметр достигает 10—20 см. Продолжительность существования шаровой молнии — от долей секунды до нескольких минут. Попытки разгадать её природу и получить такую молнию в лабораторных условиях ещё не увенчались успехом.

Дуговой разряд



Электрический разряд в воздухе при атмосферном давлении можно получить и при небольшой разности потенциалов между электродами. Если в качестве электродов взять два угольных стержня[1], привести их в соприкосновение и приложить напряжение 30—50 В, то по получившейся замкнутой цепи пойдёт сильный ток. Так как в месте соприкосновения электродов сопротивление велико, то в соответствии с законом Джоуля—Ленца здесь выделяется наибольшее количество теплоты и концы угольных стержней раскаляются. Температура повышается настолько, что начинается термоэлектронная эмиссия. Вследствие этого при раздвижении угольных электродов между ними начинается самостоятельный разряд. Между углями возникает столб ярко светящегося газа — электрическая дуга (рис. 3.24).

Проводимость газа в этом случае значительна и при атмосферном давлении, так как число электронов, испускаемых отрицательным электродом, очень велико. Сила тока в небольшой дуге достигает нескольких ампер, а в больших дугах — нескольких сотен ампер при разности потенциалов всего лишь порядка 50 В.

Электрическая дуга была впервые получена в 1802 г. русским академиком В. В. Петровым (1761—1834).

Высокая температура катода при горении дуги поддерживается бомбардирующими катод положительными ионами. Газ в самой дуге также сильно разогревается из-за соударений молекул с ионами и электронами, ускоряемыми полем. Поэтому происходит термическая ионизация газа.

На положительном электроде дуги под влиянием бомбардировки электронами образуется углубление — к р а т е р.

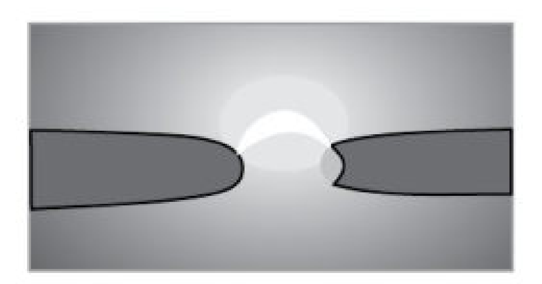


Рис. 3.24

---

[1] Эти стержни, называемые д у г о в ы м и у г л я м и, получают прессованием графита, сажи и связующих веществ.

Температура в кратере при атмосферном давлении достигает 4000 °С, а при давлении $2 \cdot 10^6$ Па превышает 7000 °С. Температура катода при атмосферном давлении достигает 3000 °С, а в канале электрической дуги 5000—6000 °С. Для сравнения заметим, что температура на поверхности Солнца 6000 °С.

Электрическая дуга может возникнуть не только между угольными, но и между металлическими электродами.

Дуговой разряд возникает во всех случаях, когда вследствие разогревания катода основной причиной ионизации газа становится термоэлектронная эмиссия. Так, например, в тлеющем разряде положительные ионы, бомбардирующие катод, не только вызывают вторичную эмиссию электронов, но и нагревают катод. Поэтому, если увеличить силу тока в тлеющем разряде (этого можно достигнуть, увеличив напряжение или сблизив электроды), то температура катода увеличивается, и, когда она достигает такого значения, что начинается заметная термоэлектронная эмиссия, тлеющий разряд переходит в дуговой. При увеличении мощности источника искровой разряд тоже может превратиться в электрическую дугу. Таким образом, для возникновения дугового разряда не обязательно предварительное сближение электродов.

Дуговой разряд имеет разнообразные технические применения. Его используют в качестве источника света в прожекторах, проекционных и киноаппаратах, маяках и т. д.

В электрометаллургии широко применяют электропечи (рис. 3.25), в которых источником теплоты служит дуговой разряд.

Электрическую дугу применяют также для сварки металлических деталей (дуговая электросварка). Возможность такого применения дуги была предсказана В. В. Петровым и впервые разработана русскими изобретателями Н. И. Бенардосом (1885) и Н. Г. Славяновым (1890). При выполнении электросварочных работ лицо сварщика, а в особенности глаза, должно быть закрыто толстым стеклом для предохранения от ультрафиолетовых лучей, испускаемых дугой. Электросварка в наше время широко применяется в машиностроении, при прокладке трубопроводов, при строительстве зданий, мостов и других сооружений.

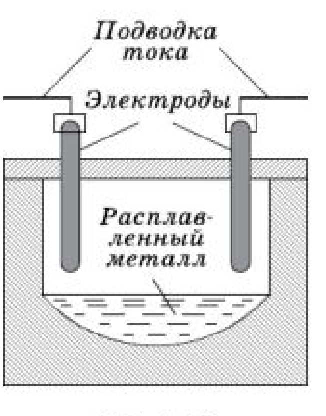


Рис. 3.25

При низких давлениях происходит тлеющий разряд. При атмосферном давлении можно получить электрическую дугу, наблюдать коронный и искровой разряды.

? 1. В чём сходство и различие механизмов тлеющего и искрового разрядов?

2. Какие способы получения дугового разряда вам известны?

§ 3.10. ПЛАЗМА

При достаточно низких температурах все вещества находятся в твёрдом состоянии. Нагревание вызывает переход вещества из твёрдого состояния в жидкое, а затем в газообразное.

Дальнейшее нагревание приводит к ионизации газа за счёт столкновения быстро движущихся атомов и молекул. Вещество переходит в новое состояние, называемое плазмой.

Плазма — это частично или полностью ионизованный газ, в котором плотности положительных и отрицательных зарядов практически одинаковы. Таким образом, плазма в целом является электрически нейтральной системой.

Количественной характеристикой плазмы является степень ионизации. Степенью ионизации плазмы α называют отношение объёмной концентрации заряженных частиц к общей объёмной концентрации частиц. В зависимости от степени ионизации плазма подразделяется на *слабо ионизованную* (α составляет доли процента), *частично ионизованную* (α порядка нескольких процентов) и *полностью ионизованную* (α близка к 100%). Слабо ионизованной плазмой в природных условиях являются верхние слои атмосферы — ионосфера. Солнце, горячие звёзды и некоторые межзвездные облака — это полностью ионизованная плазма, которая образуется при высокой температуре.

Наряду с нагреванием ионизация газа и образование плазмы могут быть вызваны различными излучениями или бомбардировкой атомов газа быстрыми заряженными частицами.

Средние энергии различных типов частиц, составляющих плазму, могут значительно отличаться одна от другой. Поэтому плазму нельзя охарактеризовать одним значением температуры T; различают электронную температуру T_e,

ионную температуру T_i (или ионные температуры, если в плазме имеются ионы нескольких сортов) и температуру нейтральных атомов T_a (нейтральной компоненты). Подобная плазма называется неизотермической, в отличие от изотермической плазмы, в которой температуры всех компонент одинаковы.

Применительно к плазме несколько необычный смысл (по сравнению с другими разделами физики) вкладывается в понятия «низкотемпературная» и «высокотемпературная». Низкотемпературной принято считать плазму с температурой $T_i \leqslant 10^5$ К, а высокотемпературной — с $T_i \approx 10^6...10^8$ К и более. Это условное разделение связано с особой важностью высокотемпературной плазмы в связи с проблемой осуществления управляемого термоядерного синтеза.

Свойства плазмы

Плазма обладает рядом специфических свойств, что позволяет рассматривать её как особое четвёртое состояние вещества.

Из-за большой подвижности заряженные частицы плазмы легко перемещаются под действием электрических и магнитных полей. Поэтому любое нарушение электрической нейтральности отдельных областей плазмы, вызванное скоплением частиц одного знака заряда, быстро ликвидируется. Возникающие электрические поля перемещают заряженные частицы до тех пор, пока электрическая нейтральность не восстановится и электрическое поле не станет равным нулю.

В отличие от нейтрального газа, между молекулами которого существуют короткодействующие силы, между заряженными частицами плазмы действуют кулоновские силы, сравнительно медленно убывающие с расстоянием. Каждая частица взаимодействует сразу с большим количеством окружающих частиц. Благодаря этому, наряду с хаотическим тепловым движением, частицы плазмы могут участвовать в разнообразных упорядоченных (коллективных) движениях. В плазме легко возбуждаются разного рода колебания и волны.

Проводимость плазмы увеличивается по мере роста степени ионизации. При высокой температуре полностью ионизованная плазма по своей проводимости приближается к сверхпроводникам.

Плазма во Вселенной и вокруг Земли

В состоянии плазмы находится подавляющая (около 99%) часть вещества Вселенной — звёзды, звёздные атмосферы, галактические туманности и межзвёздная среда. Плотность межзвёздной среды очень мала, в среднем менее одного атома на 1 см^3. Ионизация атомов межзвёздной среды производится излучением звёзд и космическими лучами — потоками быстрых частиц, пронизывающими пространство Вселенной по всем направлениям. В отличие от горячей плазмы звёзд, температура межзвёздной плазмы очень мала.

Около Земли плазма существует в космосе в виде солнечного ветра, заполняет магнитосферу Земли, образуя радиационные пояса Земли и ионосферу. Процессами в околоземной плазме обусловлены магнитные бури и полярные сияния.

Газоразрядная плазма образуется при всех видах электрического разряда в газах: дуговом, искровом, тлеющем разряде и пр.

Многими характерными для плазмы свойствами обладают свободные электроны в металлах (*плазма твёрдых тел*). В отличие от обычной плазмы, в плазме твёрдых тел положительные ионы не могут перемещаться по всему телу. Вторая отличительная особенность плазмы твёрдых тел — возможность её существования при сверхнизких для «газовой» плазмы температурах — комнатной и ниже, вплоть до абсолютного нуля температуры.

Практическое применение плазмы

Низкотемпературная плазма ($T \approx 10^3$ К) находит применение в газоразрядных источниках света — в светящихся трубках для рекламных надписей, в лампах дневного света. В последних стеклянную трубку покрывают специальным составом — люминофором[1], который под действием излучения плазмы сам начинает светиться. Люминофор подбирают таким, чтобы его свечение было близко по составу к белому свету.

Газоразрядную плазму используют во многих приборах, например в газовых лазерах — квантовых источниках света.

---

[1] От лат. lumen — «свет» и греч. phorós — «несущий».

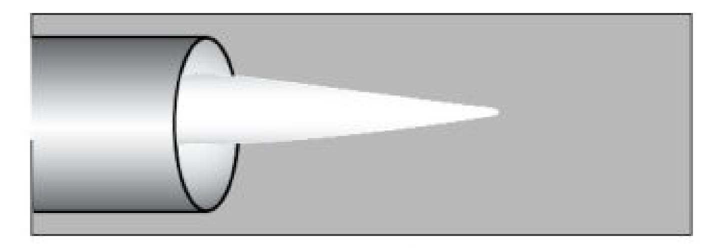


Рис. 3.26

Низкотемпературная плазма применяется в магнитогидродинамических генераторах (МГД-генераторах). При прохождении струи плазмы через магнитное поле происходит разделение входящих в состав плазмы заряженных частиц противоположного знака, в результате чего на электродах возникает разность потенциалов. Напряжение с электродов подаётся во внешнюю цепь.

МГД-генератор — обратимая машина. Если через плазму, находящуюся в магнитном поле, пропустить ток, приложив к электродам напряжение от внешнего источника, то поле будет ускорять плазменный поток (за счёт энергии источника тока). На этом основано действие электроплазменного двигателя. Большая скорость истечения ускоренной плазмы (до 10^5 м/с) может создать большую реактивную силу. Плазменные двигатели весьма перспективны для длительных сверхдальних космических полетов.

Сравнительно недавно был создан новый прибор — плазмотрон. В плазмотроне создаются мощные струи плотной низкотемпературной плазмы (рис. 3.26), широко применяемые в различных областях техники: для резки и сварки металлов, бурения скважин в твёрдых породах и т. д.

В плазменной струе ускоряются многие химические реакции, а также могут происходить такие реакции, которые в обычных условиях не происходят.

Наиболее значительные перспективы физики видят в применении высокотемпературной плазмы в установках для управляемого термоядерного синтеза. В настоящее время ведутся интенсивные исследования в этом направлении.

Частично или полностью ионизованный газ называют плазмой. Звёзды состоят из плазмы. Расширяется применение плазмы: МГД-генераторы, плазмотроны, управляемые термоядерные реакции и др.

? **1.** Назовите четвёртое состояние вещества и опишите его свойства.

2. Почему частицы плазмы могут участвовать в разнообразных упорядоченных (коллективных) движениях?

§ 3.11. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК В ВАКУУМЕ

До открытия уникальных свойств полупроводников в радиотехнике использовались исключительно электронные лампы. В этих лампах, а также в электронно-лучевых трубках, широко используемых и сейчас, электроны движутся в вакууме. Как же получают потоки электронов в вакууме? Какими свойствами они обладают?

Когда говорят об электрическом токе в вакууме, то имеют в виду такую степень разрежения газа, при которой можно пренебречь соударениями между его молекулами. В этом случае средняя длина свободного пробега молекул больше размеров сосуда.

Такой разреженный газ является изолятором, так как в нём нет (или почти нет) свободных заряженных частиц — носителей электрического тока.

На рисунке 3.27 изображена схема цепи, содержащей сосуд, из которого откачан воздух. В этот сосуд впаяны два электрода, один из которых (анод *A*) соединён с положительным полюсом источника тока (батарея *G1*), другой (катод *K*) — с отрицательным. Несмотря на достаточно большое напряжение, которое обеспечивает источник тока (около 100 В), включённый в цепь чувствительный гальванометр не фиксирует тока; это указывает на отсутствие в вакууме свободных носителей заряда.

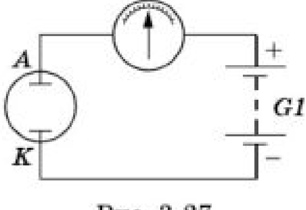


Рис. 3.27

Электронная эмиссия

Электрический ток в вакууме будет существовать, если ввести в сосуд свободные носители заряда. Как это осуществить?

Наиболее просто проводимость межэлектродного промежутка в вакууме можно обеспечить с помощью электрон-

ной эмиссии с поверхности электродов. Электронная эмиссия возникает в случаях, когда часть электронов металла (электрода) приобретает в результате внешних воздействий энергию, достаточную для преодоления их связи с металлом (для совершения работы выхода $A_{вых}$).

В § 3.8 мы уже познакомились с двумя видами электронной эмиссии: ионно-электронной эмиссией (при бомбардировке катода положительными ионами) и термоэлектронной эмиссией (испускание электронов с поверхности достаточно нагретого металла). Электроны испускаются также при воздействии на поверхность металла электромагнитным излучением. Такое явление называется фотоэлектронной эмиссией. И наконец, с поверхности металла испускаются электроны при бомбардировке её быстрыми электронами. Это вторичная электронная эмиссия.

Все виды эмиссии широко используются для получения электрического тока в вакууме. Однако в большинстве современных электронных вакуумных приборов используется термоэлектронная эмиссия.

Получение электрического тока в вакууме

Посмотрим, как, используя термоэлектронную эмиссию, можно получить ток в вакууме. Для этой цели внесём изменения в цепь, схема которой изображена на рисунке 3.27. В качестве катода в вакуумном баллоне теперь впаяна вольфрамовая нить, концы которой выведены наружу и присоединены к источнику тока — батарее накала *G2* (рис. 3.28). Замкнём ключ *S2* и, когда вольфрамовая нить накалится, замкнём и ключ *S1*. Стрелка прибора при этом отклонится, в цепи появился ток. Значит, накалённая нить обеспечивает появление необходимых для существования тока носителей заряда — заряженных частиц.

С помощью опыта нетрудно убедиться, что эти частицы заряжены отрицательно.

Измените полярность анодной батареи *G1* — нить станет анодом, а холодный электрод — катодом (рис. 3.29). И хотя нить по-прежнему накалена и по-прежнему посылает в вакуум заряженные частицы, тока в цепи нет.

Из этого опыта следует, что частицы, испускаемые накалённой нитью, заряжены отрицательно — отталкиваются от холодного катода и притягиваются к аноду. Измерением заряда и массы было доказано, что катод испускает электроны.

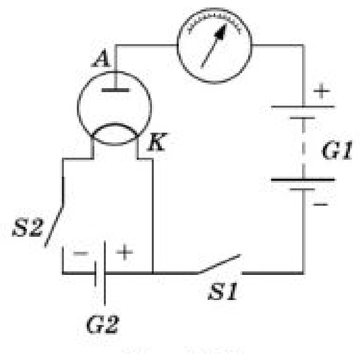




Рис. 3.28

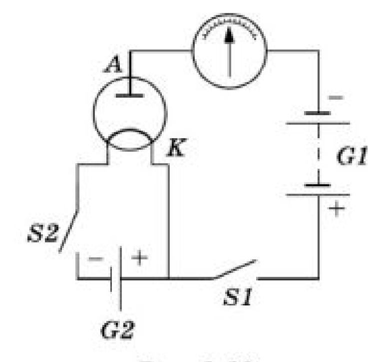


Рис. 3.29

Итак, **электрический ток в вакууме представляет собой направленный поток электронов**.

В отличие от тока в металлическом проводнике (где проводимость тоже электронная), в вакууме электроны движутся между электродами, ни с чем не сталкиваясь. Поэтому под действием электрического поля электроны непрерывно ускоряются. Скорость электронов у анода даже в маломощных электровакуумных приборах достигает нескольких тысяч километров в секунду, что в десятки миллиардов раз превышает среднюю скорость направленного движения электронов в металле.

Для создания тока в вакууме необходим специальный источник заряженных частиц. Действие такого источника обычно основано на термоэлектронной эмиссии.

?
1. При каких условиях можно наблюдать ток в вакууме?
2. Выявите сходства и различия между током в металлическом проводнике и током в вакууме.
3. Какие виды электронной эмиссии вам известны?

§ 3.12. ДВУХЭЛЕКТРОДНАЯ ЭЛЕКТРОННАЯ ЛАМПА — ДИОД

Электронными лампами называются устройства, основанные на применении термоэлектронной эмиссии. Простейшим типом электронных ламп является двухэлектродная лампа — диод прямого накала.

Устройство диода

Диод представляет собой вакуумированный баллон, в котором находятся два электрода: вольфрамовая нить K, являющаяся источником электронов (катод), и металлический полуцилиндр A (анод), окружающий катод (рис. 3.30, *а*). В других типах ламп анод может быть замкнутым цилиндром, который расположен не горизонтально, как на рисунке 3.30, *а*, а вертикально. В этом случае и катод, совпадающий с осью анода, тоже расположен вертикально. Условное изображение диода показано на рисунке 3.30, *б*.

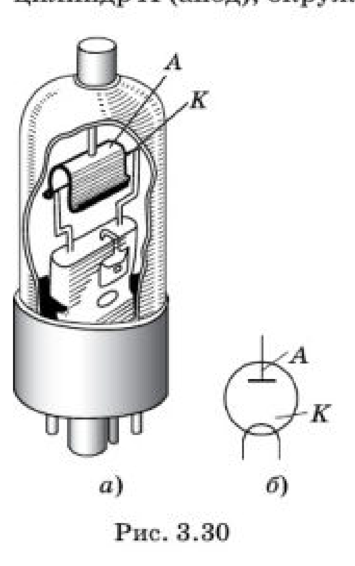


Рис. 3.30

В лампах прямого накала нить накала из вольфрама одновременно служит катодом. Для получения значительной эмиссии нить нагревают до температуры 2000—2500 К. Диод прямого накала имеет существенный недостаток. Если катод нагревается переменным током, то его температура из-за малой теплоёмкости нити периодически изменяется, что вызывает колебания тока в цепи лампы. По этой причине в настоящее время диоды прямого накала почти не применяются. Вместо них применяются лампы с косвенным накалом или диоды с подогревным катодом.

В лампах с косвенным накалом катод представляет собой никелевую трубочку, покрытую слоем оксидов щелочноземельных металлов — бария, стронция, кальция. Такой катод называют оксидным. Работа выхода электронов с по-

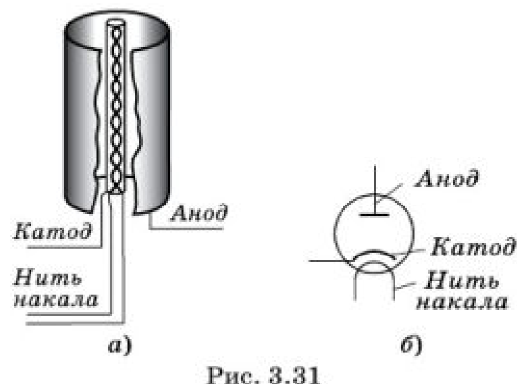


Рис. 3.31

верхности оксидного катода в несколько раз меньше, чем с вольфрама. Это позволяет снизить температуру накала до 1000 К. Подогрев катода обеспечивается небольшой спиралью, расположенной внутри трубочки (рис. 3.31, *а*). Условное обозначение диода с подогревным катодом изображено на рисунке 3.31, *б*.

Вольт-амперная характеристика диода



Существенные свойства любого электронного прибора отражает его вольт-амперная характеристика, т. е. зависимость силы тока от напряжения, поданного на этот прибор. Для получения вольт-амперной характеристики вакуумного диода можно воспользоваться цепью, схема которой изображена на рисунке 3.32. В отличие от характеристики металлического проводника эта характеристика нелинейная (рис. 3.33). Следовательно, электронная лампа представляет собой проводник, не подчиняющийся закону Ома.

Рассмотрим подробнее причину нелинейности вольт-амперной характеристики вакуумного диода. При вылете электронов из разогретого катода он заряжается положительно. Поэтому электроны, покинувшие катод, группируются возле него в виде объёмного отрицательного заряда или так называемого электронного облака. Под действием электрического поля между катодом и электронным облаком электроны из облака частично возвращаются обратно на катод. В равновесном состоянии число электронов, покинувших катод в секунду, равно числу электронов, возвратившихся на него за это время. При таком динамическом равновесии среднее число электронов в электронном облаке остаётся неизменным. Чем выше температура металла, тем больше плотность электронного облака.

Если к электродам диода приложить напряжение, называемое а н о д н ы м н а п р я ж е н и е м, присоединив анод

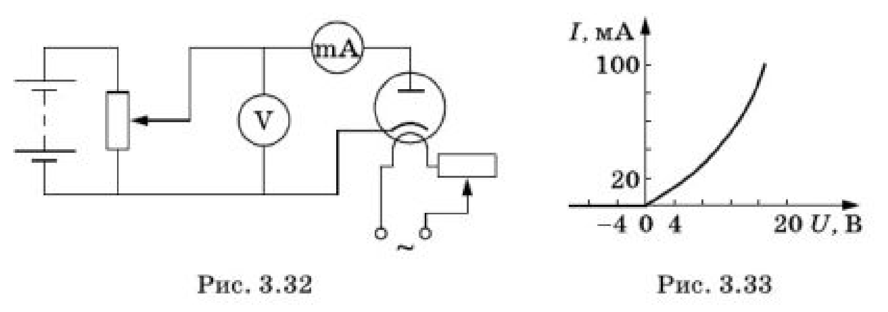


Рис. 3.32

Рис. 3.33

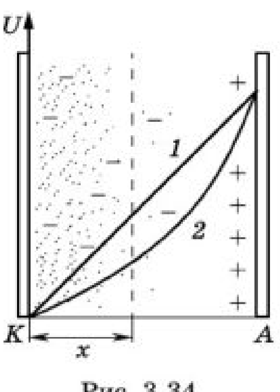


Рис. 3.34

к точке цепи, имеющей положительный потенциал, а катод — к точке с отрицательным потенциалом (см. рис. 3.32), то между электродами возникнет электрическое поле. Под действием этого поля электроны начнут перемещаться от катода к аноду, образуя *анодный ток*. Электронное облако при этом начнёт рассасываться. Из-за наличия электронного облака сила анодного тока I не пропорциональна анодному напряжению U. Если катод и анод представляют собой плоские пластины, параллельные друг другу (рис. 3.34), то в отсутствие электронного облака (при холодном катоде) распределение потенциала между катодом и анодом, образующими плоский конденсатор, изображается прямой линией *1*. При наличии электронного облака (при накалённом катоде) распределение потенциала изменяется: оно изображается теперь кривой *2*. При этом значение потенциала в любой плоскости, находящейся на расстоянии x от катода, оказывается меньше, чем в отсутствие электронного облака, а следовательно, и скорости движения электронов при наличии электронного облака уменьшаются. С увеличением анодного напряжения концентрация электронов в облаке уменьшается. Поэтому и тормозящее действие объёмного отрицательного заряда делается меньше, а сила анодного тока увеличивается.

Если катод не покрыт оксидным слоем, то при достаточно большом анодном напряжении все электроны, покинувшие катод, достигают анода, и при дальнейшем увеличении напряжения сила тока не изменяется. Такой ток называется *током насыщения* (штриховая линия на рисунке 3.35).

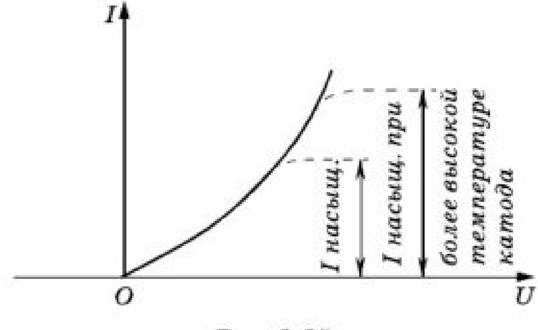


Рис. 3.35

При повышении температуры катода (это можно сделать, увеличив при помощи реостата силу тока в цепи накала) ток насыщения возрастает (см. рис. 3.35).

В электронной лампе с оксидным катодом достигнуть тока насыщения нельзя, ибо это требует столь большого анодного напряжения, при котором катод разрушается.

Применение вакуумных диодов

Важным свойством вакуумного диода является его односторонняя проводимость: электроны в нём движутся от раскалённого катода к аноду. Обратное направление тока невозможно. Приборы, обладающие свойством проводить ток только в одном направлении, называются электрическими вентилями.

Этим свойством двухэлектродной электронной лампы пользуются для выпрямления переменного тока[1].

Лампа, применяемая для выпрямления токов промышленной частоты, называется кенотроном.

> *Двухэлектродный вакуумный прибор — диод обладает односторонней проводимостью. Это его свойство используется для выпрямления переменного тока.*

?
1. Объясните принцип работы двухэлектродной электронной лампы.
2. Изобразите вольт-амперную характеристику вакуумного диода и дайте пояснения к данному графику.
3. Какое(ие) свойство(а) двухэлектродных вакуумных диодов нашло(и) широкое применение?

§ 3.13. ТРЁХЭЛЕКТРОДНАЯ ЭЛЕКТРОННАЯ ЛАМПА — ТРИОД

> *Трёхэлектродная электронная лампа — триод отличается от двухэлектродной электронной лампы наличием третьего электрода — сетки.*

Устройство триода

Баллон, анод и катод вакуумного триода имеют такую же конструкцию, как и у диода, однако на пути электронов от

[1] Об устройстве выпрямителей переменного тока будет рассказано в дальнейшем.

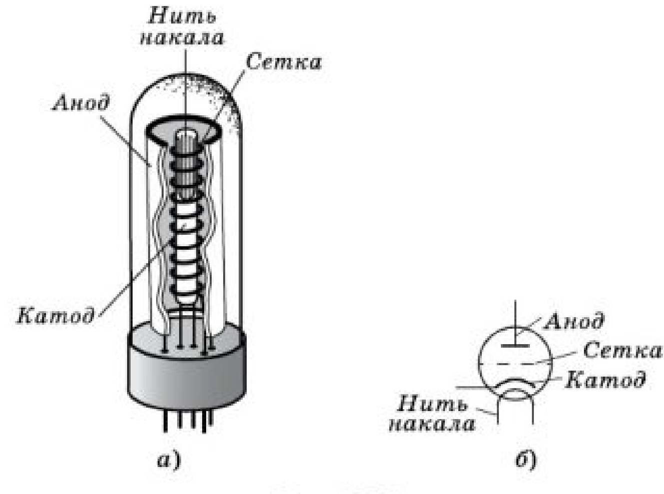


Рис. 3.36

катода к аноду (ближе к катоду) в триоде располагается третий электрод — сетка. Само название «сетка» указывает на то, что этот электрод несплошной и может пропускать электроны, движущиеся от катода к аноду. В большинстве электронных ламп сетка представляет собой укреплённый на стойках проволочный каркас в виде винтовой линии (рис. 3.36, *а*). Условное обозначение триода показано на рисунке 3.36, *б*.

Сетка даёт возможность управлять анодным током лампы. Сообщая сетке положительный относительно катода потенциал, создают между сеткой и катодом дополнительное электрическое поле, линии напряжённости которого совпадают по направлению с линиями напряжённости основного поля между катодом и анодом. Это дополнительное поле способствует «рассасыванию» электронного облака и увеличивает силу анодного тока лампы. Наоборот, сообщая сетке отрицательный относительно катода потенциал, получаем дополнительное поле, противодействующее основному полю, что повлечёт за собой уменьшение силы анодного тока лампы. При определённом значении отрицательного потенциала сетки сила анодного тока может обратиться в нуль. В этом случае говорят: лампа «заперта».

Сеточная характеристика триода

График, выражающий зависимость силы анодного тока от потенциала сетки относительно катода, т. е. от сеточного

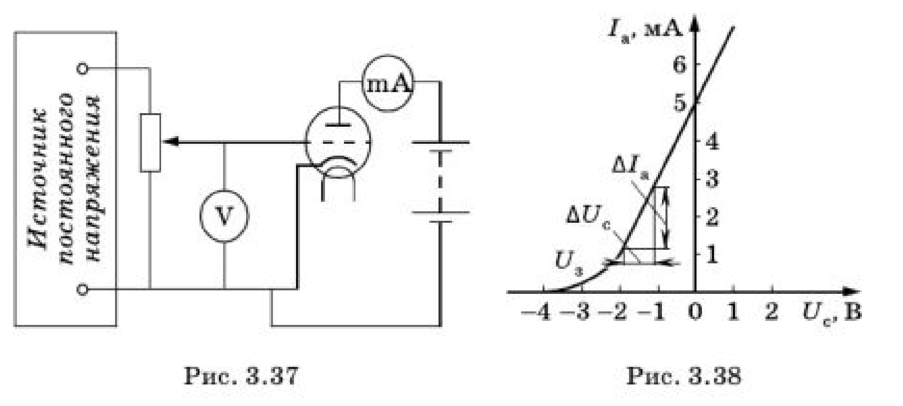


Рис. 3.37

Рис. 3.38

напряжения, $I_а = f(U_с)$ при постоянном значении анодного напряжения $U_а$, называется **сеточной характеристикой триода**. Сеточная характеристика может быть получена опытным путём. Для этого пользуются установкой, схема которой изображена на рисунке 3.37.

Из сеточной характеристики, изображённой на рисунке 3.38, видно, что увеличение сеточного потенциала (относительно катода) ведёт к увеличению силы анодного тока. При уменьшении потенциала сетки сила анодного тока, напротив, уменьшается. При потенциале $U_з$, называемом **потенциалом запирания** лампы, анодный ток прекращается (лампа запирается). Потенциал запирания зависит от устройства лампы и от анодного напряжения.

Из-за того, что сетка расположена на малом расстоянии от катода, изменение сеточного напряжения на величину $\Delta U_с$ гораздо сильнее меняет напряжённость электрического поля, действующего на электронное облако у катода, чем изменение анодного напряжения на такую же величину. (Вспомните, что напряжённость электрического поля E при заданном напряжении обратно пропорциональна расстоянию: $E = \frac{U}{d}$.) Соответственно, *одинаковые изменения силы анодного тока $\Delta I_а$ достигаются при гораздо меньших (в несколько десятков раз) изменениях сеточного напряжения, чем анодного.*

Трёхэлектродные лампы используются в различных радиотехнических устройствах: усилителях, генераторах и т. д.

? 1. Каково функциональное предназначение третьего электрода — сетки — в триоде?
2. Изобразите сеточную характеристику триода и дайте пояснения к данному графику.

§ 3.14. ЭЛЕКТРОННЫЕ ПУЧКИ. ЭЛЕКТРОННО-ЛУЧЕВАЯ ТРУБКА

Электронные пучки представляют собой направленные потоки быстро движущихся электронов; поперечные размеры пучков обычно значительно меньше их длины. Электронные пучки впервые были обнаружены в газовом разряде, происходящем при пониженном давлении: наблюдались слабое голубое свечение вдоль оси газоразрядной трубки и флуоресценция стеклянных стенок трубки, которые объяснялись воздействием так называемых катодных лучей (опыты английского физика У. Крукса). Дальнейшие исследования привели к открытию электрона (английский физик Дж. Томсон, 1897 г.), а сами лучи были отождествлены с потоками электронов.

В настоящее время электронные пучки образуются в электронно-вакуумных приборах, использующих явление термоэлектронной эмиссии. Если в аноде электронной лампы сделать отверстие, то часть электронов, ускоренных электрическим полем, пролетит в отверстие, образуя за анодом электронный пучок. Количеством электронов в пучке можно управлять, поместив между катодом и анодом дополнительный электрод и изменяя его потенциал. Электронные пучки имеют ряд свойств, благодаря которым они находят широкое практическое применение.

Свойства электронных пучков и их применение

Электронные пучки обладают энергией. Попадая на тела, они вызывают их нагревание. В современной технике это свойство используют для электронной плавки сверхчистых металлов в вакууме.

При попадании на пластинку из металла большой плотности (вольфрама, платины) электронные пучки тормозятся, вследствие чего возникает рентгеновское излучение. Это свойство используют в рентгеновских трубках, о чём будет рассказано в дальнейшем.

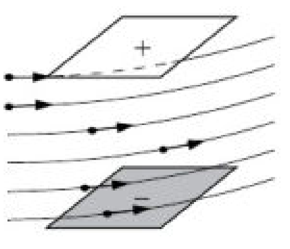




Рис. 3.39

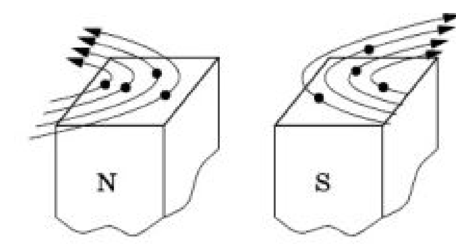


Рис. 3.40

Некоторые вещества (стекло, сульфиды цинка и кадмия), бомбардируемые электронами, светятся. В настоящее время среди материалов этого типа (люминофоров) применяются такие, у которых в световую энергию превращается до 25% энергии электронного пучка.

Электронные пучки отклоняются электрическим полем. Например, проходя между пластинами заряженного конденсатора, электроны отклоняются от отрицательно заряженной пластины к положительно заряженной (рис. 3.39).

Электронные пучки отклоняются также в магнитном поле. Пролетая над северным полюсом магнита, электроны отклоняются влево, а пролетая над южным полюсом — вправо (рис. 3.40). Отклонение электронных потоков, идущих от Солнца, в магнитном поле Земли приводит к тому, что свечение газов верхних слоёв атмосферы (полярные сияния) наблюдается только у полюсов.

Возможность управления электронным пучком с помощью электрического или магнитного поля и свечение под действием пучка покрытого люминофором экрана находит применение в электронно-лучевой трубке.

Электронно-лучевая трубка

Устройство электронно-лучевой трубки показано на рисунке 3.41. Трубка представляет собой вакуумный баллон, изготовленный в виде колбы, расширенной с одной стороны. Расширенное дно колбы покрыто люминофором и образует экран трубки. В узком конце трубки помещён источник быстрых электронов — электронная пушка (рис. 3.42). Она состоит из накаливаемого оксидного катода K и трёх коаксиальных цилиндров: управляющего электрода (сетки) M, первого анода A_1 и второго анода A_2.

Электроны испускаются нагретым оксидным слоем торца цилиндрического катода и проходят через отверстие в цилиндрическом управляющем электроде. Управляющий

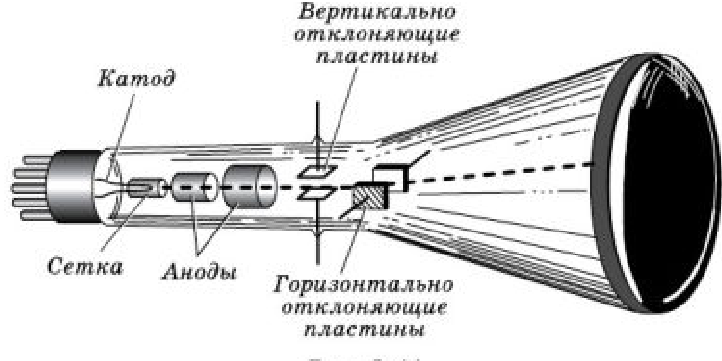


Рис. 3.41

электрод имеет отрицательный потенциал относительно катода (–20...–70 В) и сжимает своим полем выходящий из катода электронный пучок. Изменяя этот потенциал, можно изменять количество электронов в пучке, т. е. его интенсивность.

Каждый анод состоит из дисков с небольшими отверстиями, вставленных в металлический цилиндр. Потенциал первого анода положителен относительно катода, а потенциал второго анода положителен относительно первого анода. Электрические поля между электродом M и анодом A_1, а также между анодами A_1 и A_2, ускоряющие электроны, показаны на рисунке 3.42 при помощи эквипотенциальных поверхностей. Форма, расположение и потенциалы анодов выбраны так, чтобы наряду с ускорением электронов происходила и фокусировка электронного пучка, т. е. уменьшение площади его поперечного сечения. На экране, в том месте, куда попадает электронный пучок (узко сфокусированный электронный пучок иногда называют электронным лучом), возникает свечение.

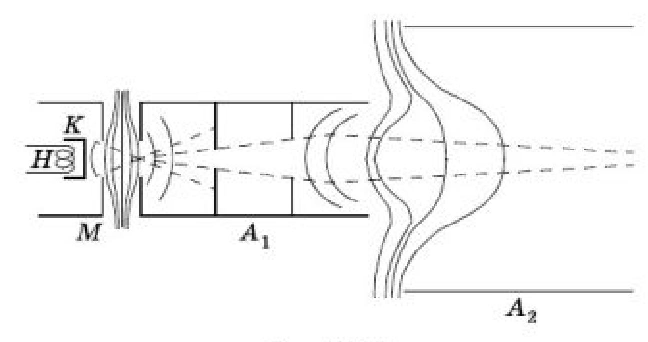


Рис. 3.42

После электронной пушки сфокусированный электронный пучок на пути к экрану проходит последовательно между двумя парами управляющих пластин, подобных пластинам плоского конденсатора. Если электрического поля между пластинами нет, то пучок не отклоняется и светящаяся точка располагается в центре экрана. При сообщении разности потенциалов вертикально расположенным пластинам пучок смещается в горизонтальном направлении, а при сообщении разности потенциалов горизонтальным пластинам он смещается в вертикальном направлении. Одновременное использование двух пар пластин позволяет перемещать светящуюся точку по экрану в любом направлении.

Малая масса электронов в электронном пучке обеспечивает малую инерционность электронно-лучевой трубки: электронный пучок практически мгновенно реагирует на изменение напряжения на управляющих пластинах. На этом свойстве электронных пучков основано использование электронно-лучевой трубки в электронном осциллографе[1] — приборе, который применяется для исследования быстропеременных процессов в электрических цепях.

В электронно-лучевой трубке, применяемой в телевизоре (так называемом кинескопе), управление электронным пучком осуществляется с помощью магнитного поля. Это поле создают катушки, надетые на горловину трубки.

Дисплей

Широкое применение имеют электронно-лучевые трубки в присоединяемых к компьютерам устройствах — дисплеях. На экран дисплея, подобный экрану телевизора[2], поступает информация, записанная и переработанная компьютером. Можно непосредственно видеть текст на любом языке, графики различных процессов, изображения реальных объектов, а также воображаемые объекты, подчиняющиеся законам, записанным в программе компьютера.

В электронно-лучевых трубках формируются узкие электронные пучки, управляемые электрическими и магнитными полями.

? 1. Какими свойствами обладают электронные пучки?
2. Как устроена электронно-лучевая трубка?

---

[1] От лат. oscillo — качаюсь и греч. gráphō — пишу.

[2] Сегодня дисплеи на электронно-лучевых трубках вытесняются плоскими жидкокристаллическими дисплеями.

§ 3.15. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК В ПОЛУПРОВОДНИКАХ

В чём главное отличие полупроводников от проводников? Какие особенности строения полупроводников открыли им доступ во все радиоустройства, телевизоры и ЭВМ?

В § 3.1 мы отмечали, что главное отличие полупроводников от проводников состоит в характере зависимости электропроводности от температуры. Исследования показывают, что у ряда элементов (кремний, германий, селен и др.) и соединений (PbS, CdS и др.) удельное сопротивление с увеличением температуры не растёт, как у металлов (см. рис. 2.14), а, наоборот, уменьшается (рис. 3.43).

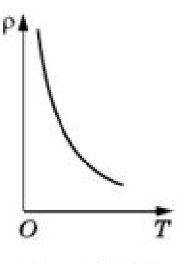


Рис. 3.43

Из графика, изображённого на этом рисунке, видно, что при температурах, близких к абсолютному нулю, удельное сопротивление полупроводников очень велико, т. е. при очень низких температурах полупроводник ведёт себя как диэлектрик. По мере повышения температуры удельное сопротивление полупроводника быстро уменьшается. Какова же причина увеличения электропроводности полупроводника с ростом температуры?

Строение полупроводников

Чтобы понять механизм возникновения проводимости в полупроводниках, необходимо знать строение полупроводниковых кристаллов и природу связей, удерживающих атомы кристалла друг около друга. Для примера рассмотрим кристалл германия.

Нам известно, что кристаллы германия и других полупроводников имеют атомную (ковалентную) кристаллическую решетку. Плоская схема структуры кристалла германия изображена на рисунке 3.44. Четыре валентных электрона каждого атома германия связаны с такими же электронами соседних атомов химическими парноэлектронными (ковалентными) связями. В образовании этой связи от каждого атома участвует по одному валентному электрону, которые отщепляются от атомов (коллективизируются кристаллом) и при своём движении большую часть времени проводят в пространстве между соседними атомами. Их отрицательный заряд удерживает положительные ионы германия друг возле друга. Такого рода связь существует между ядрами (протона-

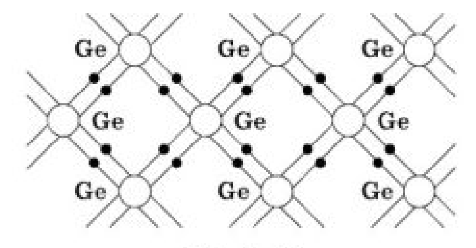


Рис. 3.44

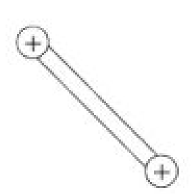


Рис. 3.45

ми) в молекуле водорода. Она условно может быть изображена двумя линиями, соединяющими ядра (рис. 3.45).

Не надо думать, что коллективизированная пара электронов принадлежит лишь двум атомам. Каждый атом образует четыре связи с соседними, а данный валентный электрон может двигаться по любой из них. Дойдя до соседнего атома, он может перейти к следующему, а затем дальше вдоль всего кристалла. Коллективизированные валентные электроны принадлежат всему кристаллу.

Парноэлектронные связи германия достаточно прочны и при низких температурах не разрываются. Поэтому германий при низкой температуре не проводит электрический ток. Участвующие в связи атомов валентные электроны прочно привязаны к кристаллической решетке, и внешнее электрическое поле не оказывает заметного влияния на их движение. Аналогичное строение имеет и кристалл кремния.

Собственная проводимость полупроводников

При нагревании германия энергия валентных электронов увеличивается за счёт энергии тепловых колебаний атомов решетки. При этом энергия некоторых электронов (даже при нагревании до сравнительно невысоких температур) может увеличиться настолько, что связи не выдерживают и рвутся. В результате отдельные электроны покидают свои «проторённые пути» и становятся *свободными*, подобно электронам в металлах. Без внешнего поля эти электроны движутся хаотически. Под действием внешнего электрического поля они перемещаются упорядоченно между узлами кристаллической решётки, образуя электрический ток (рис. 3.46).

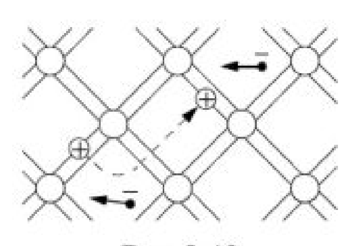


Рис. 3.46

Проводимость полупроводников, обусловленная наличием у них свободных электронов, называется электронной проводимостью. При повышении температуры число разорванных ковалентных связей, а следовательно, и число свободных электронов в кристаллах увеличивается. Это и приводит к уменьшению удельного сопротивления (см. рис. 3.43).

Образование свободного электрона влечёт за собой появление свободного (вакантного) места — электронной дырки — в нарушенной ковалентной связи. В дырке имеется избыточный положительный заряд по сравнению с остальными, нормальными связями (см. рис. 3.46).

Положение дырки в кристалле не является неизменным. Непрерывно происходит следующий процесс. Один из электронов, обеспечивающих связь атомов, перескакивает на место образовавшейся дырки и восстанавливает здесь парноэлектронную связь, а там, откуда перескочил электрон, образуется новая дырка. Эту дырку может занять какой-либо другой электрон. Таким образом, благодаря перемещению электронов связи происходит перемещение дырок по всему кристаллу.

Характер движения дырки в кристалле можно уяснить из следующей аналогии. Пусть один из солдат вышел из шеренги. При этом образовалась «вакансия». Если все стоящие справа солдаты будут последовательно перемещаться на освободившееся место, то всё будет происходить так, как будто свободное место передвигается в сторону, противоположную перемещению солдат.

При отсутствии внешнего поля перемещение дырок, равноценное перемещению зарядов, происходит хаотически и поэтому не создаёт электрического тока. Под действием внешнего электрического поля происходит упорядоченное перемещение дырок в направлении линий напряжённости поля, т. е. в направлении, противоположном перемещению электронов связи. Рассмотренный процесс называется дырочной проводимостью.

Таким образом, в чистых (без примесей) полупроводниках возможна электронная проводимость, обусловленная движением свободных электронов (проводимость *n*-типа[1]), и дырочная, обусловленная движением дырок (проводимость *p*-типа[2]).

---

[1] От лат. negativus — «отрицательный».

[2] От лат. positivus — «положительный».

Такого рода проводимость называют собственной проводимостью полупроводников.

При нарушении ковалентных связей в кристалле одновременно в одинаковом количестве возникают свободные электроны и дырки. В результате теплового движения, с одной стороны, происходит образование пар электрон—дырка, а с другой — их частичное воссоединение (рекомбинация). При данной температуре в единице объёма кристалла число пар в среднем остаётся постоянным.

Проводимость чистых полупроводников (собственная проводимость) осуществляется перемещением свободных электронов (электронная проводимость) и перемещением связанных электронов на вакантные места парноэлектронных связей (дырочная проводимость).

§ 3.16. ПРИМЕСНАЯ ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТЬ ПОЛУПРОВОДНИКОВ

Проводимость полупроводников чрезвычайно сильно зависит от примесей. Именно эта зависимость сделала полупроводники тем, чем они стали в современной технике.

Собственная проводимость полупроводников обычно невелика, так как мало число свободных электронов. Например, в германии при комнатной температуре $n_e = 3 \cdot 10^{13}$ см$^{-3}$. В то же время число атомов германия в 1 см^3 порядка 10^{23}. Таким образом, число свободных электронов составляет примерно одну десятимиллиардную часть от общего числа атомов. Собственная проводимость полупроводников имеет некоторое сходство с проводимостью водных растворов или расплавов электролитов. И в том, и в другом случае возникновение свободных носителей заряда обусловлено тепловым движением. Поэтому и у полупроводников, и у водных растворов или расплавов электролитов наблюдается увеличение проводимости с ростом температуры.

Существенная особенность полупроводников состоит в том, что в них при наличии примесей наряду с собственной проводимостью возникает дополнительная — примесная проводимость. Изменяя концентрацию примеси, можно значительно изменить число носителей заряда того или иного знака. Благодаря этому можно создавать полупроводники с преимущественной концентрацией либо отрицательно,

либо положительно заряженных носителей. Эта способность полупроводников и открывает широкие возможности для их практического применения.

Донорные примеси

Если при выращивании монокристалла германия в расплав добавить небольшое количество мышьяка или сурьмы, то при кристаллизации атомы примеси вытесняют отдельные атомы германия из их мест в кристаллической решётке (рис. 3.47). Мышьяк (и сурьма) имеют по пять валентных электронов. Поэтому атомы примеси, образовав ковалентные связи с четырьмя ближайшими атомами германия и использовав для этого четыре валентных электрона, будут иметь по одному лишнему электрону, слабо связанному с атомным ядром. Вследствие теплового движения практически все лишние электроны атомов примеси оказываются свободными (см. рис. 3.47). При добавлении одной десятимиллионной доли атомов мышьяка концентрация свободных электронов становится равной 10^{16} см$^{-3}$. Это в тысячу раз больше концентрации свободных электронов в чистом полупроводнике.

Примеси, легко отдающие электроны и, следовательно, увеличивающие число свободных электронов, называют **донорными** (отдающими, дарящими) **примесями**. При наличии электрического поля свободные электроны приходят в упорядоченное движение в кристалле полупроводника, и в нём возникает **электронная примесная проводимость**. Полупроводники с такой проводимостью называются **электронными** или **полупроводниками *n*-типа**.

Поскольку в полупроводнике *n*-типа число электронов значительно больше числа дырок, то электроны являются основными носителями заряда, а дырки — **неосновными**.

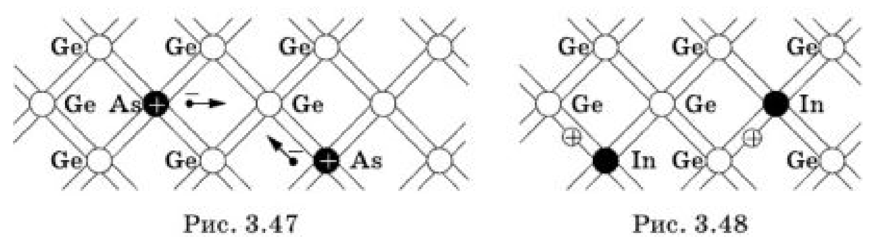


Рис. 3.47   Рис. 3.48

Акцепторные примеси

Если при выращивании монокристалла германия в расплав добавить некоторое количество трёхвалентных атомов, например, индия или галлия, то при образовании кристалла атомы примеси вытеснят из своих мест отдельные атомы германия. При замещении в кристаллической решетке атома германия атомом примеси, имеющим три валентных электрона, три связи атома примеси с атомами германия окажутся заполненными, а одна связь четвёртого атома германия (соседа атома примеси) — незаполненной. Следовательно, в решётке образуется дырка (рис. 3.48). Каждый атом трёхвалентной примеси образует в кристалле полупроводника одну дырку.

Такого рода примеси называются акцепторными (принимающими).

Под действием электрического поля дырки перемещаются в направлении вектора напряжённости поля, и в полупроводнике возникает дырочная примесная проводимость. Полупроводники с преобладанием дырочной проводимости над электронной называются полупроводниками p-типа. В полупроводнике p-типа основными носителями заряда являются дырки, а неосновными — электроны.

Если в полупроводник одновременно вводятся и донорные и акцепторные примеси, то характер проводимости полупроводника (n- или p-тип) определяется примесью с более высокой концентрацией носителей заряда — электронов или дырок.

Донорные примеси отдают лишние валентные электроны: образуется полупроводник n-типа. Акцепторные примеси создают дырки: образуется полупроводник p-типа.

§ 3.17. ЭЛЕКТРОННО-ДЫРОЧНЫЙ ПЕРЕХОД (n—p-ПЕРЕХОД)

Особый практический интерес представляют явления на границе раздела полупроводников с n- и p-проводимостями. При этом образуется так называемый электронно-дырочный (n—p) переход.

При контакте двух полупроводников с различными типами проводимости вследствие теплового движения происходит взаимная диффузия носителей заряда через границу соприкосновения (контакт) полупроводников. Электроны из *n*-области, где они являются основными носителями заряда, переходят в *p*-область, где их концентрация значительно меньше. Точно так же дырки переходят из *p*-области в *n*-область. Поэтому *n*-область вблизи границы раздела оказывается заряженной положительно, а *p*-область — отрицательно (рис. 3.49, *а*); *n*-область приобретает положительный потенциал, и энергия электрона в ней оказывается меньше (так как заряд электрона отрицателен), а потенциал *p*-области сделается отрицательным, и энергия электрона в ней увеличится. Кривая распределения потенциальной энергии электронов $W_э$ имеет вид, показанный на рисунке 3.49, *б* сплошной линией. Напротив, энергия положительных дырок $W_д$ больше в *n*-области и меньше в *p*-области (штриховая кривая на том же рисунке).

В условиях теплового равновесия при отсутствии внешнего электрического напряжения полная сила тока через электронно-дырочный переход равна нулю. Объясняется это следующим образом. Из рисунка 3.49 видно, что контактное электрическое поле *способствует* движению *неосновных* носителей заряда, которые «скатываются» с потенциального уступа. Поэтому все неосновные носители приконтактной области движутся через *n*—*p*-переход и образуют ток $i_н$, направленный от *n*-полупроводника к *p*-полупроводнику. Его сила тока практически не зависит от разности потенциалов между *n*- и *p*-полупроводниками и определяется только количеством неосновных носителей заряда.

Основные же носители (дырки, движущиеся справа налево, и электроны, движущиеся слева направо) образуют ток $i_о$, направленный противоположно, т. е. от *p*-полупроводника к *n*-полупроводнику. На рисунке 3.49, *б* видно, что контактное поле *препятствует* движению *основных* носителей, которые должны преодолеть потенциальный барьер. В состоянии равновесия устанавливается такая высота потенциального барьера (контактная разность потенциалов), при которой полная сила тока

$$i = i_о - i_н = 0.$$

Внешнее электрическое поле изменяет высоту потенциального барьера и нарушает равновесие потоков носите-

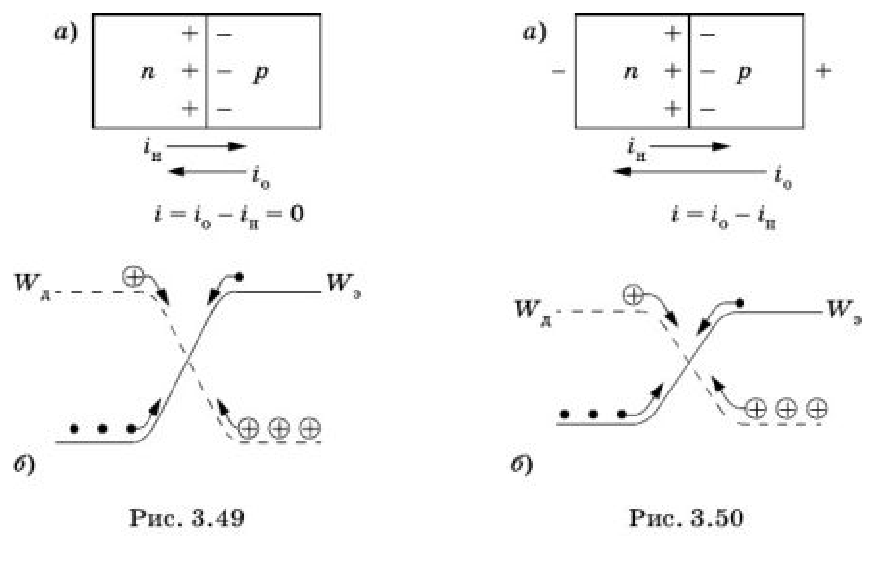


Рис. 3.49

Рис. 3.50

лей тока через барьер. Предположим, что мы приложили к контакту напряжение такого знака, что потенциал *n*-области оказывается отрицательным, а *p*-области — положительным (рис. 3.50, *а*). Тогда энергия электронов в *n*-области увеличится, а в *p*-области уменьшится, а следовательно, высота потенциального барьера станет *меньше* (рис. 3.50, *б*). При этом сила тока неосновных носителей $i_н$, как говорилось выше, не изменится. Сила же тока основных носителей $i_о$ увеличится, так как теперь большее количество электронов сможет преодолеть потенциальный барьер и перейти слева направо, а также большее количество дырок — перейти в противоположном направлении. В результате через контакт будет идти ток $i = i_о - i_н$, направленный от *p*-полупроводника к *n*-полупроводнику; сила тока будет быстро нарастать с увеличением приложенного напряжения. Направление тока, которое возникает в данном случае, называют пропускным, а ток — прямым.

Что будет происходить, если к *n*-области присоединить положительный полюс источника тока, а к *p*-области — отрицательный (рис. 3.51, *а*)? В этом случае высота потенциального барьера *увеличится* и сила тока основных носителей $i_о$ уменьшится. Уже при напряжениях порядка 1 В этот ток практически обратится в нуль, и поэтому через контакт будет течь только ток неосновных носителей, при этом сила тока $i_н$ будет очень мала (рис. 3.51, *б*). Это направление тока называют запирающим, а ток — обратным.

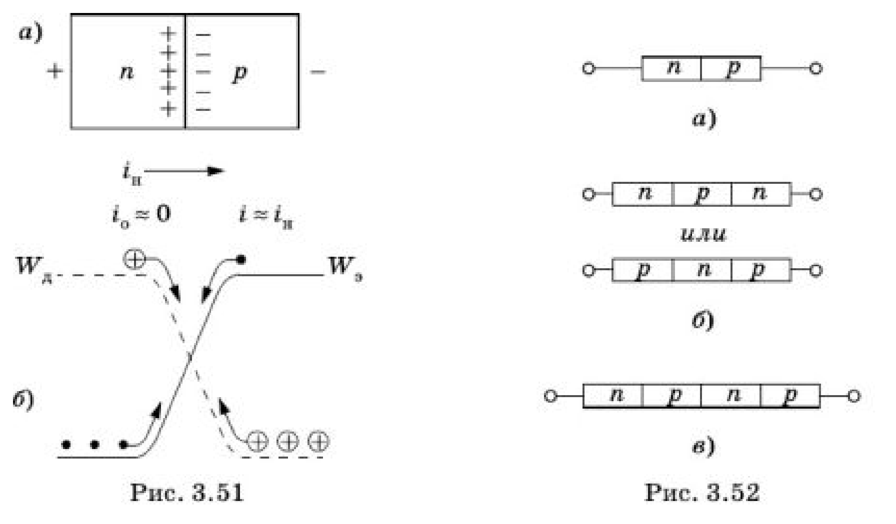


Рис. 3.51

Рис. 3.52

Таким образом, *n*—*p*-переход обладает односторонней проводимостью, аналогично выпрямляющему действию двухэлектродной лампы — вакуумному диоду (см. § 3.12).

Электронно-дырочные переходы полупроводников широко применяются в современных полупроводниковых приборах. Приборы с одним *n*—*p*-переходом называются диодами (рис. 3.52, *а*); с двумя — транзисторами (рис. 3.52, *б*); с тремя — тиристорами (рис. 3.52, *в*).

Электронно-дырочный переход по отношению к току оказывается несимметричным: в прямом направлении сопротивление перехода значительно меньше, чем в обратном.

§ 3.18. ПОЛУПРОВОДНИКОВЫЙ ДИОД

Односторонняя проводимость n—p-перехода нашла широкое применение в приборах, называемых полупроводниковыми диодами, для выпрямления переменного тока. Существует много различных типов диодов. Рассмотрим один из типов полупроводниковых диодов.

Устройство полупроводникового диода

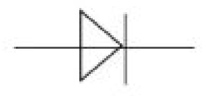


Полупроводниковый диод состоит из монокристаллической пластинки германия *6* (рис. 3.53), обладающей электронной проводимостью за счёт небольшой добавки донорной примеси. Для создания *n*—*p*-перехода не годится про-

стое механическое соединение двух полупроводников с разными типами проводимости, так как при этом между полупроводниками получается большой зазор. Толщина же $n-p$-перехода должна быть не больше межатомных расстояний. Поэтому в одну из поверхностей пластинки германия вплавляют индий. В рассматриваемом диоде (см. рис. 3.53) капля индия *5* вплавлена в верхнюю часть пластинки германия, а нижняя часть пластинки припаяна оловом *7* к металлическому корпусу *4*. В процессе плавления атомы индия диффундируют внутрь германия и образуют поверхностную область с дырочной проводимостью. Остальная часть пластинки, куда атомы индия не проникли, осталась с электронной проводимостью. В результате в пластинке образовались две резко разграниченные области с различными видами проводимости: электронно-дырочный переход.



Рис. 3.53


Рис. 3.54

Герметически закрытый сварной металлический корпус *4*, в который помещена пластинка германия, изолирует её от вредных воздействий атмосферного воздуха и света, обеспечивая устойчивую работу электронно-дырочного перехода. От пластинки сделаны два вывода *3*, причём один из них (верхний) проходит в металлической трубке *1*, изолированной от корпуса стеклом *2*. Металлический корпус выгнут наподобие полей шляпы (радиатор *8*) для лучшего охлаждения, так как с повышением температуры снижаются выпрямляющие свойства полупроводниковых диодов (с возрастанием температуры возрастает концентрация неосновных носителей тока, следовательно, возрастает и обратный ток).

Аналогичное строение имеют и другие диоды. Схематическое изображение полупроводникового диода приведено на рисунке 3.54.

Вольт-амперная характеристика полупроводникового диода

Важной индивидуальной характеристикой диода является его вольт-амперная характеристика.

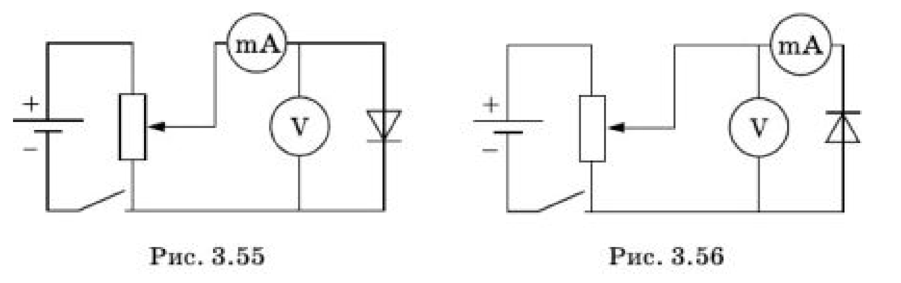


Рис. 3.55

Рис. 3.56

Для снятия вольт-амперной характеристики диода при прямом токе собирают цепь по схеме рисунка 3.55, а при обратном токе — по схеме рисунка 3.56. Схему включения приборов при измерении прямого и обратного токов в диоде приходится изменять потому, что при прямом токе силой тока в вольтметре можно пренебречь, так как сопротивление вольтметра значительно больше сопротивления диода. При обратном токе сопротивление диода соразмерно с сопротивлением вольтметра, поэтому миллиамперметр включается последовательно с диодом. На рисунке 3.57 изображена вольт-амперная характеристика одного из диодов.

Из рисунка видно, что сила тока в проходном направлении с увеличением напряжения растёт очень быстро. В запирающем же направлении сила тока очень мала и почти не изменяется с ростом напряжения[1].

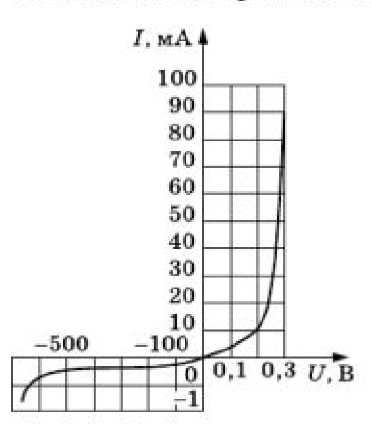


Рис. 3.57

Из вольт-амперной характеристики диода следует, что для него несправедлив закон Ома. Сила тока находится в более сложной зависимости от напряжения (зависимость нелинейная), чем должно быть, согласно закону Ома.

Полупроводниковые диоды изготавливают для выпрямления как слабых, так и очень сильных токов. Первые широко применяют в радиотехнических устройствах — радиоприёмниках, магнитофонах, телевизорах и т. п.

[1] Чтобы кривая обратного тока получилась более выразительной, её пришлось вычерчивать в другом масштабе, чем кривую прямого тока.

Здесь они почти полностью вытеснили вакуумные диоды. Диоды, рассчитанные на сильные токи, используют для выпрямления переменных токов на тяговых подстанциях, питающих электротранспорт, а также в электролитических цехах, где производится электролиз, и т. д.

Свойства p—n-перехода используют для выпрямления переменного тока. На протяжении половины периода, когда потенциал полупроводника p-типа положителен, ток свободно проходит через p—n-переход. В следующую половину периода ток практически равен нулю.

§ 3.19. ТРАНЗИСТОР

Успешное развитие теории твёрдого тела привело к созданию многих полупроводниковых приборов, важное место среди которых занимает транзистор[1], который был изобретён в 1947 г. американскими учеными У. Б. Шокли, У. Браттейном и Дж. Бардином.

Устройство транзистора

Наиболее распространённым типом транзистора является плоскостной триод. Основой для изготовления транзистора, как и полупроводникового диода, служит пластинка монокристалла германия (или кремния), слегка обогащённая донорной примесью, площадью 2—4 мм^2 и толщиной около 100 мкм. На пластинку кристалла германия с двух сторон наносится тончайший слой индия.

После прогревания пластинки в печи на её противоположных сторонах возникают области, обогащённые атомами индия, проникшими в германий при расплавлении. Эти области монокристалла германия становятся полупроводниками p-типа, а на границах соприкосновения их с основным кристаллом возникают два $p—n$-перехода. Средняя область кристалла называется б а з о й транзистора, а две крайние области кристалла, обладающие проводимостью противоположного базе типа, называются к о л л е к т о р о м и э м и т т е р о м. Эмиттер и коллектор транзистора отличаются лишь

[1] От англ. transfer — «переносить» и англ. resistor — «сопротивление».

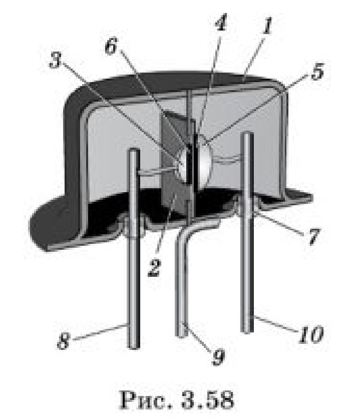


Рис. 3.58

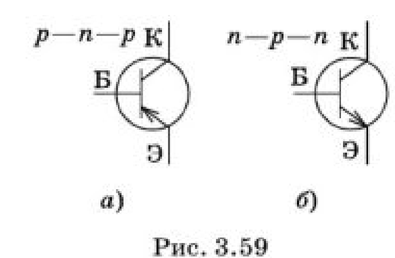


Рис. 3.59

размерами: диаметр коллектора примерно в 2 раза больше диаметра эмиттера.

Устройство *p—n—p*-транзистора сплавного типа показано на рисунке 3.58 (цифрами обозначено: *1* — баллон транзистора, *2* — кристалл *n*-германия (база), *3* — эмиттер, *4* — коллектор, *5* — индиевый электрод, *6* — кристаллодержатель, *7* — стеклянные изоляторы, *8* — вывод эмиттера, *9* — вывод базы, *10* — вывод коллектора).

Транзисторы *n—p—n*-типа имеют аналогичное устройство, только материал базы в них обладает дырочной проводимостью, а коллектор и эмиттер — электронной.

Условное обозначение транзисторов на схеме приведено на рисунке 3.59, *а*, *б*.

Принцип действия транзистора

При использовании транзистора в любой электронной схеме два его электрода должны служить для введения входного сигнала и два — для выведения выходного сигнала. Поскольку транзистор имеет всего три электрода, один из них обязательно используется дважды и оказывается общим для входной и выходной цепи.

Возможны три способа включения транзистора в электрическую цепь: с общей базой, с общим эмиттером и с общим коллектором.

Рассмотрим принцип действия транзистора *p—n—p*-типа, включённого в цепь с общей базой, как схематически показано на рисунке 3.60. В этой схеме переход эмиттер—база включен в пропускном направлении, а переход коллектор—база в запирающем направлении. Между эмиттером и базой включается источник тока *G1* с ЭДС порядка 1—1,5 В,

и к точкам *1*, *2* подводится входное переменное напряжение $U_{вх}$ (сигнал), подлежащее усилению. К выводам от базы и коллектора присоединяется батарея элементов *G2* и нагрузочный резистор R. На этом резисторе получается выходное напряжение $U_{вых}$ — усиленный сигнал.

При создании напряжения между эмиттером и базой, поскольку эмиттерный p—n-переход включён в пропускном направлении, основные носители заряда полупроводника p-типа (эмиттера) — дырки проникают в базу, где они являются уже неосновными носителями. При изготовлении транзистора добиваются того, чтобы концентрация свободных электронов в базе была на 2—3 порядка меньше концентрации дырок в эмиттере. Поэтому встречный поток электронов из базы в эмиттер можно не учитывать.

Поскольку толщина базы очень мала (не больше 10 мкм) и число основных носителей заряда (электронов) в ней невелико, попавшие в неё дырки почти не рекомбинируют с электронами базы и проникают в коллектор за счёт диффузии. Правый (коллекторный) p—n-переход закрыт для основных носителей заряда базы — электронов, но не для дырок. В коллекторе дырки увлекаются электрическим полем, созданным батареей *G2*, и замыкают цепь. Сила тока, ответвляющегося в цепь эмиттера из базы, очень мала, так как площадь сечения базы в горизонтальной (см. рис. 3.60) плоскости много меньше сечения в вертикальной плоскости. Сила тока в цепи эмиттера ($I_э$) практически равна силе тока в цепи коллектора ($I_к$), так как почти все дырки (до 99,9%), попадающие из эмиттера в базу, переходят далее в коллектор. Поэтому при изменении силы тока в цепи эмиттера почти так же (во столько же раз) изменяется сила тока в цепи коллектора. Сопротивление резистора R мало влияет на силу тока в коллекторе, и это сопротивление можно сделать достаточно большим.

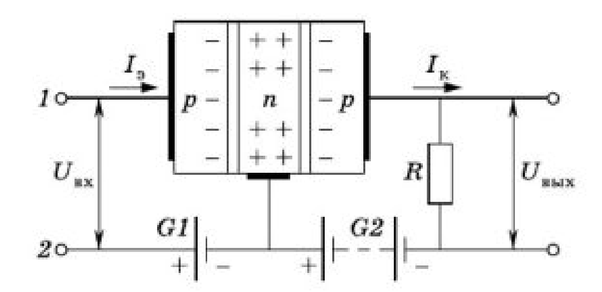


Рис. 3.60

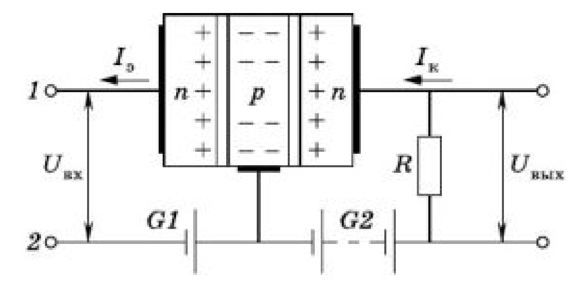


Рис. 3.61

Незначительные колебания входного напряжения $U_{вх}$ вызывают значительные колебания сил токов $I_э$ и $I_к$ и, следовательно, выходного напряжения $U_{вых}$, так как сопротивление R велико. При большом сопротивлении резистора R изменение напряжения на нём может в десятки тысяч раз превышать изменение входного напряжения. Это и означает усиление напряжения. Одновременно и мощность, выделяющаяся на нагрузке R, будет значительно превышать мощность, расходуемую в цепи эмиттера. Происходит усиление мощности.

Работа транзистора *n*—*p*—*n*-типа отличается от работы транзистора *p*—*n*—*p*-типа лишь тем, что электрический ток в этом случае обусловлен движением электронов (а не дырок). Эмиттер поставляет электроны в область базы, откуда они уходят в коллектор. Поскольку меняется знак носителей тока, меняются и полярности питающих источников тока (рис. 3.61).

Применение транзисторов

Транзисторы получили широкое распространение в современной технике. Их используют для усиления и генерации электрических колебаний. (Об этом будет рассказано в дальнейшем.) Они применяются во многих электрических цепях научной, промышленной и бытовой аппаратуры. Портативные радиоприемники, использующие такие приборы, в обиходе тоже получили название «транзисторы». Диоды и транзисторы, а также так называемые интегральные схемы, созданные на их основе, определяют уровень электроники, микроэлектроники, вычислительной техники. Полупроводниковые интегральные микросхемы — это монолитные функциональные узлы, все элементы которых изготавливаются в едином технологическом процессе. Именно благодаря

применению интегральных микросхем удалось достигнуть значительных успехов в миниатюризации многих радиотехнических устройств. Эти схемы широко применяются в современных электронно-вычислительных машинах и микропроцессорах.

Полупроводниковые приборы (диоды и транзисторы) обладают рядом преимуществ по сравнению с радиолампами: у них нет накаливаемого катода и поэтому они потребляют меньшую мощность; имеют высокий КПД — до 50% (в то время как у вакуумных ламп он меньше 1%); низкие напряжения питания, малые размеры.

В этих приборах не требуется создания вакуума, как в электронных лампах, поэтому надёжность и срок службы у них гораздо больше. Полупроводниковые приборы безынерционны, т. е. не требуют времени для разогрева, как электронные лампы, а начинают работать мгновенно после включения.

Серьёзным недостатком полупроводниковых приборов является их большая чувствительность к повышению температуры, поэтому нельзя допускать их электрической перегрузки; они требуют также большой осторожности при монтаже.

Свойства p—n-перехода в полупроводниках используются для усиления и генерации электрических колебаний.

§ 3.20. ТЕРМИСТОРЫ И ФОТОРЕЗИСТОРЫ

Полупроводниковые диоды и транзисторы не исчерпывают все возможности полупроводников. Познакомимся еще с двумя типами полупроводниковых приборов.

Полупроводниковые приборы, о которых пойдёт речь в этом параграфе, имеют значительно более простую конструкцию, чем диоды и транзисторы. Они представляют собой всего-навсего небольшие кристаллики полупроводника с контактами. Однако, благодаря замечательным свойствам полупроводников, даже эти простейшие приборы способны решать множество трудных, важных и интересных задач в самых разных областях науки и техники. Мы ограничимся рассмотрением лишь двух приборов — термистора и фоторезистора.

Термисторы



Электрическое сопротивление полупроводников зависит от температуры (см. § 3.15). Если эта зависимость для того или иного полупроводника известна (экспериментально исследована), то по изменению сопротивления полупроводника можно судить об изменении температуры.

Такие полупроводниковые приборы и называют **терморезисторами** или сокращенно **термисторами**.

Выпускаются термисторы в виде стержней, трубок, дисков, шайб и бусинок размером от нескольких микрометров до нескольких сантиметров.

Термисторы имеют много интересных «профессий». Их используют для измерения и регулирования температуры в диапазоне от 1 К до 1800 К (температура расплавленной стали), для температурной стабилизации различных элементов электротехнической и радиоэлектронной аппаратуры. Их применяют для противопожарной сигнализации, для контроля тепловых режимов машин и механизмов, контроля температуры тяжелобольных в реанимационных палатах, дистанционного наблюдения за состоянием здоровья редких и ценных животных, для изучения излучения Солнца и звёзд. Терморезисторы используются так же, как бесконтактные переменные резисторы, реле времени, автоматические потенциометры, предохранители и т. д.

Рассмотрим более подробно использование термистора в качестве бесконтактного переменного резистора.

В обычном переменном резисторе, применяемом в радиоприемниках и другой радиотехнической аппаратуре, металлический контакт перемещается по токопроводящему слою и постепенно стирает его. Резистор выходит из строя. А ведь в радиоприёмнике мы поворачиваем ручку переменного резистора всего лишь несколько раз в день.

Между тем существуют схемы (например, схемы автоматического регулирования), в которых необходимо изменять сопротивление несколько раз в минуту. Обычный переменный резистор с этой задачей не справится.

Незаменимыми в таких случаях оказываются так называемые термисторы с косвенным подогревом. Такой прибор представляет собой термистор, вблизи которого располагается миниатюрная подогревная обмотка. При пропускании по этой обмотке тока она нагревается, нагревает термистор, поэтому его сопротивление изменяется.

Сопротивление обмотки подогревателя составляет обычно несколько десятков ом, сила тока подогрева — 20—40 мА.

Так что мощность, необходимая для управления сопротивлением термистора, невелика — порядка десятых или даже сотых долей ватта. Миниатюрные размеры термистора и подогревной обмотки позволяют сконструировать термисторы с косвенным подогревом, обладающие малой тепловой инерцией: при изменении силы тока в обмотке подогревателя новое значение сопротивления устанавливается уже через 5—20 с.

Важным преимуществом термисторов с косвенным подогревом перед обычными потенциометрами является возможность очень легко регулировать сопротивление дистанционно, на любом расстоянии от управляемого объекта или схемы.

Очень эффективным оказывается использование термисторов с косвенным подогревом для измерения скорости движения жидкостей или газов. Принцип измерения основан на том, что при неизменной силе тока в подогревной обмотке температура термистора будет тем меньше (а сопротивление, соответственно, тем больше), чем быстрее обтекается термистор потоком воздуха или жидкости, в которую термистор погружён. Такими приборами можно измерить и очень малые скорости потоков жидкостей и газов, вплоть до 1 мм/с.

Полупроводниковые болометры

Интересной и важной разновидностью термисторов являются *полупроводниковые болометры*[1], предназначенные для измерения энергии очень слабого теплового излучения. Источником такого излучения может быть свет звёзд или Солнца, прошедший через спектрометр и разложенный на тысячи спектральных линий, энергия в каждой из которых очень мала.

Рабочий элемент болометра представляет собой очень тонкую, от долей микрометра до нескольких микрометров, плёнку полупроводникового материала, нанесённую на стеклянную или кварцевую подложку.

Полупроводниковые болометры дают возможность регистрировать изменение температуры чувствительного элемента на десятимиллионные доли кельвина. Благодаря этому болометры позволяют обнаружить излучение, мощность которого составляет 10^{-9} Вт.

---

[1] От греч. bolē — «луч» и греч. metron — «мера».

Фоторезисторы



Электрическая проводимость полупроводников повышается не только при нагревании, но и при освещении.

В этом можно убедиться с помощью установки, схема которой изображена на рисунке 3.62, *а*. Можно заметить, что при освещении полупроводника (рис. 3.62, *б*) сила тока в цепи заметно возрастает. Это указывает на увеличение проводимости полупроводника под действием света. Данный эффект не связан с нагреванием, так как может наблюдаться и при неизменной температуре.

Электрическая проводимость полупроводника возрастает вследствие разрыва ковалентных связей и образования свободных электронов и дырок за счёт энергии света, падающего на полупроводник. Это явление называется **фотопроводимостью**.

Полупроводниковые резисторы, сопротивление которых меняется под действием света, называются **фоторезисторами** или **фотосопротивлениями**. Они отличаются друг от друга формой, размерами, материалом, назначением. Миниатюрность и высокая чувствительность фоторезисторов позволяет использовать их в самых различных областях науки и техники для регистрации и измерения слабых световых потоков.

Имеются фоторезисторы, которые способны реагировать не только на видимое излучение, но и невидимое инфракрасное (тепловое) излучение.

Способность фоторезисторов реагировать на тепловое излучение позволяет использовать их для измерения температуры расплавленной стали и чугуна в металлургической промышленности, раскалённой массы материала в керамической, цементной и многих других отраслях промышленности. Приборы, служащие для измерения температуры нагретых тел по интенсивности и спектральному составу

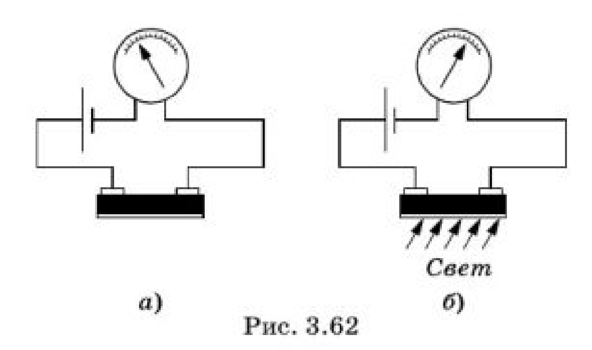


Рис. 3.62

теплового излучения, называются **пирометрами**. Пирометры, в которых использованы фоторезисторы, по сравнению с обычными оптическими приборами, способны измерять температуры, приблизительно в 10 раз более низкие.

Фоторезисторы широко используются в системах автоматической охраны территорий и помещений. Световой луч, проходящий по периметру охраняемой территории, падает на фоторезистор. При пересечении луча сопротивление фоторезистора резко возрастает, и на вход исполнительной системы поступает импульс, вырабатывающий сигнал тревоги. Чтобы обеспечить скрытность охранной системы, применяется инфракрасное излучение. На этом же принципе работает автоматический сторож в метро.

Изменение сопротивления фоторезисторов при пересечении подсвечивающего светового потока используется в многочисленных счётчиках изделий на конвейерах, в частотомерах, в защитных устройствах, ограждающих травмоопасные зоны станков и механизмов.

Терморезисторы измеряют температуру. Фоторезисторы регистрируют и измеряют слабые световые потоки.

§ 3.21. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

При решении задач на материал этой главы к формулам, которыми мы пользовались в предыдущих двух главах, необходимо добавить закон электролиза в форме (3.5.6) или (3.5.8). Кроме того, надо чётко представлять себе природу электрического тока в различных средах.

Задача 1

Металлический прямоугольный параллелепипед (брусок), рёбра которого имеют длину d, b, c ($d \gg c$; $b \gg c$), движется с ускорением $\vec{a}$ в направлении, параллельном меньшему ребру (рис. 3.63). Найдите напряжённость электрического поля, возникающего вследствие ускоренного движения металлического бруска, а также поверхностную плотность электрических зарядов на боковых гранях бруска, перпендикулярных направлению ускорения.

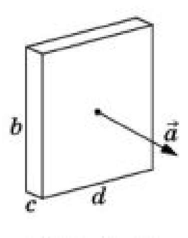


Рис. 3.63

Решение. При ускоренном движении бруска свободные электроны «отстают» и накапливаются на задней его грани. В результате задняя грань заряжается отрицательно, а передняя — положительно, и между этими гранями внутри бруска возникает электрическое поле.

Перераспределение свободных электронов внутри бруска закончится тогда, когда возникшее электрическое поле будет в состоянии сообщать электронам ускорение $\vec{a}$. Напряжённость $\vec{E}$ поля внутри бруска при этом достигнет максимального значения.

Согласно второму закону Ньютона

$$m\vec{a} = -e\vec{E},$$

где m и e — масса и заряд электрона. Отсюда

$$\vec{E} = -\frac{m}{e}\vec{a},$$

или

$$E = \frac{m}{e}a.$$

Поверхностную плотность электрических зарядов на передней и задней гранях найдём из формулы напряжённости поля между обкладками плоского конденсатора

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}.$$

Отсюда

$$\sigma = \varepsilon_0 E = \varepsilon_0 \frac{m}{e} a.$$

Задача 2

В электролитической ванне происходит покрытие детали никелем. Зная напряжение U между электродами, удельное сопротивление раствора электролита ρ, расстояние l между электродами, найдите скорость покрытия (т. е. скорость увеличения толщины h слоя никеля). Электрохимический эквивалент никеля k, плотность никеля — $\rho_н$.

Решение. Согласно закону электролиза

$$m = kI\Delta t. \qquad (3.21.1)$$

Масса никеля, выделившегося при электролизе,

$$m = \rho_н Sh, \qquad (3.21.2)$$

где S — площадь поверхности покрываемой никелем детали.

Сила тока в растворе электролита, согласно закону Ома,

$$I = \frac{U}{R},$$

где $R = \rho\frac{l}{S}$. Отсюда

$$I = \frac{US}{\rho l}. \qquad (3.21.3)$$

Подставляя выражение для массы (3.21.2) и силы тока (3.21.3) в соотношение (3.21.1), получим:

$$\rho_н Sh = k\frac{US}{\rho l}\Delta t.$$

Отсюда

$$\frac{h}{\Delta t} = \frac{kU}{\rho l \rho_н}.$$

Задача 3

К источнику высокого напряжения через резистор сопротивлением $R = 10^3$ Ом подключён конденсатор ёмкостью $C = 10^{-11}$ Ф с расстоянием между пластинами $d = 3$ мм (рис. 3.64). Воздух в пространстве между пластинами конденсатора ионизуется рентгеновскими лучами так, что в 1 см^3 ежесекундно образуется $n = 10^4$ пар ионов. Заряд каждого иона равен по модулю заряду электрона. Найдите падение напряжения на резисторе R, считая, что все ионы достигают пластин конденсатора, не успевая рекомбинировать.

Решение. По закону Ома искомое падение напряжения $U = IR$, где I — сила тока в цепи. Ток одинаков во всех сечениях внутри конденсатора. На положительную пластину этот ток обусловлен только отрицательными ионами, а на отрицательную — только положительными. Через произвольное сечение внутри конденсатора проходит некоторая доля как положительных, так и отрицательных ионов.

Сила тока $I = enSd$, где e — заряд электрона, а S — площадь пластин. Из формулы для ёмкости плоского конденсатора

$$C = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$$

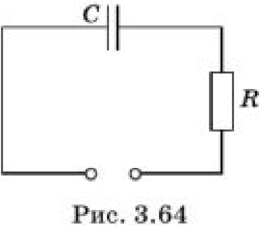


Рис. 3.64

находим:

$$Sd = \frac{Cd^2}{\varepsilon_0}.$$

Следовательно,

$$U = \frac{enCd^2}{\varepsilon_0} R \approx 1{,}6 \cdot 10^{-11}\ \text{В}.$$

Задача 4

Вычислите чувствительность электронно-лучевой трубки к напряжению, т. е. значение отклонения пятна на экране, вызванного разностью потенциалов на управляющих пластинах в 1 В. Длина управляющих пластин l, расстояние между ними d, расстояние от конца пластин до экрана L и ускоряющая разность потенциалов U_0.

Решение. На рисунке 3.65 схематически изображены управляющие пластины A и B трубки, экран MN и траектория электрона OC. Начало системы координат находится в точке O.

При движении между пластинами в направлении оси Y электрон находится под действием силы $F = e\frac{U}{d}$, где U — разность потенциалов между пластинами A и B. Эта сила сообщает электрону ускорение $a = \frac{F}{m} = \frac{eU}{md}$. Здесь m — масса электрона.

Расстояние l вдоль оси X электрон проходит за время $t_1 = \frac{l}{v_x}$; v_x — проекция скорости электрона на ось X, опреде-

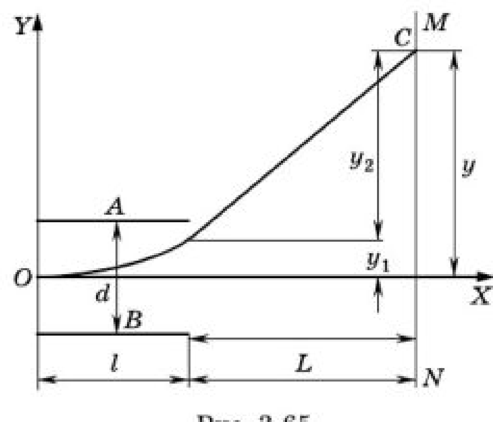


Рис. 3.65

ляемая из условия $\frac{mv_x^2}{2} = eU_0$. За время t_1 электрон отклоняется в направлении оси Y на величину

$$y_1 = \frac{at_1^2}{2} = \frac{eUl^2}{2dmv_x^2}.$$

Движение электрона вне пластин происходит с постоянной скоростью в течение времени $t_2 = \frac{L}{v_x}$.

Проекция скорости на ось Y равна $v_y = at_1$. Отклонение в области вне пластин

$$y_2 = v_y t_2 = \frac{eUlL}{dmv_x^2}.$$

Полное отклонение

$$y = y_1 + y_2 = \frac{eUl}{dmv_x^2}\left(\frac{l}{2} + L\right) \approx \frac{eUlL}{dmv_x^2} = \frac{UlL}{2U_0 d}.$$

Чувствительность

$$\frac{y}{U} = \frac{lL}{2U_0 d}.$$

Задача 5

Концентрация электронов проводимости в германии при комнатной температуре $n_e = 3 \cdot 10^{19}$ м$^{-3}$. Какую часть это число составляет от общего числа атомов? Плотность германия $\rho = 5400$ кг/м^3, молярная масса германия $M = 0{,}073$ кг/моль. Во сколько раз увеличится концентрация электронов проводимости при введении в германий примеси мышьяка, составляющей по массе $p = 10^{-5}\%$? Молярные массы мышьяка и германия считать одинаковыми.

Решение. Число атомов германия определяется по формуле

$$N = \frac{m}{M} N_A.$$

Следовательно, концентрация атомов германия

$$n = \frac{N}{V} = \frac{\rho}{M} N_A.$$

Отношение концентраций

$$\frac{n_e}{n} = \frac{n_e M}{\rho N_A} = 6{,}7 \cdot 10^{-10}.$$

Концентрация электронов проводимости примеси мышьяка

$$n_{As} = \frac{p\rho}{M} N_A,$$

а общая концентрация электронов проводимости

$$n_1 = n_{As} + n_e.$$

Отсюда

$$\frac{n_1}{n_e} = \frac{p\rho N_A}{M n_e} + 1 \approx 150.$$

Концентрация электронов проводимости возросла в 150 раз.

Упражнение 7

1. Сплошной металлический цилиндр радиусом R вращается с постоянной угловой скоростью ω. Найдите зависимость напряжённости возникающего поля от расстояния r до оси цилиндра и разность потенциалов между поверхностью цилиндра и осью.

2. С какой частотой n следует вращать металлический диск радиусом $R = 25$ м (рис. 3.66), чтобы можно было обнаружить разность потенциалов между осью и краем диска, возникшую при его вращении? Чувствительность гальванометра $U = 10^{-5}$ В/дел. Отношение заряда электрона к его массе $\frac{e}{m} = 1{,}76 \cdot 10^{11}$ Кл/кг.

3. Один полюс источника тока к электрической лампочке присоединили медным проводом, а другой полюс — алюминиевым проводом; диаметры проводов одинаковые. Сравните скорости упорядоченного движения электронов в подводящих проводах, считая, что на каждый атом приходится один электрон проводимости. Плотности алюминия и меди соответственно равны $2{,}7 \cdot 10^3$ кг/м^3 и $8{,}9 \cdot 10^3$ кг/м^3, их относительные атомные массы 27 и 64.

4. При электролизе раствора серной кислоты за время $t = 50$ мин выделился водород массой $m = 3 \cdot 10^{-4}$ кг. Определите количество теплоты, выделившееся при этом в растворе электролита, если его сопротивление $R = 0{,}4$ Ом, а электрохимический эквивалент водорода $k = 10^{-8}$ кг/Кл.

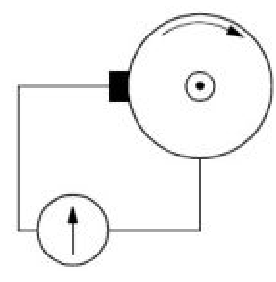


Рис. 3.66

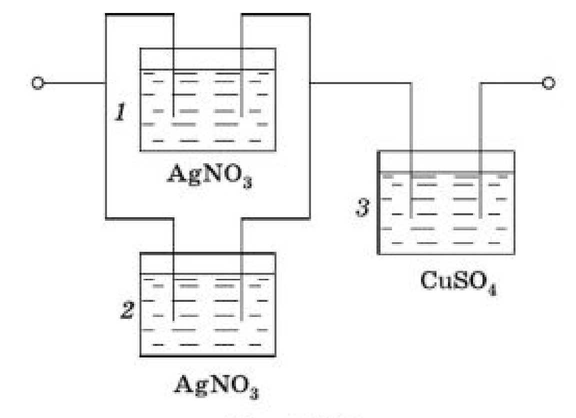


Рис. 3.67

5. Три электролитические ванны соединены так, как показано на рисунке 3.67. В двух из них имеется раствор $AgNO_3$, а в третьей — раствор $CuSO_4$. Сколько серебра выделилось в первой ванне, если во второй выделилось $m_2 = 60{,}4$ мг серебра, а в третьей — $m_3 = 41{,}5$ мг меди? Электрохимический эквивалент серебра $k_с = 1{,}118$ мг/Кл, меди — $k_м = 0{,}329$ мг/Кл.

6. Чему равна масса серебра, выделившегося за 1 ч при электролизе раствора $AgNO_3$? Сопротивление раствора электролита 1,2 Ом, напряжение на зажимах ванны 1,5 В, а электродвижущая сила поляризации 0,8 В.

7. При электролизе положительные и отрицательные ионы непрерывно нейтрализуются на соответствующих электродах. Почему концентрация ионов в растворах электролитов поддерживается на постоянном уровне? В каких участках раствора происходит пополнение убыли ионов?

8. Полная плотность тока в растворах электролитов определяется как сумма плотностей двух токов — плотности тока положительных ионов и плотности тока отрицательных ионов:

$$j = e(n_+v_+ + n_-v_-),$$

где e — модуль заряда иона, n и v с соответствующими индексами — концентрации и скорости положительных и отрицательных ионов. Почему же масса вещества, выделившегося, к примеру, на катоде, считается пропорциональной полной плотности тока, а не плотности тока en_+v_+?

9. При никелировании детали в течение 2 ч на ней отложился слой никеля толщиной $d = 0{,}03$ мм. Электрохимический эквивалент никеля $k = 3 \cdot 10^{-7}$ кг/Кл. Плотность никеля $\rho = 8{,}9 \cdot 10^3$ кг/м^3. Определите плотность тока при электролизе.

10. При электролизе за 20 мин при силе тока 2,5 А на катоде выделилось 1017 мг двухвалентного металла. Какова его относительная атомная масса?

11. Сколько пар ионов возникает ежесекундно под действием ионизатора в 1 см^3 газоразрядной трубки, в которой течёт ток насыщения $4 \cdot 10^{-8}$ мА? Площадь каждого плоского электрода равна 1 дм^2, а расстояние между ними 5 мм. Считать, что заряд каждого иона равен заряду электрона.

12. При какой напряжённости поля начнется самостоятельный разряд в воздухе, если энергия ионизации молекул равна $2{,}4 \cdot 10^{-18}$ Дж, а средняя длина свободного пробега 4 мкм? Какова скорость электронов при столкновении с молекулой?

13. К электростатической машине подключены соединённые параллельно лейденская банка и разрядник. Сила тока электростатической машины $I = 10^{-5}$ А. Ёмкость лейденской банки $C = 10^{-8}$ Ф. Чтобы произошёл искровой разряд, машина должна работать $t = 30$ с. Длительность разряда $\tau = 10^{-6}$ с. Определите среднюю силу разрядного тока $I_р$ и напряжение зажигания искрового разряда $U_з$[1].

14. Что произойдёт с горящей электрической дугой, если сильно охладить «отрицательный» уголь; «положительный» уголь?

15. Между нитью накала, испускающей электроны, и проводящим кольцом создана разность потенциалов U (рис. 3.68). Электроны движутся ускоренно вдоль оси кольца. При этом их кинетическая энергия увеличивается, в то время как батарея, создающая разность потенциа-

Рис. 3.68

[1] Напряжением зажигания $U_з$ называется напряжение, при котором начинается самостоятельный разряд в газах.

лов U, не совершает работы, так как ток в цепи не идёт. (Предполагается, что электроны не попадают на кольцо.) Как это согласовать с законом сохранения энергии?

16. Три одинаковых диода, анодные характеристики которых могут быть приближённо представлены отрезками прямых:

$$I_a = 0 \text{ при } U_a \leqslant 0, I_a = kU_a \text{ при } U_a > 0,$$

где $k = 0{,}12$ мА/В, включены в цепь, как показано на рисунке 3.69.

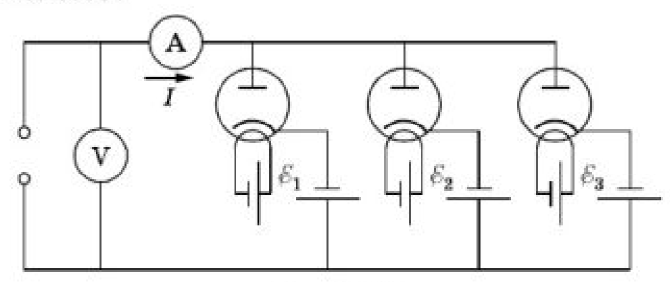


Рис. 3.69

Начертите график зависимости силы тока I в цепи от напряжения U, если $\mathscr{E}_1 = 2$ В, $\mathscr{E}_2 = 5$ В, $\mathscr{E}_3 = 7$ В, а U может меняться от -10 до $+10$ В.

17. Триод прямого накала включён в цепь (рис. 3.70). ЭДС анодной батареи $\mathscr{E}_1 = 80$ В, батареи накала $\mathscr{E}_2 = 6$ В и сеточной батареи $\mathscr{E}_3 = 2$ В. С какими энергиями электроны будут достигать анода лампы? Как изменится энергия электронов, достигающих анода, если ЭДС $\mathscr{E}_3$ будет изменяться по модулю или даже переменит знак? Анодный ток считать малым по сравнению с током накала.

18. В электронно-лучевой трубке поток электронов с кинетической энергией $W_k = 1{,}28 \cdot 10^{-15}$ Дж движется между вертикально отклоняющими пластинами плоского конденсатора длиной $l = 4$ см. Расстояние между пластинами $d = 2$ см, а разность потенциалов между ними $U = 3{,}2$ кВ. Найдите вертикальное смещение y электронного пучка на выходе из пространства между пластинами.

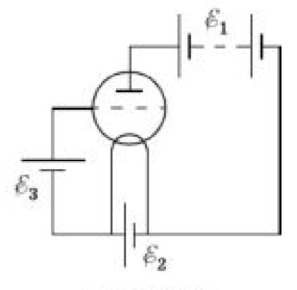


Рис. 3.70

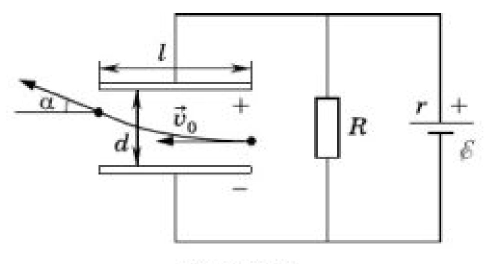


Рис. 3.71

19. Пучок электронов, ускоренных в поле с разностью потенциалов U = 300 В, влетает в плоский конденсатор параллельно его пластинам; пластины расположены горизонтально. Найдите разность потенциалов U_1, приложенную к пластинам конденсатора, если пучок смещается на экране на расстояние h = 3,6 см. Длина пластин конденсатора l = 4 см, расстояние от конца конденсатора до экрана l_1 = 10 см, расстояние между пластинами конденсатора d = 1,2 см.

20. Пучок электронов влетает в конденсатор параллельно его пластинам со скоростью $\vec{v}$. Конденсатор включён в цепь, как показано на рисунке 3.71. ЭДС источника тока $\mathcal{E}$, его внутреннее сопротивление r, длина пластин конденсатора l и расстояние между ними d считаются известными величинами. Резистор какого сопротивления R надо подсоединить параллельно конденсатору, чтобы пучок электронов вылетел из него под углом α к пластинам?

21. Сколько процентов (по массе) индия необходимо ввести в германий, чтобы концентрация дырок была n_{In} = $= 10^{22}$ м$^{-3}$? Концентрацию собственных свободных носителей заряда в германии считать пренебрежимо малой. Молярная масса индия M_{In} = 0,115 кг/моль. Плотность германия ρ_{Ge} = 5400 кг/м^3.

22. Получится ли p—n-переход, если вплавить олово в германий или кремний?

23. Какая часть вольт-амперной характеристики германиевого диода (рис 3.72) отражает зависимость силы тока от напряжения в пропускном направлении? Какая — в запирающем направлении? Найдите внутреннее сопротивление диода при прямом напряжении 0,4 В и при обратном напряжении 400 В.

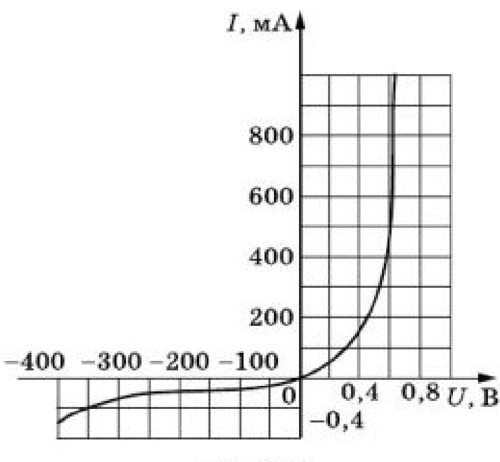


Рис. 3.72

---

1. Сравните описание электролитической диссоциации в учебниках по химии и физике. По каким критериям вы будете проводить сравнительный анализ?
2. Напишите эссе «Эмиссия электронов и денег».
3. Подготовьте фотоальбом «Самостоятельный и несамостоятельный разряды».
4. Подготовьте сравнительную таблицу «Типы самостоятельного разряда». По каким критериям вы структурируете блоки таблицы?
5. Подготовьте презентацию «Практическое применение плазмы».
6. Соберите фото или видеоколлекцию, демонстрирующую различное применение вакуумных диодов.
7. Напишите эссе «Движущая сила развития техники и технологий: от электрической лампочки до *n*-электродной электронной лампы».
8. Примите участие в проекте «Создание виртуального музея приборов, сконструированных на основе электронно-лучевой трубки, полупроводниковых диодов, транзисторов, термисторов и фоторезисторов».
9. Подготовьте дискуссию «От полупроводниковых технологий к нанотехнологиям: один шаг или пропасть».
10. Подготовьте доклад «Кремниевая долина и Сколково: география, интеллектуальный потенциал (люди), технологии».
11. Соберите фото или видеоколлекцию «Компьютерная история в России».

Глава 4

МАГНИТНОЕ ПОЛЕ ТОКОВ

Неподвижные электрические заряды создают вокруг себя электрическое поле. Движущиеся заряды создают, кроме того, магнитное поле. Его мы и начнём изучать.

§ 4.1. МАГНИТНЫЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Природа магнетизма была выяснена после того, как научились получать электрический ток.

Взаимодействие магнитов

Трудно найти человека, которого бы в детстве не поражали удивительные свойства магнита. На значительном расстоянии через пустоту (не воздух же ему помогает!) магнит способен притягивать тяжёлые куски железа. Из гвоздиков и скрепок легко соорудить целые гирлянды. Не менее удивительно поведение магнитной стрелки компаса, упорно стремящейся повернуться на север, как бы вы ни вращали компас, стремясь сбить его с толку.

Притяжение магнитов напоминает притяжение на расстоянии наэлектризованных тел. Недаром на протяжении многих веков их путали. Лишь английскому учёному У. Гильберту (1544—1603) в конце XVI в. удалось доказать, что это не одно и то же. В самом деле: магнит не нуждается в таких предварительных операциях, как натирание, для того чтобы притягивать. И эта способность не исчезает с течением времени, как у наэлектризованных тел, если только его не нагревать очень сильно и не трясти.

Магниты могут как притягиваться, так и отталкиваться, подобно зарядам. Но вот что странно! Отделить северный полюс магнита от южного, получить изолированный магнитный полюс никому не удалось, несмотря на то что на это было затрачено немало усилий.

Как и в случае электрического притяжения, научные исследования магнитного взаимодействия длительное время не проводились. Чего, например, стоило удивительное мнение, что действие магнита прекратится, если натереть его чесноком. Лишь начиная с Гильберта исследование магнитов было поставлено на строгую научную основу. Именно Гильберт первым догадался, что земной шар является громадным магнитом и поэтому магнитная стрелка ориентируется определённым образом. Гильберт сумел подтвердить свою догадку экспериментально, намагнитив большой железный шар (он назвал его «терелла» — маленькая Земля) и наблюдая его действие на стрелку. Положение небольших магнитов по отношению к терелле Гильберт изобразил на рисунке в книге «О магните» (рис. 4.1).

Количественно взаимодействие магнитов изучал Ш. Кулон, используя тот же метод крутильных весов, что и при изучении взаимодействия зарядов. Кулон установил закон взаимодействия полюсов длинных магнитов, рассматривая полюса как места сосредоточения магнитных зарядов — аналогов зарядов электрических. Закон этот оказался таким же, как и закон взаимодействия электрических зарядов. Невозможность разделить северный и южный полюса магнита Кулон объяснял неспособностью магнитных зарядов внутри молекул вещества свободно переходить из одной молекулы в другую.

Можно было думать (Кулон именно так считал), что здесь мы имеем дело с таким же фундаментальным законом, как и в случае взаимодействия неподвижных электрических зарядов. Введя новую величину — магнитный заряд, Кулон решил, что открытие закона взаимодействия магнитных зарядов исчерпывает проблему магнетизма. Никаких видимых оснований сомневаться в этом не было. Действовал Кулон по готовому «шаблону» — закону Ньютона для взаимодействия гравитацион-

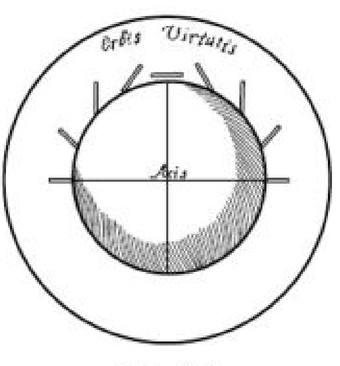


Рис. 4.1

ных масс. Если этот «шаблон» в одном случае привёл к открытию нового фундаментального закона, то в другом это тоже должно было произойти.

Открытие Эрстеда



В действительности всё оказалось гораздо сложнее. Разгадка магнетизма пришла совсем с другой стороны. Это случилось после того, как научились получать электрический ток. (Об электрическом токе было уже рассказано в главе 2.)

Самое важное открытие было сделано датским физиком Х. Эрстедом (1777—1851) в 1820 г. Расположив магнитную стрелку параллельно проводу (рис. 4.2), Эрстед обнаружил, что при замыкании цепи она поворачивается.

Это открытие не было случайным. Ещё в 1807 г. Эрстед поставил себе целью изучить, оказывает ли электричество какое-либо воздействие на магнит. «Настойчивость, с которой он... стремился к своей цели, была вознаграждена открытием нового факта, существование которого никто, кроме него, даже отдалённо не мог предполагать, но который, став известным, не замедлил привлечь внимание всех, могущих оценить его важность и значение» (М. Фарадей).

Между случайно открытой пастухами в далёком прошлом удивительной способностью кусков магнитного железняка притягиваться на расстоянии и подрагиванием лягушачьей лапки в опытах Гальвани была найдена прямая связь. Магнетизм и электричество обнаружили глубокое родство, и это было доказано прямым опытом. Выяснилось, что только к покоящимся зарядам магнитная стрелка оставалась совершенно равнодушной. Движущиеся же заряды оказались способными пробудить в ней «родственные эмоции». Магнетизм связан не со статическим электричеством, а с электрическим током.

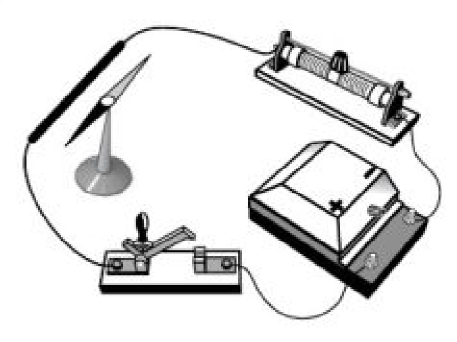


Рис. 4.2

Магнитное взаимодействие есть взаимодействие электрических токов

Открытие Эрстеда почти тотчас же позволило решить загадку магнетизма и одновременно найти ещё один — наряду с кулоновским — фундаментальный тип взаимодействия электрических зарядов. Всё это сделал один человек — А. М. Ампер — буквально в несколько месяцев сразу же после знакомства с опытом Эрстеда. Интересен ход мысли этого гениального человека, запечатлённый в его сообщениях, которые следовали одно за другим во Французской академии наук. Сначала под непосредственным впечатлением от поворачивающейся вблизи тока магнитной стрелки Ампер предположил, что магнетизм Земли вызван токами, обтекающими Землю в направлении с запада на восток. Главный шаг был сделан. Магнитные свойства тела можно объяснить циркулирующими внутри него токами. Далее Ампер пришёл к общему заключению: *магнитные свойства любого тела определяются замкнутыми электрическими токами внутри него.* Этот решающий шаг от возможности объяснения магнитных свойств токами к категорическому утверждению, что магнитное взаимодействие — это взаимодействие токов, — свидетельство большой научной смелости Ампера.

Согласно гипотезе Ампера внутри молекул, слагающих вещество, циркулируют элементарные электрические токи. Если эти токи расположены хаотически по отношению друг к другу, то их действие взаимно компенсируется и никаких магнитных свойств тело не обнаруживает (рис. 4.3, *а*). В намагниченном состоянии элементарные токи в теле ориенти-

---



Ампер Андре Мари (1775—1836) — великий французский физик и математик, один из основоположников электродинамики. Ампер ввёл в физику понятие «электрический ток» и построил первую теорию магнетизма, основанную на гипотезе молекулярных токов, открыл механическое взаимодействие электрических токов и установил количественные соотношения для силы этого взаимодействия. Максвелл назвал Ампера «Ньютоном электричества». Ампер работал также в области механики, теории вероятностей и математического анализа.

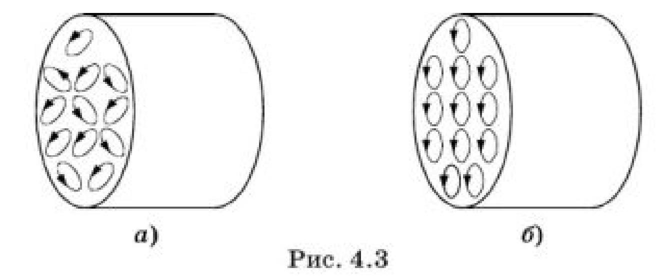


Рис. 4.3

рованы строго определённым образом, так что их действия складываются (рис. 4.3, *б*).

Там, где Кулон видел неразделимые магнитные полюса молекул, оказались просто замкнутые электрические токи. Неразделимость магнитных полюсов потеряла свою загадочность. Нет магнитных зарядов, и поэтому нечего делить. *Магнитные взаимодействия обусловлены не особыми магнитными зарядами, а движением электрических зарядов — током.*

Плодотворность идеи единства сил природы нигде, пожалуй, не проявилась так отчетливо, как при формулировке основных законов электромагнетизма. Вдохновлённый этой идеей, Эрстед поднёс магнитную стрелку к проводнику с током, а Ампер сумел мысленным взором увидеть внутри намагниченного железного стержня электрические токи. Эта же идея привела впоследствии Фарадея к новому великому открытию — открытию электромагнитной индукции.

? Опираясь на исследования учёными магнитных взаимодействий, аргументируйте справедливость идеи единства сил природы.

§ 4.2. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ ТОКОВ

Движущиеся заряды образуют электрический ток. Следовательно, магнитное поле — это поле, создаваемое электрическим током. Оно осуществляет взаимодействие электрических токов.

Взаимодействие токов

Наблюдать магнитное взаимодействие токов несложно. Надо взять два гибких проводника, укрепить их вертикально и присоединить к источнику тока (рис. 4.4). Заметного



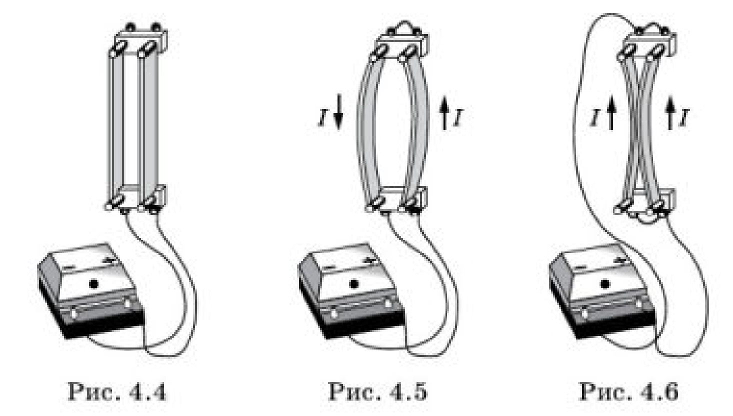


Рис. 4.4 Рис. 4.5 Рис. 4.6

притяжения или отталкивания не обнаружится, так как при ЭДС источника в несколько вольт и малой электроёмкости проводников заряды проводников слишком малы. Кулоновские силы не проявляются. Но если другие концы проводников соединить так, чтобы в проводниках возникли токи противоположного направления, то проводники начнут отталкиваться (рис. 4.5). В случае токов одного направления между проводниками возникают силы притяжения (рис. 4.6).

При изменении направления тока в одном из проводников притяжение между проводниками сменяется отталкиванием, и наоборот. Опыт показывает, что если ток идёт только по одному проводнику, то силы взаимодействия между проводниками отсутствуют (рис. 4.7). Точно так же не обнаружится взаимодействия, если один из проводов свит из двух, по которым одинаковые токи текут в противоположных направлениях (рис. 4.8). Такой провод не оказывает влияния на магнитную стрелку, расположенную вблизи него. Другими словами, можно сказать, что близко расположенные рав-

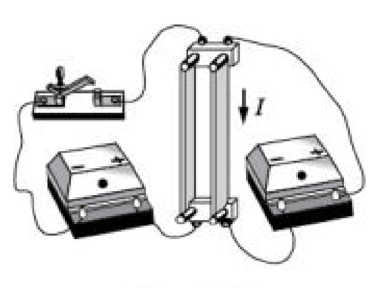



Рис. 4.7

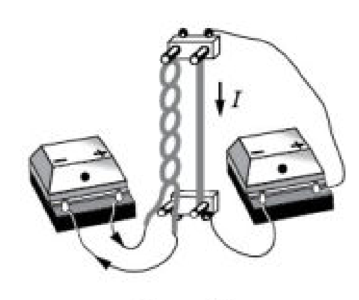


Рис. 4.8

ные, но противоположно направленные токи ведут себя так же, как проводник, в котором тока нет: они не обнаруживают магнитного действия.

Магнитное поле

Согласно теории близкодействия токи не могут непосредственно действовать друг на друга. *Подобно тому как в пространстве, окружающем электрические заряды, возникает электрическое поле, в пространстве, окружающем токи, возникает поле, называемое магнитным.*

Каждый элемент тока в одном из проводников создаёт вокруг себя магнитное поле, которое действует на все элементы тока во втором проводнике.

Магнитное поле представляет собой особую форму материи, посредством которой осуществляется взаимодействие между движущимися заряженными частицами.

Что же такое магнитное поле? Как и в случае электрического поля, ответить на этот вопрос можно так:

во-первых, поле материально: оно существует независимо от нас, от наших знаний о нём;

во-вторых, оно обладает определёнными свойствами, которые могут быть найдены экспериментально.

Основные свойства магнитного поля таковы: **магнитное поле порождается током (движущимися зарядами) и обнаруживается по действию на ток (движущиеся заряды).** О других свойствах поля будет рассказано в дальнейшем.

Для того чтобы описать магнитные взаимодействия токов количественно, нужно решить три задачи.

1. Ввести величину, количественно характеризующую магнитное поле.
2. Установить закон, определяющий распределение магнитного поля в пространстве в зависимости от тока.
3. Найти выражение для силы, действующей на ток со стороны магнитного поля.

Сначала мы займёмся решением первой задачи.

Замкнутый контур с током в магнитном поле

С помощью каких приспособлений можно изучать свойства магнитного поля и характеризовать поле количественно?

Для исследования электрического поля наиболее удобен небольшой по значению точечный заряд. Большой заряд брать нельзя, так как он вызвал бы перераспределение зарядов на других телах и тем исказил бы поле. Нельзя использо-

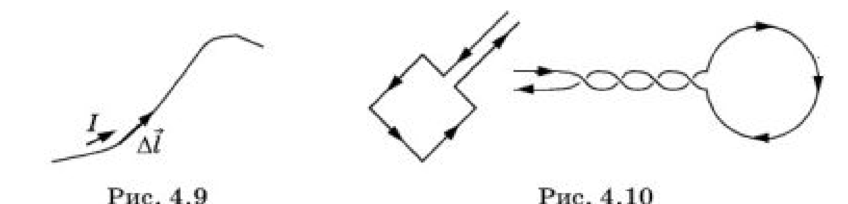


Рис. 4.9 Рис. 4.10

вать и заряженное тело больших геометрических размеров, так как в этом случае можно найти лишь среднее значение напряжённости поля в пространстве, занятом зарядом.

Для исследования магнитного поля мы тоже должны были бы взять очень малый элемент тока, т. е. малый отрезок тонкого проводника с током (рис. 4.9). Однако ток в отрезке не может существовать, потому что любая цепь, по которой течёт постоянный ток, должна быть замкнута. Поэтому элемент тока создать нельзя и, следовательно, невозможно исследовать с его помощью магнитное поле.

Для изучения свойств магнитного поля можно взять замкнутый контур с током и измерять суммарное действие поля на весь этот контур. Но поле неодинаково в различных точках пространства. Поэтому если контур большой, то его отдельные части испытывают различные действия со стороны поля и суммарное действие даст лишь среднюю характеристику поля в большой области.

Для исследования магнитного поля лучше всего взять контур малых (по сравнению с расстояниями, на которых магнитное поле заметно изменяется) размеров. Например, можно взять маленькую плоскую проволочную рамку произвольной формы (рис. 4.10). Подводящие ток проводники нужно расположить близко друг к другу или сплести вместе. Так как по этим проводникам течёт равный ток в противоположных направлениях, то на них в магнитном поле не будут действовать силы и сами они не окажут магнитного действия на другие проводники с током.

Количество витков рамки может быть любым. Если, например, взять рамку из трёх витков, то в каждой стороне рамки параллельно друг другу на близком расстоянии будут идти три тока (рис. 4.11), которые можно рассматривать как один ток, в три раза более сильный.

Выяснить характер действия магнитного поля на контур с током можно с помощью следующего опыта. Подвесим на тонких гибких проводниках, сплетённых вместе, маленькую плоскую рамку, состоящую из нескольких витков проволоки. На расстоянии, значительно большем размеров рамки,

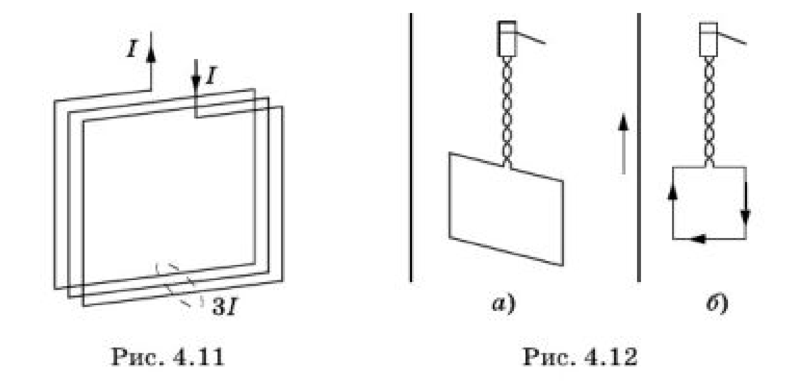


Рис. 4.11 Рис. 4.12

вертикально расположим провод[1] (рис. 4.12, *а*). При пропускании электрического тока через провод и рамку рамка поворачивается и располагается так, что провод оказывается в плоскости рамки (рис. 4.12, *б*). При изменении направления тока в проводе рамка повернётся на 180°.

Это значит, что магнитное поле оказывает на рамку с током ориентирующее действие.

Ориентирующее действие магнитного поля можно наблюдать и на другом опыте. Если мы подвесим на гибких проводах рамку с током между полюсами магнита, то рамка будет поворачиваться до тех пор, пока её плоскость не установится перпендикулярно к линии, соединяющей полюса магнита (рис. 4.13).

Результирующая сила, действующая на рамку с током в магнитном поле, равна нулю, если магнитное поле одинаково во всех точках пространства, где расположена рамка (однородное поле). В однородном магнитном поле *на рамку действует лишь момент сил, который поворачивает рамку, располагая её определённым образом по отношению к току или магниту, создающему магнитное поле.*

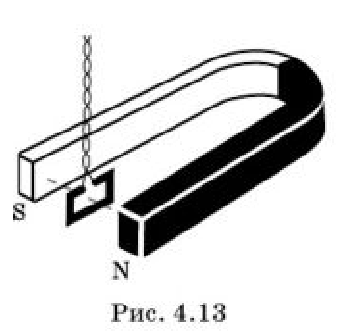


Рис. 4.13

Поведение пробного заряда в электрическом поле отличается от поведения рамки с током в магнитном поле. На пробный заряд в электрическом поле действуют силы, направленные по касательной к линиям напряжённости.

[1] Можно полагать, что при этом условии магнитное поле не меняется заметно в пределах поверхности, ограниченной рамкой.

Движущиеся заряды (электрический ток) создают магнитное поле. Обнаруживается магнитное поле по действию на электрический ток.

? 1. Какие объекты используются для исследования электрического и магнитного полей?
2. Каким образом можно обнаружить магнитное поле (проверьте свою гипотезу экспериментально)?

§ 4.3. ВЕКТОР МАГНИТНОЙ ИНДУКЦИИ

Электрическое поле характеризуется векторной величиной — напряжённостью электрического поля. Введем физическую величину, характеризующую магнитное поле.

Вектор магнитной индукции

Мы видели, что в магнитном поле рамка с током на гибком подвесе, со стороны которого не действуют силы упругости, препятствующие ориентации рамки, поворачивается до тех пор, пока не установится определённым образом. Так же ведёт себя и магнитная стрелка. Это говорит о том, что величина, характеризующая магнитное поле, должна быть векторной. Направление вектора должно быть связано с ориентацией рамки или магнитной стрелки.

Векторную величину, характеризующую магнитное поле, называют вектором магнитной индукции[1] (обозначают буквой $\vec{B}$).

Направление вектора магнитной индукции

За направление вектора магнитной индукции в том месте, где расположена рамка с током, принимают направление положительной нормали $\vec{n}$ (перпендикуляра) *к рамке*. Положительная нормаль направлена в сторону поступательного перемещения буравчика с правой нарезкой, если

---

[1] Основную характеристику электрического поля называют напряжённостью, а не индукцией. Такая терминология сложилась исторически, когда ещё истинный смысл характеристик электрического и магнитного полей был не вполне ясен.

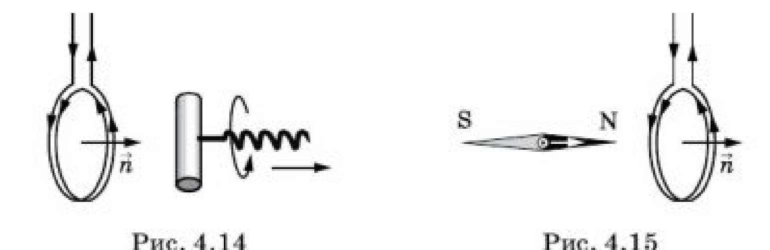


Рис. 4.14 Рис. 4.15

вращать рукоятку буравчика по направлению тока в рамке (рис. 4.14).

Таким образом, имея небольшую рамку с током и предоставив ей возможность свободно поворачиваться в магнитном поле, можно определить направление вектора магнитной индукции в любой точке. Для этого нужно только подождать, когда повернувшаяся рамка успокоится, и применить правило буравчика.

Направление вектора магнитной индукции можно определить также с помощью магнитной стрелки. Стрелка представляет собой маленький продолговатый постоянный магнит с двумя полюсами на концах: южным S и северным N. Если стрелка может свободно ориентироваться в пространстве, то в магнитном поле направление линии, проведённой через центр стрелки от южного полюса S к северному N (рис. 4.15), совпадает с направлением нормали $\vec{n}$ к рамке. Но направление этой нормали, связанное правилом правого винта с направлением тока в рамке, принято за направление вектора, характеризующего магнитное поле. Следовательно, и направление от южного полюса S к северному N свободно устанавливающейся стрелки можно принять за направление вектора магнитной индукции.

Используя стрелку, можно повторить опыты, которые были проделаны с рамкой в магнитном поле постоянного магнита (рис. 4.16) и прямого провода с током.

В магнитном поле прямолинейного проводника с током магнитная стрелка устанавливается по касательной к окружности (рис. 4.17). Плоскость окружности перпендикулярна проводу, а центр её лежит на оси провода. Направление вектора магнитной индукции тока устанавливают с помощью правила буравчика. Для этого буравчик должен двигаться в направлении тока. Тогда концы его рукоятки будут перемещаться в направлении, принятом за направление вектора магнитной индукции.

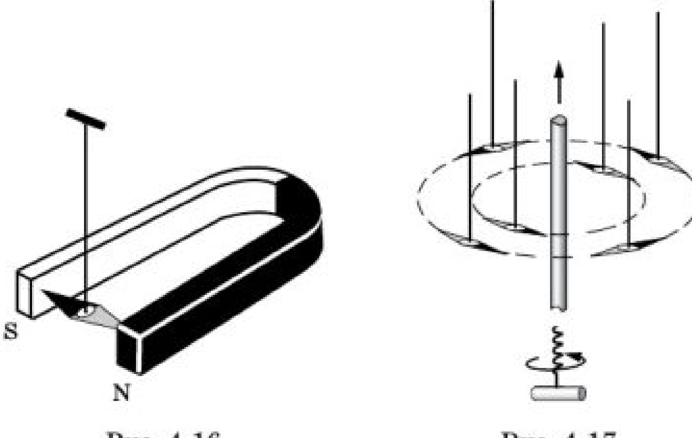


Рис. 4.16 Рис. 4.17

Опыт по определению направления вектора индукции магнитного поля Земли делает каждый, кто ориентируется на местности по компасу. Если стрелка может поворачиваться не только вокруг вертикальной, но и вокруг горизонтальной оси, то в магнитном поле Земли она расположится наклонно (рис. 4.18).

Направление магнитного поля Земли можно определить и с помощью рамки. Правда, для этого нужно взять рамку с большим числом витков или пропустить через рамку с малым числом витков довольно большой ток. Но зато размеры рамки могут быть большими, так как магнитное поле Земли меняется от точки к точке медленно. В нашей стране вектор индукции магнитного поля Земли направлен наклонно к земной поверхности сверху вниз (рис. 4.19).

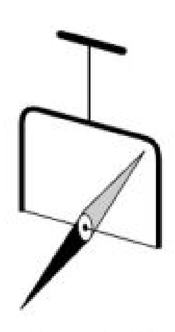


Рис. 4.18

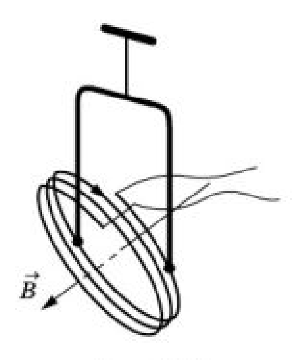


Рис. 4.19

Модуль вектора магнитной индукции

Ориентирующее действие магнитного поля на замкнутый контур (рамку) с током может быть использовано не только для определения направления вектора магнитной индукции, но и для определения модуля этого вектора.

На рамку с током со стороны однородного магнитного поля действует момент сил, поворачивающий рамку. Этот момент зависит, с одной стороны, от магнитного поля, а с другой — от геометрии контура, его расположения и силы тока в нём. В отсутствие магнитного поля этот момент, очевидно, равен нулю.

Для определения модуля вектора магнитной индукции необходимо выяснить, как момент сил, поворачивающий рамку с током в магнитном поле, зависит от самой рамки и тока в ней.

Экспериментируя с рамками различных размеров и формы, можно установить, что *в однородном магнитном поле момент сил зависит от расположения рамки, размеров* (*площади*) *её и от силы тока, протекающего в ней, но не зависит от формы рамки.*

Выясним сначала, как зависит момент сил от расположения рамки, состоящей из одного витка, если по ней протекает ток I. Рамка в этом опыте, в отличие от опытов по определению направления вектора магнитной индукции, должна быть закреплена на упругом подвесе. По углу закручивания подвеса можно определить момент сил упругости, действующий на рамку.

Если плоскость рамки перпендикулярна вектору магнитной индукции, то момент сил, действующий на рамку со стороны магнитного поля, равен нулю и подвес не закручивается. Магнитное поле лишь растягивает рамку (рис. 4.20).

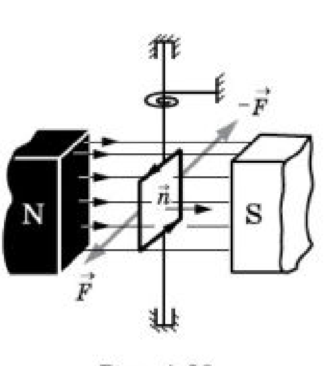


Рис. 4.20

Повернём теперь подвес в верхней точке на некоторый угол. Рамка тоже повернётся, но на меньший угол (рис. 4.21, *а*). При равновесии рамки подвес окажется закрученным, и на рамку будут действовать силы упругости, момент которых уравновешивает равный ему момент магнитных сил, стремящийся вернуть рамку в положение, изображённое на рисунке 4.20.

Момент сил, действующий на рамку с током, будет максималь-

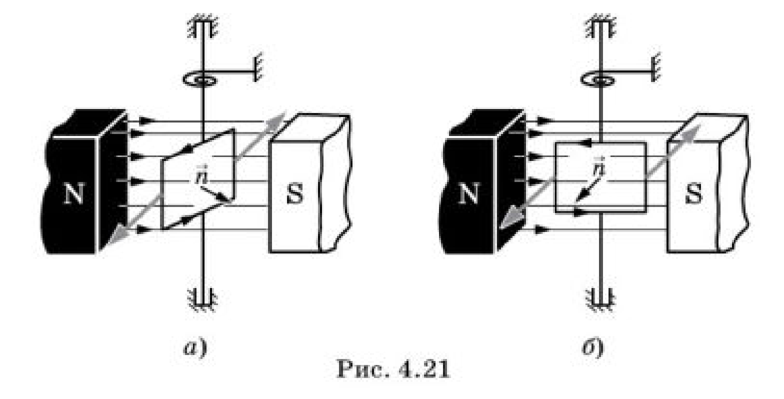


Рис. 4.21

ным, если мы расположим рамку перпендикулярно тому положению, которое рамка занимала вначале (см. рис. 4.20). В этом случае вектор магнитной индукции лежит в плоскости рамки, а нормаль к рамке перпендикулярна линиям, соединяющим полюса магнита (рис. 4.21, *б*). Для того чтобы удержать рамку в этом положении, придётся закрутить подвес на наибольший угол.

Меняя силу тока в рамке и экспериментируя с рамками различной площади, можно установить следующий факт: *максимальный момент сил* M_{max}, *действующий на рамку с током, пропорционален площади* S *рамки и силе тока* I *в ней*:

$$M_{max} \sim IS.$$

Этот опытный факт можно использовать для определения модуля вектора магнитной индукции, характеризующего магнитное поле в том месте, где расположена рамка. В самом деле, поскольку наибольший момент пропорционален силе тока в рамке и её площади, то отношение $\frac{M_{max}}{IS}$ не зависит от свойств рамки и характеризует магнитное поле в данной точке пространства[1].

Магнитной индукцией (точнее, модулем магнитной индукции) назовём величину, пропорциональную отношению максимального момента сил, действующего на рамку, к произведению силы тока в ней на её площадь:

$$B = k\frac{M_{max}}{IS}. \qquad (4.3.1)$$

[1] Аналогично отношение силы, действующей на заряд со стороны электрического поля, к заряду не зависит от заряда и поэтому характеризует электрическое поле в данной точке пространства.

Коэффициент пропорциональности k зависит от выбора системы единиц. Ведь единица магнитной индукции $\vec{B}$ у нас ещё не установлена. Это мы сделаем позднее.

Магнитное поле полностью характеризуется вектором магнитной индукции $\vec{B}$. В каждой точке могут быть найдены его модуль и направление.

Принцип суперпозиции

Магнитные индукции полей, создаваемых в данной точке пространства двумя или большим числом токов, складываются геометрически. Для магнитного поля, как и для электрического, выполняется принцип суперпозиции.

Этот принцип формулируется так: если в данной точке пространства различные токи создают магнитные поля, магнитные индукции которых $\vec{B}_1$, $\vec{B}_2$, $\vec{B}_3$ и т. д., то результирующая магнитная индукция в этой точке равна:

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 + \dots . \qquad (4.3.2)$$

Направление и модуль вектора магнитной индукции можно определить с помощью замкнутого контура с током.

? Нельзя ли установить направление магнитной индукции с помощью винта (или буравчика) с левой нарезкой вместо правой? Что изменилось бы от этого?

§ 4.4. ЛИНИИ МАГНИТНОЙ ИНДУКЦИИ. ПОТОК МАГНИТНОЙ ИНДУКЦИИ

Подобно тому как распределение электрического поля в пространстве наглядно изображается линиями напряжённости электрического поля (или силовыми линиями), распределение магнитного поля можно изобразить линиями магнитной индукции.

Линии магнитной индукции

Линиями магнитной индукции называются линии, касательные к которым направлены так же, как и вектор $\vec{B}$ в данной точке пространства (рис. 4.22).

Построим линии магнитной индукции для магнитного поля прямолинейного проводника с током. Из приведённых ранее описаний опытов с контуром и магнитной стрелкой, а также из соображений симметрии следует, что линии магнитной индукции в данном случае — концентрические окружности, лежащие в плоскости, перпендикулярной этому проводнику с током. Центр окружностей находится на оси проводника (рис. 4.23). Как и в случае линий напряжённости электрического поля, линии магнитной индукции можно условиться проводить так, чтобы их густота характеризовала модуль вектора $\vec{B}$ в данном месте. На рисунке 4.23 концентрические окружности сгущаются к центру. Это должно означать, что магнитная индукция вблизи провода больше, чем вдали от него.

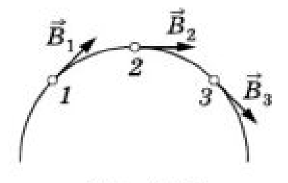


Рис. 4.22

Картина линий магнитной индукции катушки с током (соленоида) показана на рисунке 4.24 (соленоид дан в разрезе). Если длина соленоида много больше его диаметра, то поле внутри соленоида можно считать однородным. Линии магнитной индукции такого поля параллельны, их густота везде одинакова.

Картину линий магнитной индукции можно сделать видимой, воспользовавшись мелкими железными опилками. В магнитном поле каждый из насыпанных на лист картона кусочков железа намагничивается и ведёт себя как маленькая магнитная стрелка. Наличие такого большого количества стрелок позволяет в большом числе точек определить направление вектора магнитной индукции магнитного поля и, следовательно, более точно выяснить расположение ли-

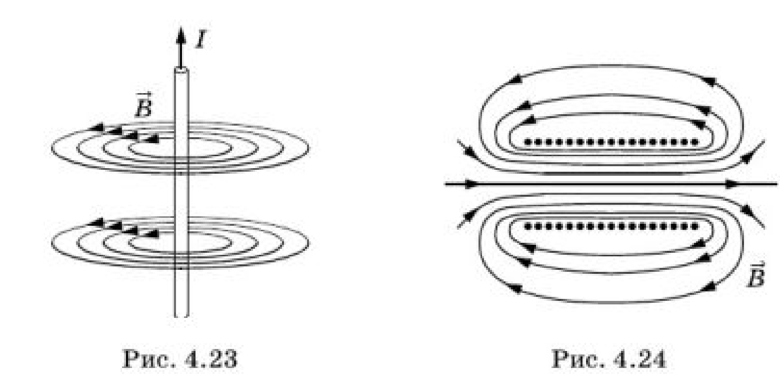


Рис. 4.23 Рис. 4.24

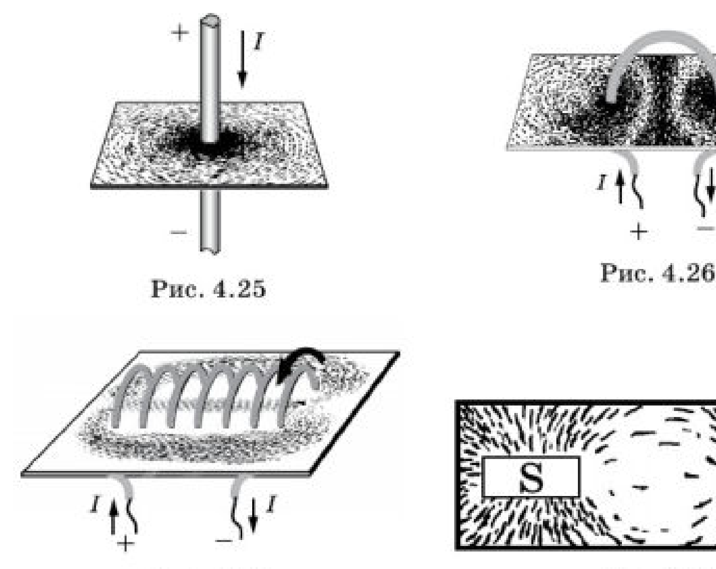


Рис. 4.25

Рис. 4.26

Рис. 4.27

Рис. 4.28

ний индукции. Некоторые из картин магнитного поля приведены на рисунках 4.25—4.28.

Вихревое поле

Внимательное исследование магнитного поля с помощью линий магнитной индукции позволяет установить очень важную его особенность. *Линии магнитной индукции не имеют ни начала, ни конца. Они всегда замкнуты.*

Вспомним, что с электростатическим полем дело обстоит иначе. Линии напряжённости электростатического поля начинаются на положительных зарядах и оканчиваются на отрицательных.

Поля с замкнутыми силовыми линиями называются **вихревыми**. Магнитное поле — вихревое поле.

Замкнутость линий магнитной индукции представляет собой фундаментальное свойство магнитного поля. Оно заключается в том, что магнитное поле не имеет источников. Магнитных зарядов, подобных электрическим, не обнаружено.

Заметим, что ни законы электродинамики, ни какие-либо другие известные физические законы не запрещают существования магнитных зарядов; точнее, существования частиц, обладающих магнитными зарядами. Поэтому предпринима-

лись и предпринимаются поиски таких частиц. Однако они до сих пор не увенчались успехом. Причина этого пока не ясна.

Непотенциальный характер магнитных сил

Замкнутость силовых линий магнитного поля означает, что работа магнитных сил на замкнутом пути может быть не равна нулю. Магнитные силы, в отличие от электростатических, непотенциальны.

Непотенциальный характер магнитных сил отчётливо проявляется во вращении проводника с током в поле постоянного магнита. Впервые подобное вращение (прообраз современного электродвигателя) осуществил Фарадей через год после открытия Эрстеда. Конец подвешенного проводника Фарадей опустил в жёлоб со ртутью. Снизу через жёлоб проходил вертикально магнит так, что один из его полюсов выступал над ртутью. Благодаря этому проводник с током находился в магнитном поле одного полюса магнита. При пропускании тока через ртуть и проводник последний начинал вращаться вокруг магнита. На рисунке 4.29 изображена модель, предназначенная для демонстрации принципа действия электродвигателя.

Этот опыт демонстрирует ещё одно замечательное свойство магнитных взаимодействий — его *нецентральный характер*. Полюс магнита не притягивает и не отталкивает проводники с током, а заставляет их поворачиваться вокруг себя. Сила, действующая со стороны магнита, не направлена вдоль линии, соединяющей полюс магнита с отдельными участками проводника с током.



Рис. 4.29

Магнитный поток

Вектор магнитной индукции $\vec{B}$ характеризует магнитное поле в каждой точке пространства. Введём еще одну величину, зависящую от значения вектора магнитной индукции не

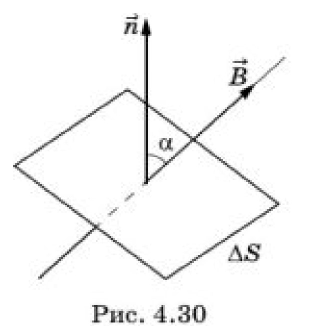


Рис. 4.30

в одной точке, а во всех точках произвольно выбранной поверхности. Эту величину называют потоком вектора магнитной индукции или **магнитным потоком**. Она аналогична понятию потока вектора электрической напряжённости.

Выделим в магнитном поле настолько малый элемент поверхности площадью ΔS, чтобы магнитную индукцию во всех его точках можно было считать одинаковой. Пусть $\vec{n}$ — нормаль к элементу, образующая угол α с направлением вектора магнитной индукции (рис. 4.30). *Потоком вектора магнитной индукции через поверхность площадью ΔS называют величину, равную произведению модуля вектора магнитной индукции $\vec{B}$ на площадь ΔS и косинус угла α между векторами $\vec{B}$ и $\vec{n}$* (нормалью к поверхности):

$$\Delta\Phi = B\Delta S\cos\alpha. \qquad (4.4.1)$$

Произведение $B\cos\alpha = B_n$ представляет собой проекцию вектора магнитной индукции на нормаль к элементу. Поэтому

$$\boxed{\Delta\Phi = B_n\Delta S.} \qquad (4.4.2)$$

Поток может быть как положительным, так и отрицательным в зависимости от значения угла α.

Если магнитное поле однородно, то поток через плоскую поверхность площадью S равен:

$$\Phi = BS\cos\alpha. \qquad (4.4.3)$$

Поток магнитной индукции наглядно может быть истолкован как величина, пропорциональная числу линий вектора $\vec{B}$, пронизывающих данную площадку[1].

Поток магнитной индукции через поверхность произвольного размера и формы определяют следующим образом. Всю поверхность разбивают на столь малые элементарные площадки ΔS_i, чтобы магнитную индукцию на каждой из площадок можно было считать одинаковой во всех точках

[1] Точнее, как разность числа линий вектора магнитной индукции $\vec{B}$, пронизывающих поверхность площадки с противоположных сторон.

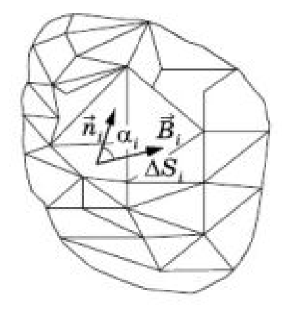
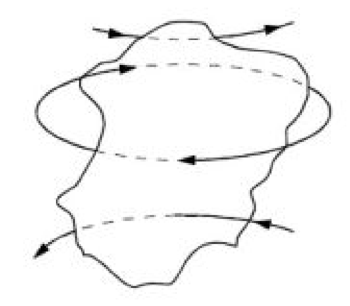



Рис. 4.31


Рис. 4.32

(рис. 4.31); строят к каждой площадке нормаль $\vec{n}$. Поток через каждую такую площадку:

$$\Delta\Phi_i = B_i \Delta S_i \cos\alpha_i.$$

Суммируя элементарные потоки $\Delta\Phi_i$, находят полный поток через поверхность:

$$\Phi = \sum_i \Delta\Phi_i = \sum_i B_i \Delta S_i \cos\alpha_i. \qquad (4.4.4)$$

Поверхность может быть замкнутой[1].

В этом случае число линий индукции, входящих внутрь поверхности, равно числу линий, выходящих из неё (рис. 4.32).

Линии магнитной индукции замкнуты, что означает равенство нулю потока магнитной индукции через замкнутую поверхность. (Выходящие из поверхности линии дают положительный поток, а входящие — отрицательный.) Это фундаментальное свойство магнитного поля связано с отсутствием магнитных зарядов. Если бы не было электрических зарядов, то и электрический поток через замкнутую поверхность был бы равен нулю.

? 1. Сопоставьте характеристики электрического и магнитного полей: вектор напряжённости и электрического поля и вектор магнитной индукции (результат представьте в виде таблицы).

2. Как доказать непотенциальность магнитных сил?

---

[1] Если поверхность замкнута, то положительной нормалью к поверхности принято считать внешнюю нормаль.

3. Докажите, опираясь на теоретические выводы, что поток магнитной индукции через замкнутую поверхность равен нулю. Сопоставьте и обобщите данный вывод с теоремой Гаусса для электрического поля.

§ 4.5. ЗАКОН БИО—САВАРА—ЛАПЛАСА

Перейдём теперь к формулировке закона, определяющего распределение магнитного поля в пространстве в зависимости от токов. Будем считать вначале, что проводники с токами расположены в вакууме.

Магнитная индукция в произвольной точке A пространства, очевидно, должна зависеть от сил токов в проводниках, их размеров и формы, а также от расположения проводников относительно этой точки (рис. 4.33). Опыт показывает, что так и есть на самом деле.

Элемент тока

Считаем проводники тонкими. Это означает, что диаметры всех проводников много меньше расстояний до точки, где определяется магнитная индукция. Тогда любой проводник можно представить как совокупность элементов тока $\Delta\vec{l}$ пренебрежимо малой толщины. Элемент $\Delta\vec{l}$ — это вектор, направленный по току в проводнике (см. рис. 4.33).

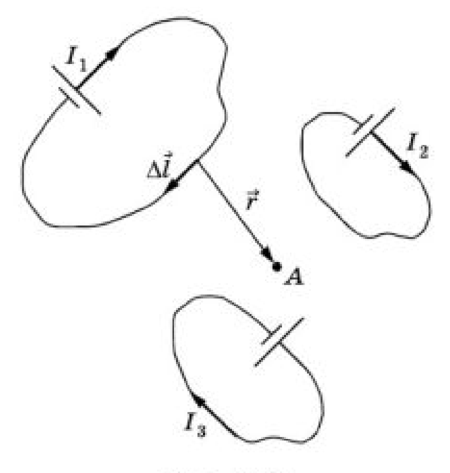


Рис. 4.33

Каждый элемент тока $\Delta\vec{l}$ создаёт свое магнитное поле в точке A. Результирующее поле в точке, как следует из принципа суперпозиции полей, — это векторная сумма полей, созданных отдельными элементами тока.

Трудности задачи

В опытах с постоянными токами мы всегда имеем дело с токами замкнутыми, следовательно, с полями, создаваемыми всеми элементами тока. Нам же нужен *закон, определяющий магнитную индукцию, созданную одним элементом тока*. Только такой закон может иметь общее значение. Для каждого конкретного замкнутого проводника с током магнитная индукция зависит от формы проводника, а таких форм может быть бесчисленное множество. Никакой общей закономерности для поля в точке здесь усмотреть нельзя. Точно так же основной закон электростатики — закон Кулона — формулируется для точечных зарядов.

Зная магнитную индукцию $\Delta\vec{B}$, созданную элементом тока, можно вычислить индукцию $\vec{B}$ любого тока в любой точке пространства.

Но нахождение закона для $\Delta\vec{B}$ сразу же наталкивается на трудности. Нельзя создать элемент тока (незамкнутый постоянный ток). Прямой способ экспериментального нахождения закона для $\Delta\vec{B}$, как в случае электростатических взаимодействий, здесь невозможен. Однако такой закон всё же удалось установить. Непосредственно из опыта следует, что во всех случаях магнитная индукция $B \sim I$. Отсюда можно предположить, что и $\Delta B \sim I$.

Далее, эксперименты французских физиков Ж. Био и Ф. Савара показали, что индукция магнитного поля, созданного прямым током, на расстоянии d, много меньшем длины проводника, пропорциональна $\frac{1}{d}$. Направление $\Delta\vec{B}$ определяется по правилу буравчика (см. § 4.3).

Отсюда следует, что для $\Delta\vec{B}$ нужно найти такой закон, который при суммировании по всем элементам прямого провода давал бы найденную экспериментально зависимость от I и d. Это удалось сделать П. Лапласу. Отыскивая простейшую формулу, приводящую к известному результату, он получил требуемый закон.

Найденную Лапласом формулу для $\Delta\vec{B}$ следует рассматривать как обобщение опытных фактов. Уверенность в её спра-

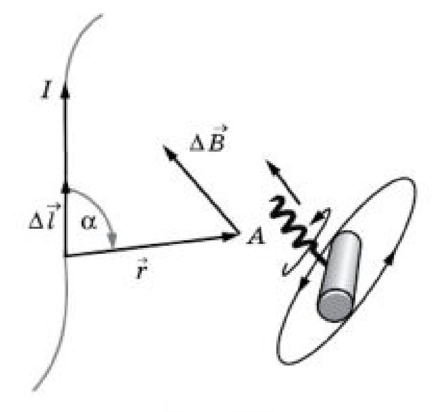


Рис. 4.34

ведливости вытекает не из её «вывода», а из того, что все расчёты полей любых замкнутых токов на её основе приводят к правильным результатам, согласующимся с опытом.

Закон Био—Савара—Лапласа

Теперь мы запишем выражение для модуля магнитной индукции $\Delta\vec{B}$ поля, созданного элементом тока $\Delta\vec{l}$ в точке пространства A на расстоянии r от $\Delta\vec{l}$ (рис. 4.34). Угол между радиусом-вектором $\vec{r}$ и $\Delta\vec{l}$ обозначим через α. Сила тока равна I. Согласно закону Био—Савара—Лапласа

$$\Delta B = k_1 \frac{I \Delta l \sin\alpha}{r^2}. \qquad (4.5.1)$$

Здесь k_1 — коэффициент пропорциональности, зависящий от выбора системы единиц. (Системами единиц мы займёмся в дальнейшем.) Направлен вектор $\Delta\vec{B}$ перпендикулярно плоскости, содержащей векторы $\Delta\vec{l}$ и $\vec{r}$. Если вращать рукоятку буравчика от $\Delta\vec{l}$ к $\vec{r}$ в направлении наименьшего угла между этими векторами, то поступательное перемещение буравчика укажет направление вектора $\Delta\vec{B}$. В случае, изображённом на рисунке 4.34, вектор $\Delta\vec{B}$ направлен перпендикулярно чертежу от нас.

Векторное произведение

Закон Био—Савара—Лапласа можно записать в векторной форме, используя понятие векторного произведе-

ния двух векторов. Это понятие у нас ещё не встречалось. В физике многие величины выражаются через векторные произведения. Векторное произведение используется не менее часто, чем скалярное, о котором шла речь в «Механике» (см. § 6.2). Для обозначения векторного произведения двух векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ применяется косой крест: $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$. Если в результате скалярного произведения двух векторов получается скаляр, то результатом векторного произведения векторов является вектор (отсюда и его название). Определяется векторное произведение так.

Модуль с векторного произведения векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен произведению их модулей на синус угла α между ними (рис. 4.35):

$$c = |\vec{a} \times \vec{b}| = ab\sin\alpha. \qquad (4.5.2)$$

Направление векторного произведения задаётся правилом правого буравчика (или винта). *Если рукоятку буравчика поворачивать на наименьший угол от вектора $\vec{a}$, стоящего первым в векторном произведении, к вектору $\vec{b}$, то вектор $\vec{c}$ направлен в сторону поступательного перемещения буравчика.* Таким образом, *вектор $\vec{c}$ перпендикулярен плоскости, содержащей векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$.*

Конечно, нужно ещё доказать, что направленный отрезок $\vec{c}$ является вектором, т. е. для векторного произведения выполняется геометрическое правило сложения векторов. Но мы это делать не будем. Не будем также приводить выражения для проекций векторного произведения на оси координат. Эти выражения довольно сложны, и в дальнейшем мы не будем их использовать.

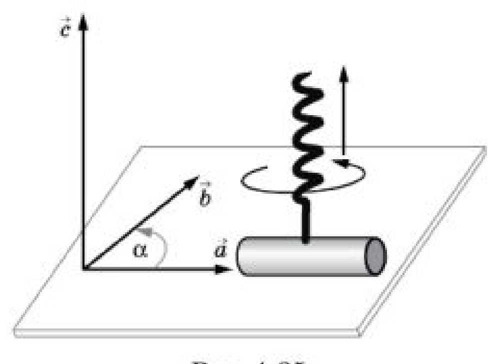


Рис. 4.35

Отметим лишь, что векторное произведение некоммутативно:

$$\vec{a} \times \vec{b} = \vec{b} \times \vec{a}. \quad (4.5.3)$$

Это следует из определения направления векторного произведения.

Закон Био—Савара—Лапласа в векторной форме

Используя понятие векторного произведения, закон Био—Савара—Лапласа можно записать в векторной форме. В этом случае сразу будет определён и модуль вектора магнитной индукции $\Delta\vec{B}$ и его направление:

$$\Delta\vec{B} = k_1 \frac{I\Delta\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}. \quad (4.5.4)$$

Модуль магнитной индукции

$$\Delta B = k_1 \frac{I\Delta l r \sin\alpha}{r^3} = k_1 \frac{I\Delta l \sin\alpha}{r^2},$$

как это и должно быть согласно закону (4.5.1). Направление $\Delta\vec{B}$ также определено правильно.

Магнитная индукция прямого тока

Для вычисления магнитной индукции бесконечно длинного прямого провода в произвольной точке A, находящейся на расстоянии d от провода, нужно просуммировать векторы $\Delta\vec{B}_i$ магнитных индукций, создаваемых отдельными элементами тока $\Delta\vec{l}_i$ (рис. 4.36). Суммирование упрощается благодаря тому, что векторы $\Delta\vec{B}_i$ от отдельных элементов тока направлены в одну сторону — перпендикулярно рисунку от нас. Тем не менее вычисления требуют умения находить сумму бесконечно большого числа бесконечно малых членов. Этот способ вычисления называется интегрированием. Мы приведём конечный результат:

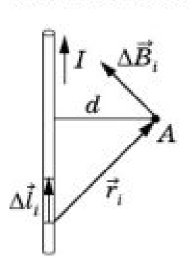


Рис. 4.36

$$B = k_1 \frac{2I}{d}. \quad (4.5.5)$$

Формула (4.5.5) даёт правильное значение магнитной индукции и для прямого провода конечной длины. Необходимо только, чтобы

расстояние d было много меньше длины провода и точка, в которой определяется индукция поля, находилась на большом расстоянии от концов провода.

Установлен закон Био—Савара—Лапласа, определяющий магнитную индукцию элемента тока.

? 1. Какое новое математическое понятие вы узнали при изучении закона Био—Савара—Лапласа?
2. По каким критериям можно сопоставить теорему Гаусса для электрического поля и закон Био—Савара—Лапласа для магнитного поля?

§ 4.6. ЗАКОН АМПЕРА

Перейдём теперь к задаче определения силы, действующей со стороны магнитного поля на проводник с током.

Трудности задачи

Очевидно, что эта сила действует на каждый элемент тока $\Delta\vec{l}$. Результирующая сила равна сумме сил, действующих на отдельные элементы.

Как и в случае закона Био—Савара—Лапласа, нам нужно найти закон для силы, действующей на отдельный элемент тока. Только такой закон может иметь общее значение. Сила же, действующая на замкнутый контур, зависит от формы контура, а таких форм бесчисленное множество.

Здесь опять встречается та же трудность, что и при определении магнитной индукции, созданной элементом тока. Закон может быть установлен только опытным путем, а из опыта непосредственно нельзя определить силу, действующую на элемент тока, так как постоянные токи всегда замкнуты и создать элемент тока невозможно.

В такой ситуации остаётся единственный путь. Обобщая опытные факты по воздействию магнитного поля на замкнутые токи, подобрать такой «элементарный» закон, который для любого замкнутого контура давал бы результат, согласующийся с опытом.

Опыты Ампера

Задача была решена Ампером. Ампер открыл закон взаимодействия токов, решив тем самым проблему магнитного взаимодействия. Закон взаимодействия полюсов магнитов,

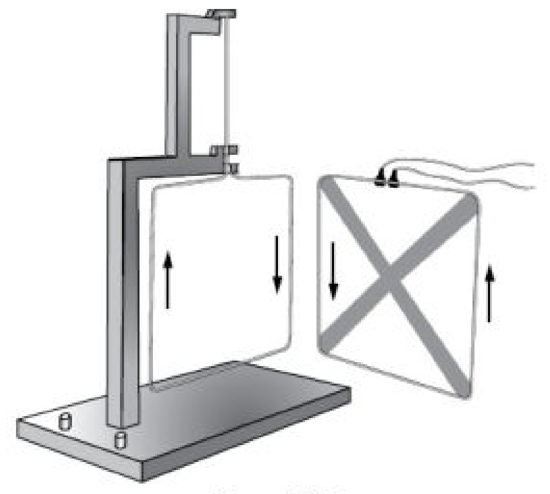


Рис. 4.37

который Кулон считал фундаментальным, оказался следствием из закона, открытого Ампером. «Всё в совокупности, — писал об Ампере Максвелл, — и теория и эксперимент как будто появились в полной зрелости и полном вооружении из головы Ньютона электричества. Эти исследования закончены по форме, идеальны по точности и резюмированы в формуле, из которой могут быть выведены все явления электричества и которая навсегда останется фундаментальной формулой электродинамики».

Ампер сконструировал ряд приборов для исследования взаимодействия токов. Один из них изображён на рисунке 4.37. С помощью подобных приборов Ампер установил, что параллельные токи одинакового направления притягиваются, а противоположного направления отталкиваются. Взаимно перпендикулярные токи не действуют друг на друга. Сила, действующая на проводник с током, прямо пропорциональна силе тока в нём ($F \sim I$) и прямо пропорциональна длине проводника ($F \sim \Delta l$). Она также прямо пропорциональна магнитной индукции $\vec{B}$ и зависит от угла между векторами $\vec{B}$ и $\Delta \vec{l}$. Если магнитная индукция направлена по току, то сила равна нулю.

Правда, всё это было не совсем так. Ампер установил закон для силы взаимодействия между двумя элементами проводников с током. Он был сторонником теории дальнодействия и не пользовался понятием поля. Открытый им закон довольно сложен и распадается на два более простых: закон для магнитной индукции $\Delta\vec{B}$, созданной элементом тока $\Delta\vec{l}$,

и закон для силы, действующей со стороны магнитного поля с индукцией $\vec{B}$ на элемент другого тока. Однако по традиции и в память о заслугах учёного выражение для магнитной силы, действующей на проводник с током со стороны магнитного поля, также называют законом Ампера.

Закон Ампера

Итак, опытным путём можно прийти к заключению, что магнитная сила $\Delta F \sim I\Delta l B$ и зависит от угла между векторами $\Delta\vec{l}$ и $\vec{B}$. Причём она равна нулю, если эти векторы параллельны, и максимальна, когда они перпендикулярны друг к другу.

Как направлена эта сила? Из наблюдения взаимодействия параллельных токов можно установить, что сила $\Delta\vec{F}$ перпендикулярна векторам $\Delta\vec{l}$ и $\vec{B}$. Посмотрите на рисунке 4.38. Сила перпендикулярна плоскости, в которой лежат векторы $\Delta\vec{l}$ и $\vec{B}$. Это наводит на мысль, что силу можно выразить через векторное произведение векторов $\Delta\vec{l}$ и $\vec{B}$. Векторное произведение этих векторов как раз представляет собой вектор, перпендикулярный плоскости, содержащей векторы $\Delta\vec{l}$ и $\vec{B}$.

Теперь запишем закон Ампера для силы, действующей на элемент тока. Приведённые выше экспериментальные факты и соображение максимальной простоты формулы приводят к правильному результату.

Сила, действующая на элемент проводника $\Delta\vec{l}$, по которому течёт ток I, прямо пропорциональна произведению силы тока на векторное произведение векторов $\Delta\vec{l}$ и $\vec{B}$ (рис. 4.39):

$$\Delta\vec{F} = k_2 I \Delta\vec{l}_i \times \vec{B}. \qquad (4.6.1)$$

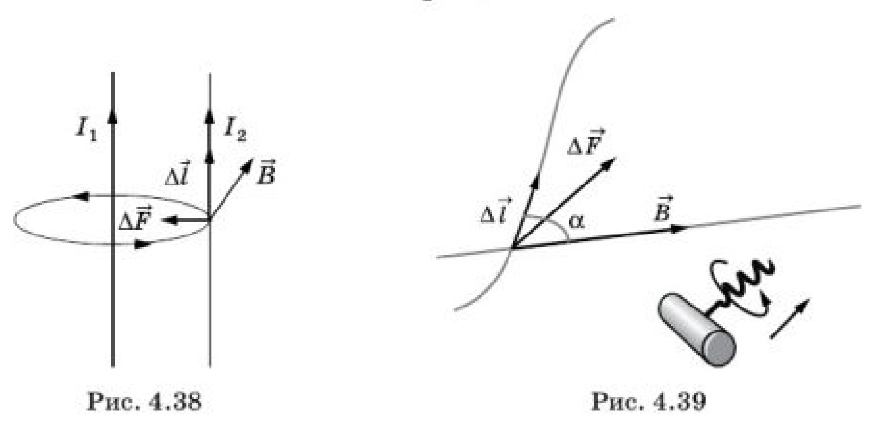


Рис. 4.38

Рис. 4.39

Коэффициент пропорциональности k_2 зависит от выбора единиц для вектора магнитной индукции. Установлением его мы займёмся в следующем параграфе.

Согласно закону (4.6.1) модуль силы Ампера

$$\Delta F = k_2 I \Delta l B \sin\alpha \tag{4.6.2}$$

зависит от синуса угла между векторами $\Delta\vec{l}$ и $\vec{B}$.





По правилу определения направления векторного произведения *вектор* $\Delta\vec{F}$ *перпендикулярен плоскости, в которой лежат векторы* $\Delta\vec{l}$ *и* $\vec{B}$ (плоскости рис. 4.39) *и направлен в сторону поступательного перемещения буравчика, рукоятка которого поворачивается от* $\Delta\vec{l}$ *к* $\vec{B}$ (вектор $\Delta\vec{F}$ перпендикулярен плоскости чертежа и направлен от нас).

Уверенность в справедливости закона Ампера основывается не на тех опытах, которые привели к его установлению. Ведь опыт не даёт значения силы $\Delta\vec{F}$, не говоря уже о приближённости всех измерений. Убеждение в справедливости закона Ампера вытекает из того, что вычисленные с его помощью значения результирующей силы для любого замкнутого проводника совпадают с экспериментально определяемым значением силы.

Взаимодействие параллельных токов

Рассмотрим взаимодействие двух параллельных бесконечно длинных проводников, расположенных в вакууме на расстоянии d друг от друга. Мы уже знаем (см. § 4.5), что длинный прямой проводник, сила тока в котором I_1, создаёт на расстоянии d от провода магнитное поле с индукцией, равной по модулю

$$B = k_1 \frac{2I_1}{d}.$$

Найдём силу, действующую на отрезок второго проводника длиной l. Так как на все элементы этого проводника действуют одинаковые силы, пропорциональные $\Delta\vec{l}$, то в данном случае сложение элементарных сил приведёт к простой замене $\Delta\vec{l}$ на $\vec{l}$. Во всех точках вектор $\vec{B}$ перпендикулярен второму проводу с током I_2 (см. рис. 4.38). Поэтому сила, прило-

женная к отрезку длиной l другого провода, перпендикулярна ему и равна:

$$F = k_2 I_2 B l = k_1 k_2 \frac{2I_1 I_2}{d} l = k \frac{2I_1 I_2}{d} l. \qquad (4.6.3)$$

Здесь введено новое обозначение для коэффициента пропорциональности $k = k_1 k_2$.

Сила лежит в плоскости обоих проводников и является силой притяжения, если токи направлены в одну сторону, или силой отталкивания, если направления токов противоположны.

Получено выражение для силы Ампера, определяющей действие магнитного поля на элемент тока.

? Каким образом был установлен закон Ампера (ответ представьте в виде структурно-логической схемы)?

§ 4.7. СИСТЕМЫ ЕДИНИЦ ДЛЯ МАГНИТНЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ

Выбор единиц при изучении магнитных взаимодействий не является простым. Мы остановимся на двух системах единиц: абсолютной системе единиц Гаусса и СИ. Об этих единицах шла речь в электростатике при записи закона Кулона и других законов электростатики.

Абсолютная система единиц

В принципе можно было бы установить единицу магнитной индукции из закона Био—Савара—Лапласа (4.5.4) или его следствия (4.5.5), положив коэффициент пропорциональности $k_1 = 1$. Но в этом случае единицы напряжённости электрического поля $\vec{E}$ и магнитной индукции $\vec{B}$ были бы различными. Единица напряжённости $[E] = \frac{[q]}{\text{см}^2}$. Здесь квадратные скобки означают, что речь идет о единицах. Указанная выше единица вытекает из выражения для напряжённости электрического поля точечного заряда. Единица же магнитной индукции, как следует из формулы (4.5.5), при $k_1 = 1$ иная: $[B] = \frac{[q]}{\text{см} \cdot \text{с}}$.

Основная идея абсолютной системы в том, чтобы единицы физических величин, характеризующих электрическое и магнитное поля, имели одинаковые наименования. Поэтому эту систему иногда называют симметричной.

Электродинамическая постоянная

Будем исходить из формулы (4.6.3) для взаимодействия токов. Положить в этой формуле $k = 1$ нельзя, так как единицы для всех величин, входящих в эту формулу, уже установлены. Коэффициент k — размерная (именованная) величина. Найдём единицу k из формулы (4.6.3):

$$[k] = \frac{[F][t^2]}{[q^2]} = \frac{[q^2] \cdot 1\ \text{с}^2}{1\ \text{см}^2\ [q^2]} = 1\ \text{с}^2/\text{см}^2.$$

Здесь использована единица силы, определяемая законом Кулона: $[F] = \frac{[q^2]}{[r^2]}$. Теперь вместо k введём новый коэффициент пропорциональности: $k = \frac{1}{c^2}$. Новый коэффициент c часто называют электродинамической постоянной. Она выражается в таких же единицах, как и скорость: $[c] = 1$ см/с.

Как найти его численное значение? Для этого в принципе надо измерить силу F взаимодействия параллельных токов. Тогда, зная I_1, I_2, d и l, можно вычислить значение c. Здесь нас подстерегает неожиданность: *электродинамическая постоянная c равна скорости света в вакууме*:

$$c = 3 \cdot 10^{10}\ \text{см/с}. \qquad (4.7.1)$$

Поразительный факт

Постоянная c имеет глубокий физический смысл. Именно значение постоянной c натолкнуло в своё время Максвелла на гипотезу об электромагнитной природе света. Удивительно, что скорость света можно определить, измеряя силу взаимодействия постоянных токов.

Законы магнитных взаимодействий в абсолютной системе единиц (в системе Гаусса)

При построении абсолютной системы, далее, полагается, что

$$k_1 = k_2 = \frac{1}{c}.$$

Такой выбор коэффициентов k_1 и k_2 обеспечивает, как вы можете в этом убедиться сами, совпадение единиц $\vec{E}$ и $\vec{B}$.

Окончательно закон Био—Савара—Лапласа в системе Гаусса запишется так:

$$\Delta\vec{B} = \frac{1}{c}\frac{I\Delta\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}. \tag{4.7.2}$$

Закон Ампера примет вид:

$$\Delta\vec{F} = \frac{1}{c} I\Delta\vec{l} \times \vec{B}. \tag{4.7.3}$$

Единица магнитной индукции — гаусс

Теперь можно установить единицу магнитной индукции с помощью формулы (4.5.5) для магнитного поля прямого тока:

$$B = \frac{2}{c}\frac{I}{d}. \tag{4.7.4}$$

Магнитная индукция равна единице на расстоянии 2 см от длинного прямого провода, в котором сила тока равна $3 \cdot 10^{10}$ ед. тока СГСЭ. Эта единица называется гауссом (Гс).

Законы Био—Савара—Лапласа и Ампера в СИ

Совсем иначе строятся единицы в СИ. В системе Гаусса единицы заряда и тока являются не основными, а производными. А в СИ единица силы тока — ампер считается основной, четвёртой единицей наряду с метром, секундой и килограммом. Она определяется посредством магнитного взаимодействия параллельных токов.

Ампер равен силе неизменяющегося тока, который при прохождении по двум параллельным прямолинейным проводникам бесконечной длины и ничтожно малой площади кругового поперечного сечения, расположенным в вакууме на расстоянии 1 м *один от другого, вызвал бы на каждом участке проводника длиной* 1 м *силу взаимодействия, равную* $2 \cdot 10^{-7}$ Н.

В единицах СИ коэффициент пропорциональности k в формуле (4.6.3) полагается равным:

$$k = \frac{\mu_0}{4\pi}. \tag{4.7.5}$$

Величина μ_0 называется **магнитной постоянной**. Она аналогична электрической постоянной ε_0 (см. § 1.3). Как и ε_0, магнитная постоянная μ_0 прямого физического смысла, в отличие от электродинамической постоянной c, не имеет. Введение в коэффициент k множителя $\frac{1}{4\pi}$ сделано для того, чтобы уравнения Максвелла для электромагнитного поля не содержали 4π.

Значение μ_0 определяется из формулы (4.6.3). При $d =$ $= 1$ м, $l = 1$ м и $I_1 = I_2 = 1$ А

$$F = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2I_1I_2}{d}l = 2 \cdot 10^{-7}\ \text{Н}.$$

Отсюда

$$\boxed{\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ \text{Н/А}^2.} \qquad (4.7.6)$$

Между ε_0, μ_0 и c существует следующая связь:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}. \qquad (4.7.7)$$

Проверьте справедливость этой формулы самостоятельно.

В СИ коэффициенты k_1 и k_2 в законах (4.5.4) и (4.6.1) определяются так: $k_1 = \frac{\mu_0}{4\pi}$, $k_2 = 1$. Поэтому закон Био—Савара—Лапласа имеет вид:

$$\boxed{\Delta\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\Delta\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}.} \qquad (4.7.8)$$

Закон Ампера принимает форму:

$$\boxed{\Delta\vec{F} = I\Delta\vec{l} \times \vec{B}.} \qquad (4.7.9)$$

Индукция магнитного поля прямого провода

$$B = \mu_0\frac{I}{2\pi d}. \qquad (4.7.10)$$

Формулу (4.7.10) можно использовать для установления единицы магнитной индукции в СИ. Магнитная индукция на расстоянии 2 м от провода равнялась бы единице, если бы сила тока в проводе, выраженная в амперах, была равна

численно $\frac{4\pi}{\mu_0}$. Эта единица называется **тесла** (Тл) в честь выдающегося сербского изобретателя и учёного Н. Тесла (1856—1943).

Записаны законы Био—Савара—Лапласа и Ампера в абсолютной системе единиц и в СИ.

1. Докажите, что 1 Тл = 10^4 Гс.
2. Какой факт при определении системы единиц для магнитных взаимодействий позволил Максвеллу высказать гипотезу об электромагнитной природе света?

§ 4.8. ПРИМЕНЕНИЯ ЗАКОНА АМПЕРА. ЭЛЕКТРОИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ПРИБОРЫ

С помощью закона Ампера можно вычислить силу и момент сил, действующий на замкнутый проводник с током произвольной формы в любом магнитном поле. Конечно, эти вычисления тем проще, чем проще форма контура и конфигурация магнитного поля.

Момент сил, действующий на прямоугольную рамку с током

Определим момент сил, действующий на прямоугольную рамку с током в однородном магнитном поле с индукцией $\vec{B}$. Стороны рамки имеют размеры a и b; сила тока в ней I. Индукция магнитного поля составляет с нормалью к рамке угол α (рис. 4.40). Расчёт проведём в единицах СИ.

На рисунке 4.41 показан вид сверху на сечение рамки горизонтальной плоскостью. В соответствии с правилом определения направления векторного произведения двух векто-

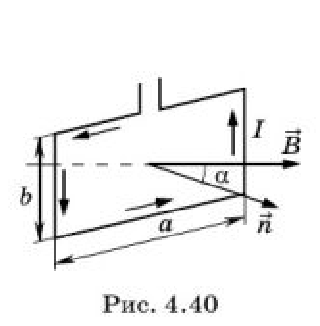


Рис. 4.40

Рис. 4.41

ров (см. § 4.6) на стороны рамки длиной b действует пара сил $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$, перпендикулярных вектору $\vec{B}$, которая создаёт момент сил относительно оси, проходящей через середину рамки. Силы, действующие на стороны рамки длиной a, лишь растягивают рамку.

По закону Ампера

$$F_1 = F_2 = |I|Bb.$$

Плечо каждой из этих сил равно:

$$d = \frac{a}{2}\sin\alpha.$$

Суммарный момент сил равен:

$$M = 2F\frac{a}{2}\sin\alpha = |I|BS\sin\alpha, \qquad (4.8.1)$$

где $S = ab$ — площадь рамки. При $\alpha = 90°$ момент сил максимален и совпадает со значением M_{max} из формулы (4.3.1), которая была введена в качестве определения модуля вектора магнитной индукции. Только в формуле (4.3.1) коэффициент k надо положить равным единице.

Применения закона Ампера

Закон Ампера используется для расчёта сил, действующих на проводники с током, во многих технических устройствах, в частности в электродвигателях. Действие всех электродвигателей основано на использовании силы Ампера. По обмотке вращающейся части двигателя якоря 3 (рис. 4.42)

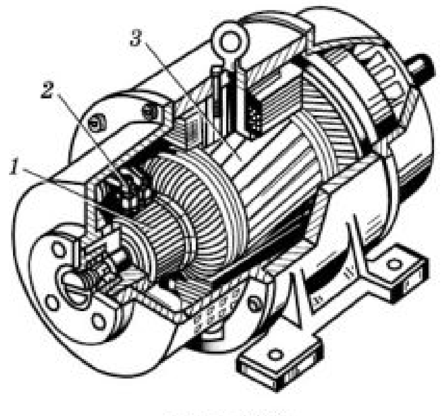


Рис. 4.42

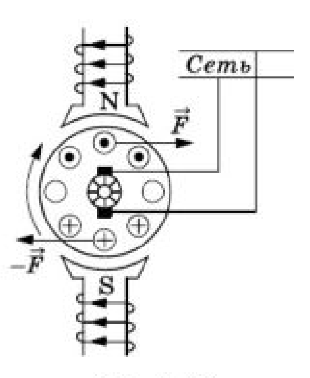


Рис. 4.43

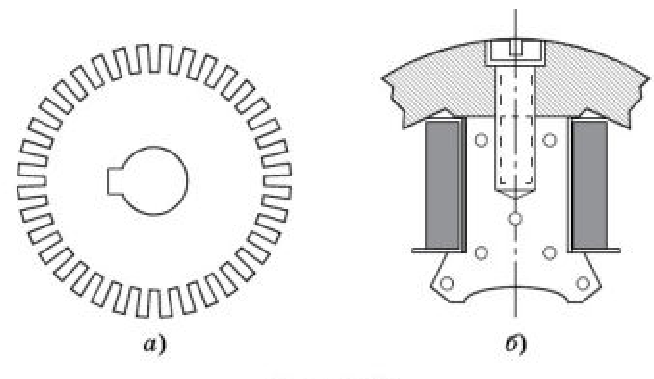


Рис. 4.44

протекает электрический ток. Мощные электромагниты создают магнитное поле, которое действует на проводники с током в обмотке якоря и заставляет их двигаться (рис. 4.43). Якорь изготовляется из стальных пластин (рис. 4.44, *а*), а полюсам электромагнита придаётся специальная форма (рис. 4.44, *б*), с тем чтобы сконцентрировать магнитное поле в местах, где располагается обмотка ротора. Специальные устройства — коллектор *1* и щётки *2* (см. рис. 4.42) — обеспечивают такое направление тока в обмотках, чтобы магнитное взаимодействие создавало момент, приводящий к непрерывному вращению якоря.

Электроизмерительные приборы

Действие магнитного поля на контур с током используется в электроизмерительных приборах магнитоэлектрической системы для измерения силы тока и напряжения.

Измерительный прибор такой системы устроен следующим образом. На легкой, обычно алюминиевой, рамке прямоугольной формы с прикреплённой к ней стрелкой намотана катушка, имеющая N витков (рис. 4.45, *а*). Рамка укреплена на двух полуосях. В положении равновесия её удерживают две тонкие спиральные пружины *2* (рис. 4.45, *б*). Момент сил упругости $M_{мех}$, действующий со стороны пружины и возвращающий катушку в положение равновесия, пропорционален углу φ отклонения стрелки от положения равновесия: $M_{мех} = f\varphi$ (f — постоянный коэффициент пропорциональности). Катушку помещают между полюсами постоянного магнита специальной формы (см. рис. 4.45, *а*).

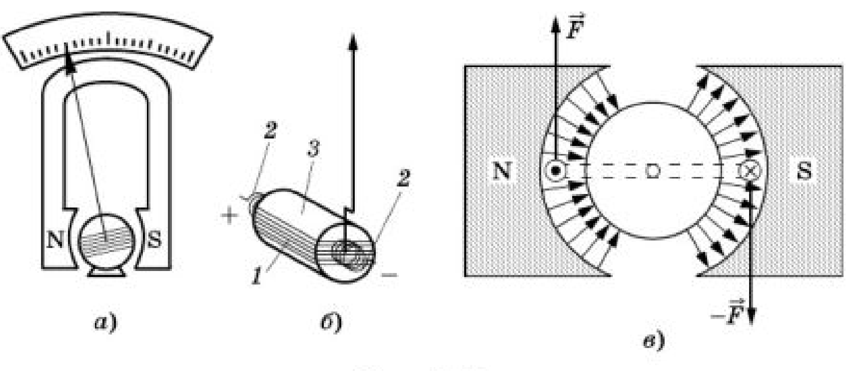


Рис. 4.45

Внутри катушки расположен цилиндр из мягкого железа. Такая конструкция обеспечивает радиальное направление линий магнитной индукции в той области, где находятся витки катушки (рис. 4.45, *в*). В результате при любом положении катушки момент сил, действующий на неё со стороны магнитного поля, максимален и при неизменной силе тока один и тот же. Катушка с током поворачивается до тех пор, пока момент сил упругости, действующий со стороны пружины, не уравновесит момент сил, действующий на рамку со стороны магнитного поля:

$$M_{\text{мех}} = f\varphi = NIBS.$$

Отсюда следует, что измеряемая сила тока прямо пропорциональна углу отклонения стрелки:

$$I = \frac{f}{NSB}\varphi. \qquad (4.8.2)$$

Здесь коэффициент $\frac{f}{NSB}$ — постоянная для данного прибора величина.

Прибор можно проградуировать так, чтобы угол поворота определял силу тока в амперах или других единицах. Согласно закону Ома сила тока в приборе $I = \frac{U}{R}$. Поэтому прибор можно проградуировать и так, чтобы определённому углу φ отклонения стрелки соответствовало напряжение U на зажимах прибора в вольтах или других единицах.

Таким образом, прибор может служить как амперметром, так и вольтметром. В последнем случае для увеличения сопротивления прибора нужно последовательно с катушкой включить резистор с большим сопротивлением.

Закон Ампера используется при конструировании электродвигателей. На его основе созданы электроизмерительные приборы для измерения силы тока и напряжения.

? Изобразите и опишите принцип действия амперметра и вольтметра. Выделите физические явления, законы, проявление которых вы наблюдаете.

§ 4.9. ДЕЙСТВИЕ МАГНИТНОГО ПОЛЯ НА ДВИЖУЩИЙСЯ ЗАРЯД. СИЛА ЛОРЕНЦА

Электрический ток — это упорядоченное движение заряженных частиц. Действие магнитного поля на проводник с током есть результат действия поля на движущиеся заряженные частицы внутри проводника.

Сила Лоренца

Силу, действующую на движущуюся заряженную частицу со стороны магнитного поля, называют силой Лоренца в честь великого нидерландского физика X. Лоренца, основателя электронной теории строения вещества. Эту силу можно найти с помощью закона Ампера. Она определяется



Лоренц Хендрик Антон (1853—1928) — великий нидерландский физик-теоретик, создатель классической электронной теории. Лоренц ввёл в электродинамику представления о дискретности электрических зарядов и записал уравнения для электромагнитного поля, созданного отдельными заряженными частицами (уравнения Максвелла—Лоренца). Ввёл выражение для силы, действующей на движущийся заряд в электромагнитном поле. Создал классическую теорию дисперсии света и объяснил расщепление спектральных линий в магнитном поле (эффект Зеемана). Работы Лоренца по электродинамике движущихся сред послужили основой для создания специальной теории относительности. Преобразования координат и времени в теории относительности называются преобразованиями Лоренца.

как отношение силы $\Delta\vec{F}$, действующей на участок проводника длиной Δl, к числу N упорядоченно движущихся заряженных частиц в этом участке проводника:

$$\vec{F}_L = \frac{\Delta\vec{F}}{N}. \qquad (4.9.1)$$

Рассмотрим отрезок тонкого прямого провода с током (рис. 4.46). Пусть длина отрезка Δl и площадь поперечного сечения S настолько малы, что вектор магнитной индукции $\vec{B}$ можно считать неизменным в пределах этого отрезка проводника.

Сила тока I в проводнике связана с зарядом частиц q, концентрацией заряженных частиц n и модулем скорости их упорядоченного движения $\vec{v}$ формулой (2.2.7):

$$I = qnvS. \qquad (4.9.2)$$

Согласно закону Ампера (4.7.9) сила, действующая на элемент тока $\Delta\vec{l}$, в единицах СИ равна:

$$\Delta\vec{F} = I\Delta\vec{l} \times \vec{B}.$$

Подставляя в это выражение значение силы тока (4.9.2), получим:

$$\Delta\vec{F} = qnSv\Delta\vec{l} \times \vec{B}.$$

Векторы $\Delta\vec{l}$ и $\vec{v}$ направлены одинаково. Поэтому можно заменить вектор $\Delta\vec{l}$ его модулем и вынести из-под знака векторного произведения, одновременно заменяя модуль вектора $\vec{v}$ самим вектором и внося его под знак векторного произведения. Тогда

$$\Delta\vec{F} = qnS\Delta l\,\vec{v} \times \vec{B} = qN\vec{v} \times \vec{B},$$

где $N = nS\Delta l$ — число заряженных частиц в рассматриваемом участке провода.

На каждую заряженную частицу со стороны магнитного поля действует сила Лоренца

$$\boxed{\Delta\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}.} \qquad (4.9.3)$$

Модуль силы Лоренца, согласно определению векторного произведения, равен:

$$F_L = qvB\sin\alpha, \qquad (4.9.4)$$

где α — угол между векторами $\vec{v}$ и $\vec{B}$.

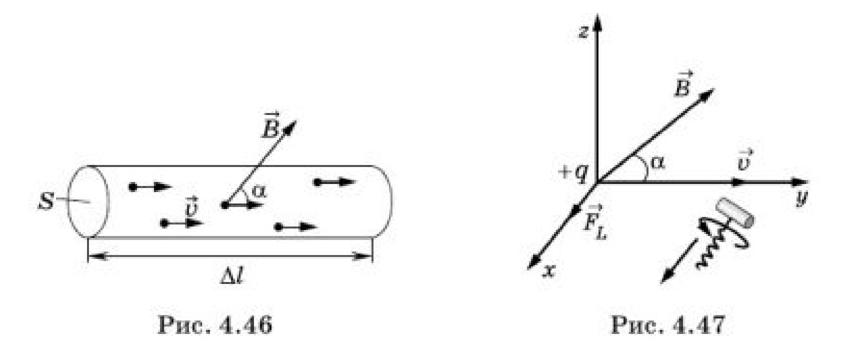


Рис. 4.46 Рис. 4.47



Сила Лоренца перпендикулярна плоскости, содержащей векторы $\vec{v}$ и $\vec{B}$, и направлена для положительно заряженных частиц в сторону поступательного перемещения буравчика при вращении его рукоятки от вектора $\vec{v}$ к вектору $\vec{B}$ (рис. 4.47). В случае движения отрицательно заряженных частиц сила Лоренца направлена в противоположную сторону.

В системе единиц Гаусса сила Лоренца равна:

$$\vec{F}_L = \frac{q}{c}\vec{v} \times \vec{B}. \quad (4.9.5)$$

Электрическое поле действует на заряд q с силой $\vec{F}_э = q\vec{E}$. Следовательно, если есть и электрическое поле и магнитное, то полная сила $\vec{F}$, действующая на движущуюся частицу, равна:

$$\vec{F} = \vec{F}_э + \vec{F}_L. \quad (4.9.6)$$

Часто силой Лоренца называют полную силу (4.9.6). Тогда силу, определяемую формулой (4.9.3), называют магнитной частью силы Лоренца.

Наблюдение действия силы Лоренца

Действие силы Лоренца на движущиеся электроны можно наблюдать, поднося электромагнит (или постоянный магнит) к электронно-лучевой трубке. Меняя ток в электромагните, можно заметить, что отклонение электронного луча растёт с увеличением модуля вектора магнитной индукции $\vec{B}$ поля. При изменении направления тока в электромагните отклонение луча происходит в противоположную сторону.

Зависимость силы Лоренца от угла α между векторами $\vec{v}$ и $\vec{B}$ можно обнаружить, наблюдая смещение электронного луча при изменении угла между осью магнита и осью электронной трубки.

Сила Лоренца не совершает работы

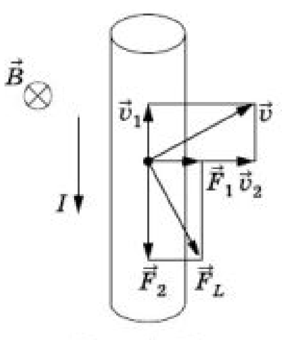


Рис. 4.48

Так как сила Лоренца перпендикулярна скорости частицы, то она не совершает работы. Согласно теореме о кинетической энергии это означает, что *сила Лоренца не меняет кинетическую энергию частицы и, следовательно, модуль её скорости. Под действием силы Лоренца меняется лишь направление движения частицы.*

Возникает естественный вопрос: почему же совершает работу электродвигатель? Ведь проводники обмотки якоря приводятся в движение магнитной силой. Рассмотрим этот вопрос подробнее.

На рисунке 4.48 изображён один из проводников якоря электродвигателя в магнитном поле. Вектор магнитной индукции поля перпендикулярен плоскости чертежа и направлен от нас. По проводнику течёт ток сверху вниз. Электроны движутся снизу вверх со скоростью $\vec{v}_1$ относительно проводника. Сам проводник движется слева направо со скоростью $\vec{v}_2$. Результирующая скорость $\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$ направлена под углом к проводнику. Сила Лоренца $\vec{F}_L$ перпендикулярна скорости $\vec{v}$, и её работа равна нулю. Разложим эту силу на составляющие $\vec{F}_2$ и $\vec{F}_1$, направленные вдоль проводника и перпендикулярно ему:

$$\vec{F}_L = \vec{F}_1 + \vec{F}_2.$$

При этом

$$\vec{F}_1 = q\vec{v}_1 \times \vec{B} \text{ и } \vec{F}_2 = q\vec{v}_2 \times \vec{B}. \qquad (4.9.7)$$

Работа силы Лоренца $\vec{F}_L$ в единицу времени (мощность) равна скалярному произведению $\vec{F}_L \cdot \vec{v}$:

$$N = \vec{F}_L \cdot \vec{v} = (\vec{F}_1 + \vec{F}_2) \cdot (\vec{v}_1 + \vec{v}_2) = \qquad (4.9.8)$$
$$= q\vec{v}_1 \times \vec{B} \cdot \vec{v}_1 + q\vec{v}_1 \times \vec{B} \cdot \vec{v}_2 + q\vec{v}_2 \times \vec{B} \cdot \vec{v}_1 + q\vec{v}_2 \times \vec{B} \cdot \vec{v}_2.$$

Так как $\vec{v}_1 \perp \vec{v}_1 \times \vec{B}$ и $\vec{v}_2 \perp \vec{v}_2 \times \vec{B}$, то первый и последний члены уравнения (4.9.8) равны нулю. Полная работа силы Лоренца в единицу времени (мощность) равна:

$$N = q\vec{v}_1 \times \vec{B} \cdot \vec{v}_2 + q\vec{v}_2 \times \vec{B} \cdot \vec{v}_1 = N_1 + N_2. \qquad (4.9.9)$$

Мощность $N_1 = q\vec{v}_1 \times \vec{B} \cdot \vec{v}_2 = \vec{F}_1 \cdot \vec{v}_2$ положительна, так как векторы $\vec{F}_1$ и $\vec{v}_2$ направлены одинаково (см. рис. 4.48). Так как $\vec{v}_1 \perp \vec{B}$ и $\vec{v}_1 \perp \vec{F}_1$, то

$$N_1 = qBv_1v_2. \qquad (4.9.10)$$

Такую положительную работу совершает в единицу времени магнитное поле по перемещению проводника в целом. Это и есть та работа, которую совершает электродвигатель.

Мощность $N_2 = q\vec{v}_2 \times \vec{B} \cdot \vec{v}_1 = \vec{F}_2 \cdot \vec{v}_1$ отрицательна, так как векторы $\vec{F}_2$ и $\vec{v}_1$ направлены в противоположные стороны. Из-за того что $\vec{v}_1 \perp \vec{B}$ и $\vec{v}_2 \perp \vec{F}_2$,

$$N_2 = -qBv_1v_2. \qquad (4.9.11)$$

Эту отрицательную работу совершает в единицу времени магнитное поле по торможению электронов в проводнике.

Положительная работа силы $\vec{F}_1$ равна по модулю отрицательной работе силы $\vec{F}_2$, и именно потому полная работа силы Лоренца равна нулю.

Электроны движутся в проводнике без торможения за счёт работы источника. Именно источник ЭДС поставляет энергию, необходимую для работы электродвигателя.

На движущуюся заряженную частицу со стороны магнитного поля действует сила Лоренца. Эта сила перпендикулярна скорости и не совершает работы.

? Сила Лоренца не совершает работы, однако электродвигатель совершает работу. Попробуйте разрешить данное противоречие.

§ 4.10. ПРИМЕНЕНИЕ СИЛЫ ЛОРЕНЦА. ЦИКЛИЧЕСКИЙ УСКОРИТЕЛЬ

Действие магнитного поля на движущиеся заряды широко используется в современной технике и играет важную роль в природе. Приведём некоторые примеры.

Движение заряженной частицы в однородном магнитном поле

Наиболее простой случай движения заряженной частицы в магнитном поле — это движение в однородном магнитном поле с магнитной индукцией, перпендикулярной начальной скорости частицы (рис. 4.49). Рассмотрим это движение количественно.

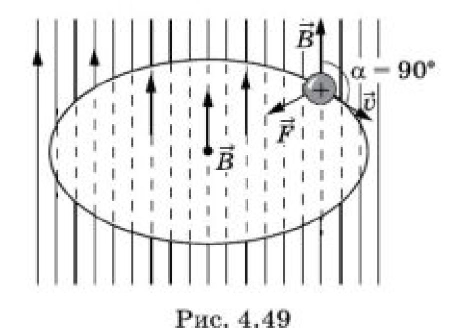


Рис. 4.49

Так как магнитное поле не меняет модуля скорости, то остаётся неизменным и модуль силы Лоренца. Эта сила перпендикулярна скорости и, следовательно, определяет центростремительное ускорение частицы. Неизменность по модулю центростремительного ускорения частицы, движущейся с постоянной по модулю скоростью, означает, что радиус кривизны R плоской траектории частицы постоянен. Частица равномерно движется по окружности радиусом R. Определим этот радиус. Согласно второму закону Ньютона

$$\frac{mv^2}{R} = qvB. \qquad (4.10.1)$$

Отсюда

$$R = \frac{mv}{qB}. \qquad (4.10.2)$$

Следовательно, измерив R при известных v и B, мы можем определить удельный заряд $\frac{q}{m} = \frac{v}{BR}$ различных частиц.

Масс-спектрограф

С помощью магнитного поля можно разделять заряженные частицы по их удельным зарядам. Одновременно можно точно определять массы частиц. Разделение частиц осуществляется в приборах, называемых **масс-спектрографами**.

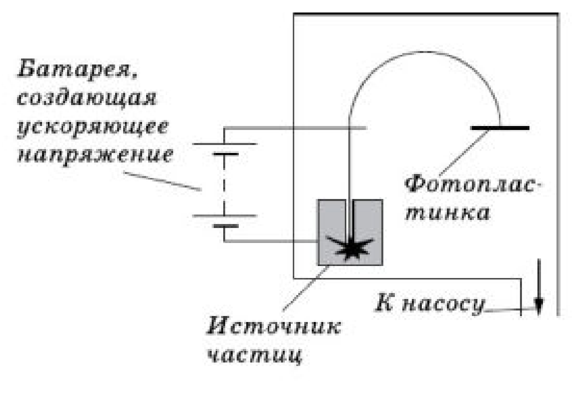


Рис. 4.50

На рисунке 4.50 изображена принципиальная схема простейшего масс-спектрографа. Вакуумная камера прибора помещена в магнитное поле (вектор индукции $\vec{B}$ перпендикулярен рисунку). Ускоренные электрическим полем заряженные частицы (электроны или ионы), описав дугу, попадают на фотопластинку, где оставляют след, позволяющий с большой точностью измерить радиус траектории R. По этому радиусу определяется удельный заряд иона. Зная же заряд иона, легко определить его массу.

Циклотрон

Покажем, используя формулу (4.10.2), что время прохождения данной частицей полуокружности не зависит от радиуса полуокружности и от скорости частицы. В самом деле,

$$\Delta t = \frac{\pi R}{v} = \frac{\pi m}{qB},$$

т. е. Δt зависит только от свойств частицы и индукции поля.

Этот факт используется в циклотроне для ускорения заряженных частиц сравнительно небольшим электрическим полем в течение ряда циклов.

Циклотрон устроен следующим образом. Два электрода специальной формы — дуанты (напоминают полый цилиндр с крышками, разрезанный вдоль оси) находятся в камере, где поддерживается вакуум (рис. 4.51). Дуанты помещают между полюсами сильного магнита, и к ним подводится переменная разность потенциалов. В центре камеры между дуантами располагают источник заряженных частиц. В тот момент, когда между дуантами существует высокая разность

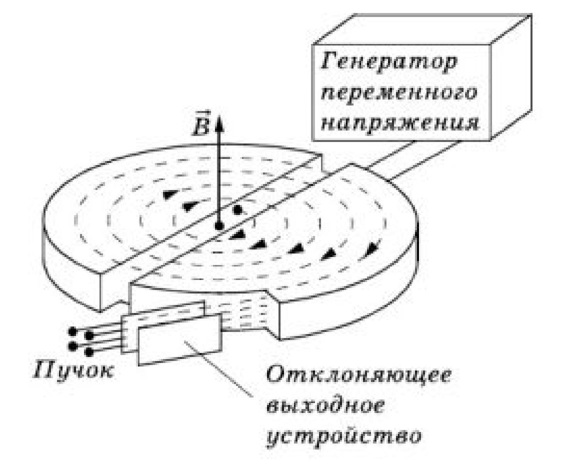


Рис. 4.51

потенциалов, электрическое поле в промежутке между ними ускоряет заряженные частицы.

Ускоренные частицы влетают во внутреннюю часть дуанта, где электрическое поле практически отсутствует. Двигаясь под действием силы Лоренца по окружности, заряженные частицы через половину оборота снова появляются в щели между дуантами. Те из частиц, которые двигались с подходящей скоростью, пройдут через щель как раз в тот момент (через половину периода изменения приложенного к дуантам напряжения), когда там электрическое поле успеет сменить своё направление на противоположное. Такие частицы снова ускоряются, описывают внутри другого дуанта полуокружность ещё большего радиуса и снова в надлежащий момент подходят к ускоряющему промежутку и т. д.; но время прохождения полуокружности остаётся неизменным, так как оно не зависит от скорости частицы. Остальные частицы ускоряются плохо или совсем не ускоряются. «Благоприятные» частицы описывают внутри циклотрона длинную многовитковую спираль, состоящую из полуокружностей. С помощью циклотронов протоны (ядра атома водорода) ускоряются до энергий в 10—20 млн эВ.

Циклотроны и другие более мощные ускорители частиц находят широкое применение в ядерной физике и физике элементарных частиц. Изучая столкновения ускоренных частиц с частицами мишени, физики получают возможность исследовать строение микрочастиц, действующие между ними силы, взаимные превращения элементарных частиц. Об этом будет рассказано в дальнейшем.



Рис. 4.52

Ещё одно из применений силы Лоренца, наверное, вам известно. Это перемещение электронного луча по экрану телевизионных трубок (примерно до 1990-х годов использовались телевизоры исключительно на основе электронно-лучевой трубки) с помощью магнитного поля, создаваемого особыми катушками (рис. 4.52).

Магнитный щит Земли

Магнитное поле Земли оказывает существенное влияние на поток заряженных частиц из космоса (космические лучи). Оно образует третий «защитный пояс» наряду с атмосферой и ионосферой. Магнитное поле не подпускает к Земле потоки космических частиц, если только их энергия не слишком велика. Лишь в области магнитных полюсов эти частицы беспрепятственно могут вторгаться в атмосферу. На большой высоте магнитное поле невелико, но захватывает громадные области пространства. Действуя на заряженную частицу длительное время, оно существенно изменяет её траекторию. Вместо прямой линии получается спираль, навивающаяся на линии индукции поля (рис. 4.53). Иногда, правда, если скорость частицы велика, то она не успевает сделать даже одного витка и тогда можно говорить лишь об искривлении траектории.

На летящую вдоль линии индукции частицу сила Лоренца не действует. Вот почему частицы свободно могут приближаться к полюсам, откуда веером расходятся линии магнитной индукции.

Кроме того, магнитное поле Земли удерживает на большой высоте заряженные частицы не слишком больших энергий. Эти ореолы частиц, окружающих земной шар, называются *радиационными поясами*.

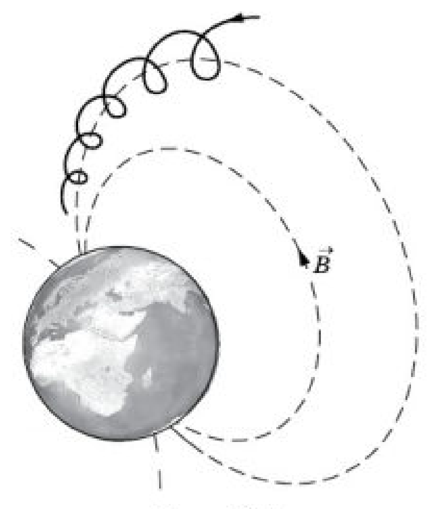


Рис. 4.53

Большое влияние оказывает магнитное поле на движение заряженных частиц в космическом пространстве, частиц на поверхности Солнца и других звёзд.

Сила Лоренца используется для расчёта движения заряженных частиц в околоземном пространстве, в кинескопах телевизоров, ускорителях элементарных частиц и во многих других устройствах.

? Магнитное поле действует только на движущиеся заряды. Поэтому в системе отсчёта, движущейся вместе с электронами проводника, магнитная сила на электроны действовать не будет. Как же с точки зрения этой системы отсчёта объяснить появление силы, действующей на проводник?

§ 4.11. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

При решении задач по теме «Магнитное поле тока» надо уметь применять закон Био—Савара—Лапласа (4.7.8), закон Ампера (4.7.9), выражения для силы взаимодействия двух параллельных токов (4.6.3) и силы Лоренца (4.9.4). Надо также знать формулу (4.3.1), определяющую модуль магнитной индукции, принцип суперпозиции магнитных полей (4.3.2), формулу для магнитной индукции поля прямого тока (4.7.10), значение магнитной постоянной (4.7.6).

Необходимо уметь, используя векторную запись законов Ампера и Био—Савара—Лапласа, определять направление

силы, действующей на элемент проводника с током, при заданных направлениях тока и магнитной индукции, и направление магнитной индукции, созданной элементом тока. Нужно уметь также определять направление силы Лоренца.

Задача 1

Сила тока в кольце радиусом R равна I. Определите индукцию магнитного поля в произвольной точке, лежащей на перпендикуляре, восставленном к плоскости кольца из его центра.

Решение. Пусть OA — перпендикуляр к плоскости кольца, проходящий через его центр O (рис. 4.54, *а*). Определим магнитную индукцию в точке A, отстоящей на расстоянии d от контура ($OA = d$). Расстояние элементов тока кольца $\Delta\vec{l}$ от точки A обозначим через r.

Согласно закону Био—Савара—Лапласа (4.5.4) элемент тока $\Delta\vec{l}$ создаёт в точке A магнитную индукцию

$$\Delta\vec{B} = k_1 \frac{I\Delta\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}. \qquad (4.11.1)$$

Так как $\vec{r} = \vec{R} + \vec{d}$ (см. рис. 4.54, *а*), то

$$\Delta\vec{B} = k_1 \frac{I}{r^3} (\Delta\vec{l} \times \vec{R} + \Delta\vec{l} \times \vec{d}). \qquad (4.11.2)$$

Для нахождения индукции $\vec{B}$ магнитного поля, созданного кольцом с током, надо просуммировать векторы $\Delta\vec{B}_i$, создаваемые отдельными элементами тока $\Delta\vec{l}_i$:

$$\vec{B} = \sum_i \Delta\vec{B}_i = k_1 \frac{I}{r^3} (\sum_i \Delta\vec{l}_i \times \vec{R} + \sum_i \Delta\vec{l}_i \times \vec{d}). \qquad (4.11.3)$$

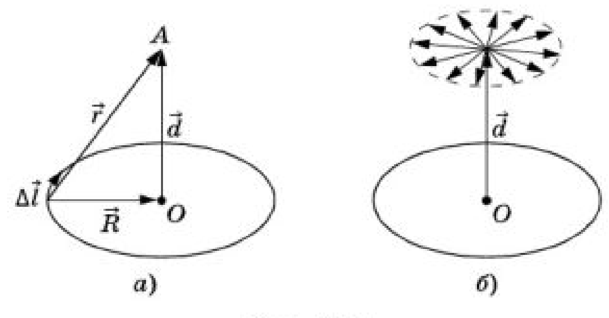


Рис. 4.54

Все векторы $\Delta\vec{l}_i \times \vec{R}$ направлены вниз, поэтому их сумма находится простым сложением:

$$\left|\sum_i \Delta\vec{l}_i \times \vec{R}\right| = 2\pi R \cdot R = 2\pi R^2. \qquad (4.11.4)$$

При нахождении суммы $\sum_i \Delta\vec{l}_i \times \vec{d}$ приходится складывать равные по модулю, но радиально расходящиеся векторы (рис. 4.54, *б*). Сумма таких векторов равна нулю:

$$\sum_i \Delta\vec{l}_i \times \vec{d} = 0. \qquad (4.11.5)$$

Подставляя значения (4.11.4) и (4.11.5) в выражение (4.11.3), получим:

$$B = k_1 \frac{I}{r^3} \cdot 2\pi R^2. \qquad (4.11.6)$$

Так как $k_1 = \frac{\mu_0}{4\pi}$, а $r = (R^2 + d^2)^{1/2}$, то

$$B = \frac{\mu_0 R^2 I}{2(R^2 + d^2)^{3/2}}.$$

Задача 2

Вдоль клина с углом α при основании проложены рельсы, расстояние между которыми l. По рельсам с трением (коэффициент трения равен μ) скользит проводящий брусок массой m. Какой ток I следует пропустить через брусок, чтобы он не скользил вниз, если вся система находится в магнитном поле, индукция $\vec{B}$ которого направлена вертикально?

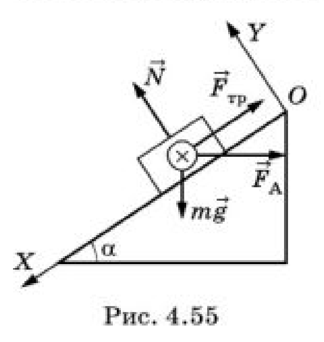


Рис. 4.55

Решение. На брусок действуют сила тяжести $m\vec{g}$, сила реакции рельсов $\vec{N}$, сила трения $\vec{F}_{тр}$. При создании тока через брусок добавляется сила Ампера $\vec{F}_A$ (рис. 4.55). Брусок не будет скользить вниз, если

$$F_{тр} + F_A \cos\alpha \geqslant mg \sin\alpha.$$

$$F_{тр} = \mu N_1, \text{ где } N_1 = mg\cos\alpha + F_A \sin\alpha.$$

Следовательно,

$$\mu mg\cos\alpha + \mu F_A \sin\alpha + F_A \cos\alpha \geqslant mg\sin\alpha.$$

Отсюда

$$F_A \geqslant \frac{mg(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)}{\mu\sin\alpha + \cos\alpha}.$$

Поскольку $F_A = BIl$, то

$$I \geqslant \frac{mg}{Bl} \cdot \frac{\sin\alpha - \mu\cos\alpha}{\mu\sin\alpha + \cos\alpha}.$$

Проанализируйте самостоятельно, при какой силе тока брусок не будет скользить вверх.

Задача 3

Альфа-частица (заряд $q = 3{,}2 \cdot 10^{-19}$ Кл, масса $m = 6{,}7 \times 10^{-27}$ кг) начинает двигаться со скоростью $v = 4000$ км/с в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0{,}15$ Тл. Начальная скорость частицы составляет с вектором $\vec{B}$ угол $\alpha = 60°$. Покажите, что траектория α-частицы представляет собой винтовую линию. Каковы радиус и шаг этой винтовой линии?

Решение. Вектор $\vec{v}$ скорости α-частицы можно представить как сумму двух векторов, из которых $\vec{v}_1 \perp \vec{B}$, а $\vec{v}_2 \parallel \vec{B}$ (рис. 4.56). Вектор $\vec{v}_2$ не меняется ни по модулю, ни по направлению, так как сила Лоренца не действует на частицу, имеющую скорость вдоль поля (вдоль вектора $\vec{B}$). Вектор $\vec{v}_1$ меняется по направлению, так как на α-частицу действует сила Лоренца, постоянная по модулю и перпендикулярная скорости $\vec{v}_1$. Эта сила сообщает α-частице постоянное по модулю ускорение, тоже перпендикулярное вектору $\vec{v}_1$. Но движение с постоянной по модулю скоростью и ускорением, перпендикулярным этой скорости, есть равномерное движение по окружности.

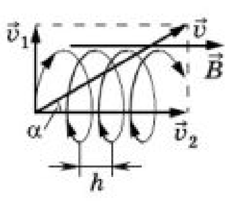


Рис. 4.56

Таким образом, на равномерное движение вдоль линии индукции накладывается движение по окружности в плоскости, перпендикулярной вектору $\vec{B}$. А это значит, что частица движется по винтовой линии с шагом $h = v_2\tau$, где τ — время одного оборота α-частицы по окружности, радиус которой, согласно формуле (4.10.2), равен:

$$R = \frac{mv_1}{qB} = \frac{mv}{qB}\sin\alpha = 0{,}48 \text{ м}.$$

Так как

$$\tau = \frac{2\pi R}{v_1} = \frac{2\pi m}{Bq}, \text{ а } v_2 = v\cos\alpha, \text{ то}$$

$$h = \frac{2\pi m v}{Bq}\cos\alpha = 1{,}7 \text{ м}.$$

Задача 4

Незаряженный металлический брусок представляет собой прямоугольный параллелепипед с ребрами a, b, c ($a \gg c$; $b \gg c$). Брусок движется в магнитном поле в направлении, параллельном ребру a, со скоростью $\vec{v}$. Индукция магнитного поля $\vec{B}$ перпендикулярна основанию бруска со сторонами a и c (рис. 4.57). Определите напряжённость электрического поля в бруске и плотность электрических зарядов на боковых гранях параллелепипеда, образованных рёбрами c и b.

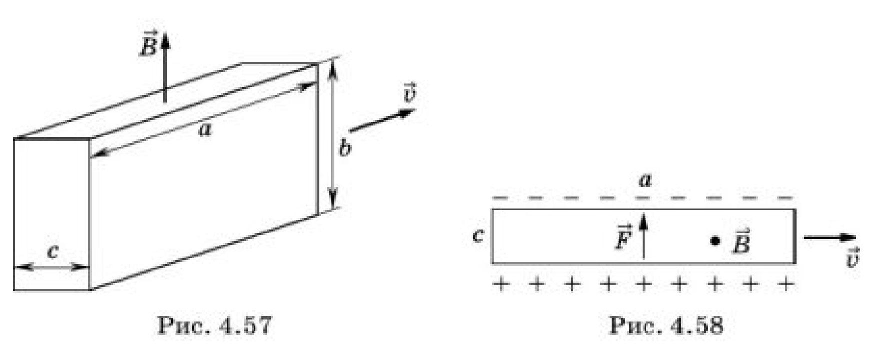


Рис. 4.57

Рис. 4.58

Решение. Сила Лоренца действует на свободные электроны, так как они движутся вместе с бруском в магнитном поле. Эта сила ($\vec{F}$) направлена, как показано на рисунке 4.58. Электроны относительно решётки смещаются, и одна грань параллелепипеда заряжается отрицательно, а другая — положительно. В бруске возникает электрическое поле. Когда кулоновская сила уравновесится силой Лоренца ($eE = Bev$), то перемещение электронов относительно решётки прекратится. Искомая напряжённость $E = Bv$.

Плотность зарядов σ находим из соотношения $E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$. Следовательно,

$$\sigma = \varepsilon_0 B v.$$

Задача 5

Используя формулу $B = \mu_0 \frac{I}{2\pi d}$, покажите, что циркуляция вектора магнитной индукции вдоль контура, охватывающего проводник с током, равна произведению магнитной постоянной μ_0 на силу тока I в проводнике.

Циркуляцией вектора магнитной индукции вдоль замкнутого контура называется сумма

$$\sum_i \vec{B}_i \cdot \Delta \vec{l}_i,$$

где $\Delta \vec{l}_i$ — элемент контура, а $\vec{B}_i$ — вектор магнитной индукции в соответствующей точке контура (рис. 4.59).

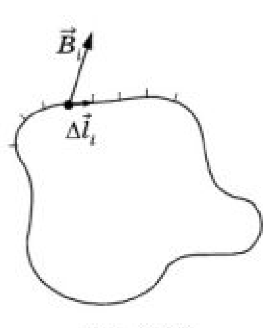


Рис. 4.59

Решение. Выберем замкнутый контур в виде окружности радиусом d, через центр которой проходит перпендикулярно плоскости окружности данный проводник. Тогда индукция во всех точках контура одинакова по модулю и направлена по касательной к окружности. Это ясно из соображений симметрии и вытекает из закона Био—Савара—Лапласа. Поэтому скалярные произведения $\vec{B}_i \cdot \Delta \vec{l}_i$ равны $B \Delta l_i$ и

$$\sum_i \vec{B}_i \cdot \Delta \vec{l}_i = B \sum_i \Delta \vec{l}_i = B \cdot 2\pi d.$$

Учитывая, что

$$B = \mu_0 \frac{I}{2\pi d},$$

окончательно получим:

$$\sum_i \vec{B}_i \cdot \Delta \vec{l}_i = \mu_0 I. \qquad (4.11.7)$$

Можно доказать, что в самом общем случае циркуляция вектора индукции магнитного поля по замкнутому контуру равна магнитной постоянной μ_0, умноженной на алгебраическую сумму сил токов, охватываемых этим контуром:

$$\sum_i \vec{B}_i \cdot \Delta \vec{l}_i = \mu_0 \sum_{n=1}^{N} I_n. \qquad (4.11.8)$$

Эта формула является математическим выражением теоремы о циркуляции вектора магнитной индукции.

Знак силы тока I_n определяется по ранее установленным правилам (см. гл. 2). Положительное направление тока связывают с направлением обхода контура правилом правого винта (буравчика).

Каждый ток считается столько раз, сколько раз он охватывается контуром. Для системы токов, изображённых на рисунке 4.60,

$$\sum_n I_n = I_1 + 2I_2 + 0 \cdot I_3 - I_4.$$

Задача 6

Вычислите индукцию магнитного поля: а) внутри кольцевой катушки с током; б) внутри цилиндрической катушки.

Решение. а) На рисунке 4.61 изображена кольцевая катушка (тороид), имеющая w витков, которые распределены равномерно. Проведём контур в виде окружности радиусом R, совпадающей со средней линией магнитной индукции катушки ($R_2 < R < R_1$). Запишем для этого контура теорему о циркуляции вектора магнитной индукции:

$$\sum_i \vec{B}_i \cdot \Delta\vec{l}_i = \mu_0 \sum_n I_n,$$

при этом

$$\sum_i \vec{B}_i \cdot \Delta\vec{l}_i = B \cdot 2\pi R = Bl, \text{ а } \sum_n I_n = Iw,$$

где I — сила тока в катушке.

Тогда

$$Bl = \mu_0 Iw,$$

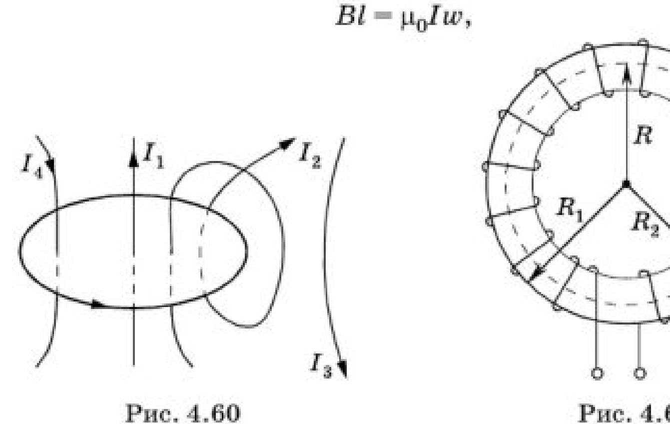


Рис. 4.60

Рис. 4.61

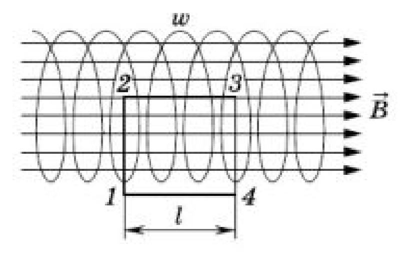


Рис. 4.62

откуда

$$B = \mu_0 \frac{Iw}{l}. \qquad (4.11.9)$$

б) На рисунке 4.62 изображена цилиндрическая катушка (соленоид), длина L которой во много раз больше диаметра D его витков. Такой соленоид можно практически считать бесконечно длинным. Магнитное поле такого соленоида целиком сосредоточено внутри него. Вне соленоида $\vec{B} = 0$. Внутри соленоида поле однородно и линии индукции параллельны его оси.

Для вычисления магнитной индукции внутри соленоида выделим на оси участок длиной l, на котором расположено w витков, и проведём контур *1—2—3—4—1* (см. рис. 4.62).

Применяя теорему о циркуляции к этому контуру, получим:

$$\sum_1^2 \vec{B}_i \cdot \Delta\vec{l}_i + \sum_2^3 \vec{B}_i \cdot \Delta\vec{l}_i + \sum_3^4 \vec{B}_i \cdot \Delta\vec{l}_i + \sum_4^1 \vec{B}_i \cdot \Delta\vec{l}_i = \mu_0 Iw.$$

На участках *1—2* и *3—4* элементы контура перпендикулярны линиям индукции, поэтому первое и третье слагаемые равны нулю. На участке *4—1* $\vec{B} = 0$, следовательно, и четвёртое слагаемое тоже равно нулю. Остаётся второе слагаемое

$$\sum_2^3 \vec{B}_i \cdot \Delta\vec{l}_i = B\sum_2^3 \Delta\vec{l}_i = Bl.$$

Следовательно,

$$Bl = \mu_0 Iw.$$

Отсюда

$$B = \frac{\mu_0 Iw}{l}. \qquad (4.11.10)$$

Формула (4.11.10) справедлива для достаточно длинного соленоида ($D \ll L$) вдали от его краёв. При приближении

к концам соленоида линии индукции начинают расходиться и значение модуля вектора $\vec{B}$ уменьшается.

Упражнение 8

1. Проволочное кольцо с током находится в однородном магнитном поле, индукция которого $B = 0{,}01$ Тл. Сила тока в кольце $I = 0{,}5$ А. Радиус кольца $R = 2$ см. Какой максимальный момент сил может действовать на кольцо со стороны магнитного поля?

2. По контуру в виде окружности радиусом R течёт ток. Определите индукцию магнитного поля в центре этой окружности, если сила тока равна I.

3. По бесконечно длинному проводнику ABC, изогнутому под прямым углом (рис. 4.63), течёт ток I. Во сколько раз изменится индукция магнитного поля в точке M, если в точке B присоединить бесконечно длинный прямой провод BD так, чтобы ток I разветвлялся в точке B на две равные части, а ток в проводнике AB оставался прежним?

4. По проводнику, расположенному в одной плоскости (рис. 4.64), течёт ток. Найдите индукцию магнитного поля в произвольной точке линии AB, являющейся осью симметрии проводника.

5. Шины постоянного тока расположены на расстоянии $a = 200$ мм друг от друга. Определите индукцию магнитного поля в точках, находящихся на середине расстояния между шинами, если сила тока в них по модулю одинакова и равна $I = 500$ А. Рассмотрите случаи, когда токи: а) сонаправлены; б) противоположно направлены.

6. Медный проводник кругового сечения диаметром $D = 2$ мм свободно лежит на двух опорах (рис. 4.65), служа-

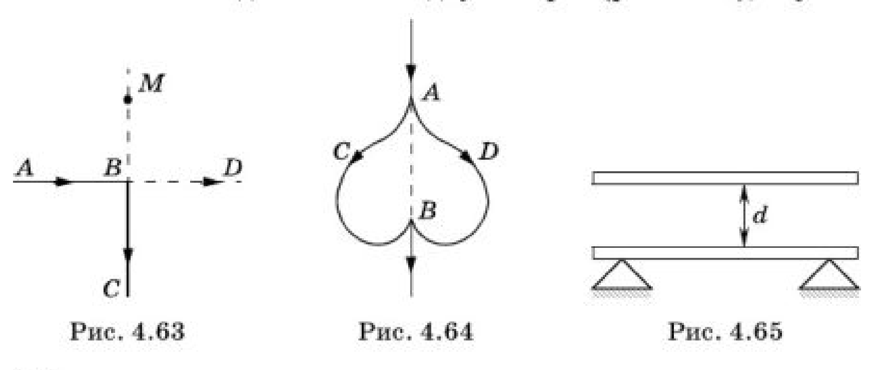


Рис. 4.63 Рис. 4.64 Рис. 4.65

щих одновременно контактными поверхностями, через которые он включён в цепь источника тока с ЭДС $\mathcal{E}$ = 12 В. Сопротивление цепи (включая и проводник) R = 0,24 Ом. Какой ток I следует пропустить через другой проводник, расположенный параллельно над первым в одной вертикальной с ним плоскости для того, чтобы первый проводник приподнялся? Расстояние между проводниками d = 20 мм. Плотность меди ρ = 8900 кг/м^3.

7. Под длинной горизонтальной шиной на двух одинаковых пружинах (жёсткость каждой равна k) подвешен провод длиной l. Когда в шине и проводе токи отсутствуют, расстояние между ними равно h. Найдите расстояние между шиной и проводом, если по шине течёт ток I, а по проводу — i. Провод не может выйти из вертикальной плоскости.

8. В однородном магнитном поле на тонких вертикальных проволочках одинаковой длины горизонтально подвешен прямолинейный проводник массой m = 10 г и длиной l = 30 см. Индукция поля B = 0,25 Тл и направлена вертикально. Сила тока в проводнике I = 2 А. На какой угол α от вертикали отклоняются проволочки, поддерживающие проводник? Массами проволочек пренебречь.

9. Квадратная рамка с током помещена в однородное магнитное поле, индукция которого направлена вертикально. Рамка может вращаться вокруг горизонтальной стороны. Когда сила тока в рамке I = 5 А, рамка отклоняется от вертикальной плоскости на угол $\alpha = 30°$. Площадь сечения проволоки рамки S = 4 мм^2, а плотность материала провода $\rho = 8{,}6 \cdot 10^3$ кг/м^3. Определите индукцию магнитного поля.

10. Определите силу, с которой действует бесконечно длинный прямой провод на прямоугольный контур, расположенный в плоскости провода (рис. 4.66). Сила тока в проводе I, а в контуре — I_1. Стороны контура AD и BC имеют длину a и расположены параллельно проводу. Расстояние от AD до провода равно x. Длина сторон $AB = DC = h$. Направления токов указаны на рисунке стрелками.

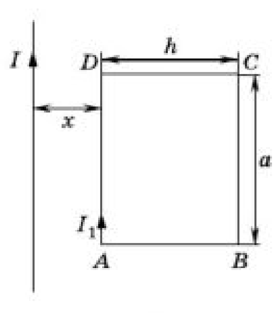


Рис. 4.66

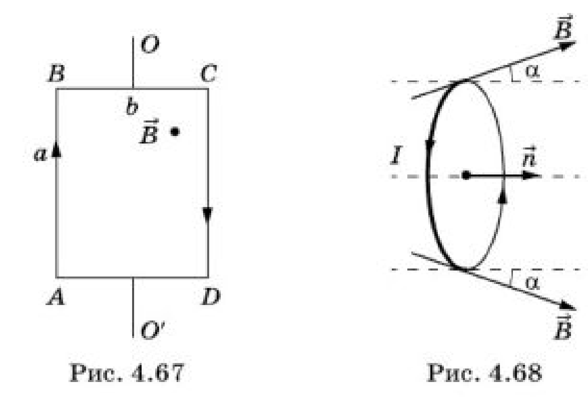


Рис. 4.67 Рис. 4.68

11. Прямоугольный контур $ABCD$, стороны которого имеют длину a и b, находится в однородном магнитном поле с индукцией $\vec{B}$ и может вращаться вокруг оси OO' (рис. 4.67). По контуру течёт ток I. Определите работу, совершённую магнитным полем при повороте контура на 180°, если вначале плоскость контура была перпендикулярна вектору индукции магнитного поля (см. рис. 4.67).

12. Проволочное кольцо радиусом R находится в неоднородном магнитном поле, линии индукции которого в точках пересечения с кольцом образуют угол $\alpha = 10°$ с нормалью к плоскости кольца (рис. 4.68). Индукция магнитного поля, действующего на кольцо, равна B. По кольцу течёт ток I. С какой силой магнитное поле действует на кольцо?

13. Горизонтальные рельсы находятся на расстоянии l друг от друга. Перпендикулярно рельсам лежит стержень, масса которого m. По стержню течёт ток I. Коэффициент трения стержня о рельсы μ. При каком минимальном значении индукции магнитного поля $\vec{B}$ стержень начнёт двигаться? Какой угол α с вертикалью будет составлять при этом вектор $\vec{B}$?

14. Электрон влетает в плоский горизонтальный конденсатор параллельно его пластинам со скоростью $\upsilon_0 = 2 \cdot 10^7$ м/с. Длина конденсатора $l = 10$ см, напряжённость электрического поля конденсатора $E = 200$ В/см. При вылете из конденсатора электрон попадает в магнитное поле, линии индукции которого перпендикулярны силовым линиям электрического поля. Индукция

магнитного поля $B = 2 \cdot 10^{-2}$ Тл. Найдите радиус винтовой траектории электрона в магнитном поле.

15. Электрон движется в однородном магнитном поле с индукцией $B = 4$ мТл перпендикулярно линиям индукции. Найдите частоту n обращения электрона. Удельный заряд электрона равен $\frac{e}{m} = 1{,}76 \cdot 10^{11}$ Кл/кг.

16. В пространстве, где существуют одновременно однородные и постоянные электрическое и магнитное поля, по прямолинейной траектории со скоростью $\vec{v}$ движется протон. Известно, что напряжённость электрического поля равна $\vec{E}$. Какова индукция $\vec{B}$ магнитного поля?

17. По металлической ленте шириной $MN = a$ течёт ток I. Лента помещена в магнитное поле, индукция которого равна B и перпендикулярна ленте (рис. 4.69). Определите разность потенциалов между точками M и N ленты. Площадь поперечного сечения ленты S, а концентрация свободных электронов в ней n.

18. Сила тока в проволочном кольце радиусом R, подвешенном на двух гибких проводниках, равна I. Линии индукции горизонтальны. С какой силой растянуто кольцо, если модуль магнитной индукции равен B?

19. В центре длинного соленоида находится короткая катушка, состоящая из w_1 витков и имеющая площадь поперечного сечения S. Ось этой катушки перпендикулярна оси длинного соленоида и направлена вертикально. Внутренняя катушка укреплена на одном конце коромысла весов, которые в отсутствие тока находятся в равновесии. Когда через обе катушки пропускают один и тот же ток I, то для уравновешивания весов на правое плечо коромысла (рис. 4.70) приходится добавить груз мас-

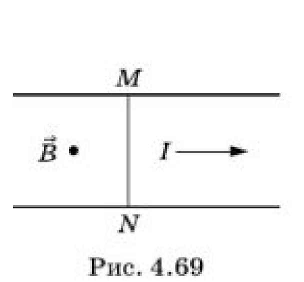


Рис. 4.69

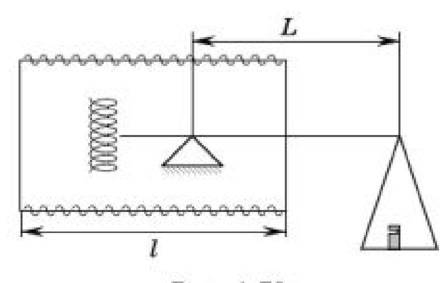


Рис. 4.70

сой m. Длина правого плеча коромысла L. Определите силу тока, если соленоид имеет длину l и состоит из w_2 витков.

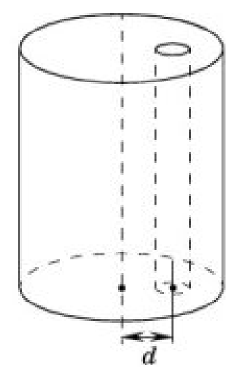


Рис. 4.71

20. Определите индукцию $\vec{B}$ магнитного поля в произвольной точке внутри длинного толстого прямого проводника (радиус окружности сечения R). По проводнику течёт ток плотностью j.

21. Определите индукцию магнитного поля в произвольной точке внутри длинной цилиндрической полости, вырезанной параллельно оси проводника (рис. 4.71). По проводнику течёт ток плотностью j. Расстояние между осями проводника и полости равно d.

22. По бесконечной прямолинейной тонкостенной трубе течёт ток I. Определите индукцию магнитного поля в произвольной точке внутри трубы.

---

1. Объясните причину несовпадения географических и магнитных полюсов Земли.
2. Подготовьте доклад «Открытие закона Био—Савара—Лапласа: экспериментальный или теоретический закон».
3. Каким образом используются масс-спектрографы в молекулярной биологии (ответ представьте в виде презентации)?
4. Подготовьте дискуссию «Большой адронный коллайдер (БАК): экономический проект, технологический проект, научный проект».
5. Подготовьте доклад «Радиационные пояса планет».

Глава 5

ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ

До сих пор мы рассматривали электрические и магнитные поля, не изменяющиеся с течением времени. Было выяснено, что электростатическое поле создаётся неподвижными заряженными частицами, а магнитное поле — движущимися, т. е. электрическим током. Перейдём к знакомству с электрическим и магнитным полями, которые меняются со временем.
Самый важный факт, который удалось обнаружить, — это теснейшая взаимосвязь между электрическим и магнитным полями. Изменяющееся во времени магнитное поле порождает электрическое поле, а изменяющееся электрическое поле порождает магнитное. Без этой связи между полями разнообразие проявлений электромагнитных сил не было бы столь обширным, какое оно есть на самом деле. Не существовало бы ни радиоволн, ни света.

§ 5.1. ОТКРЫТИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ИНДУКЦИИ

В 1821 г. Майкл Фарадей записал в своём дневнике: «Превратить магнетизм в электричество». Через 10 лет эта задача была им решена.

Открытие Фарадея

Не случайно первый и самый важный шаг в открытии новых свойств электромагнитных взаимодействий был сделан основоположником представлений об электромагнитном

поле — Фарадеем. Фарадей был уверен в единой природе электрических и магнитных явлений. Вскоре после открытия Эрстеда он писал: «...представляется весьма необычным, чтобы, с одной стороны, всякий электрический ток сопровождался магнитным действием соответствующей интенсивности, направленным под прямым углом к току, и чтобы в то же время в хороших проводниках электричества, помещённых в сферу этого действия, совсем не индуцировался ток, не возникало какое-либо ощутимое действие, эквивалентное по силе такому току». Упорный труд в течение десяти лет и вера в успех привели Фарадея к открытию, которое впоследствии легло в основу устройства генераторов всех электростанций мира, превращающих механическую энергию в энергию электрического тока. (Источники, работающие на других принципах: гальванические элементы, аккумуляторы, термо- и фотоэлементы, — дают ничтожную долю вырабатываемой электрической энергии.)

Долгое время взаимосвязь электрических и магнитных явлений обнаружить не удавалось. Трудно было додуматься до главного: только меняющееся во времени магнитное поле может возбудить электрический ток в неподвижной катушке или же сама катушка должна двигаться в магнитном поле.



Открытие электромагнитной индукции, как назвал Фарадей это явление, было сделано 29 августа 1831 г. Редкий случай, когда столь точно известна дата нового замечательного открытия. Вот краткое описание первого опыта, данное самим Фарадеем.

«На широкую деревянную катушку была намотана медная проволока длиной в 203 фута[1], и между витками её намотана проволока такой же длины, но изолированная от первой хлопчатобумажной нитью. Одна из этих спиралей была соединена с гальванометром, а другая — с сильной батареей, состоящей из 100 пар пластин... При замыкании цепи удалось заметить внезапное, но чрезвычайно слабое действие на гальванометр, и то же самое замечалось при прекращении тока. При непрерывном же прохождении тока через одну из спиралей не удавалось отметить ни действия на гальванометр, ни вообще какого-либо индукционного действия на другую спираль, несмотря на то что нагревание всей спирали, соединённой с батареей, и яркость искры, проскакивающей между углями, свидетельствовали о мощности батареи».

[1] Фут равен 304,8 мм.

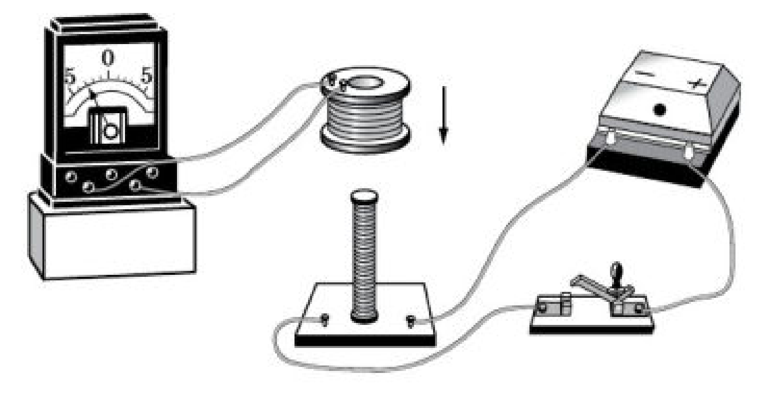


Рис. 5.1

Итак, первоначально была открыта индукция в неподвижных друг относительно друга проводниках при замыкании и размыкании цепи. Затем, ясно понимая, что сближение или удаление проводников с током должно приводить к тому же результату, что и замыкание и размыкание цепи, Фарадей с помощью опытов доказал, что ток возникает при перемещении катушек относительно друг друга (рис. 5.1). Знакомый с трудами Ампера, Фарадей понимал, что магнит — это совокупность маленьких токов, циркулирующих в молекулах. 17 октября, как зарегистрировано в его лабораторном журнале, был обнаружен индукционный ток в катушке во время вдвигания (или выдвигания) магнита (рис. 5.2). В течение одного месяца Фарадей опытным путем открыл все существенные особенности явления электромагнитной индукции. Оставалось только придать закону строгую количественную форму и полностью вскрыть физическую природу явления.

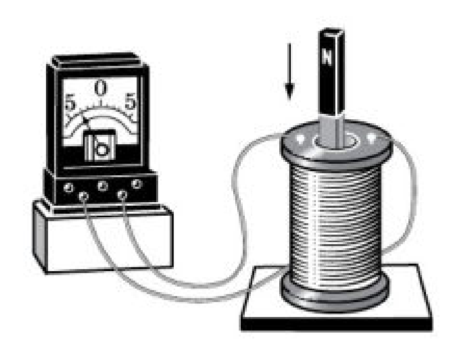


Рис. 5.2

Уже сам Фарадей уловил то общее, от чего зависит появление индукционного тока в опытах, которые внешне выглядят по-разному.

В замкнутом проводящем контуре возникает ток при изменении числа линий магнитной индукции, пронизывающих поверхность, ограниченную этим контуром. И чем быстрее меняется число линий магнитной индукции, тем больше возникающий ток. При этом причина изменения числа линий магнитной индукции совершенно безразлична. Это может быть и изменение числа линий магнитной индукции, пронизывающих неподвижный проводник вследствие изменения силы тока в соседней катушке, и изменение числа линий вследствие движения контура в неоднородном магнитном поле, густота линий которого меняется в пространстве (рис. 5.3).

Фарадей не только открыл явление, но и первым сконструировал несовершенную пока ещё модель генератора электрического тока, превращающего механическую энергию вращения в ток. Это был массивный медный диск, вращающийся между полюсами сильного магнита (рис. 5.4). Присоединив ось и край диска к гальванометру, Фарадей обнаружил отклонение стрелки. Ток был, правда, слаб, но найденный принцип позволил впоследствии построить мощные генераторы. Без них электричество и по сей день было бы мало кому доступной роскошью.

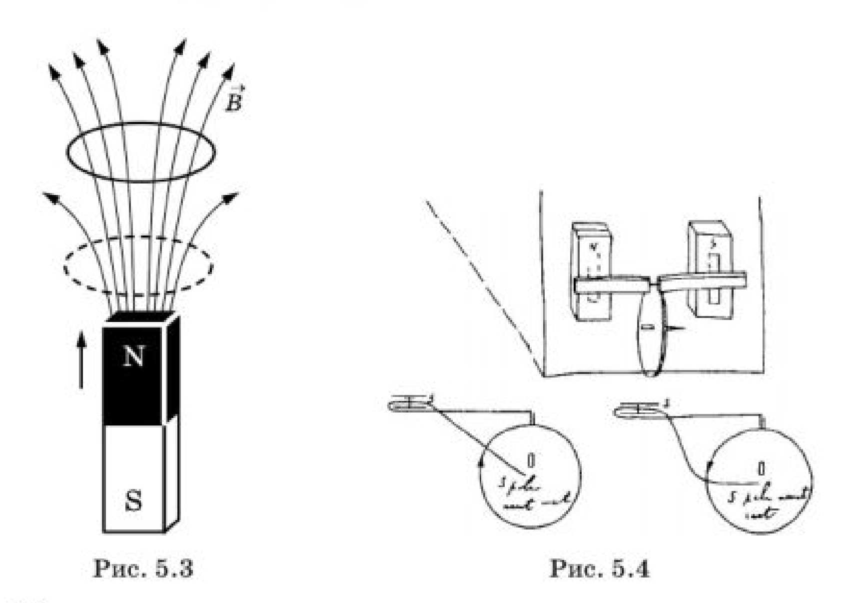


Рис. 5.3 Рис. 5.4

В проводящем замкнутом контуре возникает электрический ток, если контур находится в переменном магнитном поле или движется в постоянном во времени поле так, что число линий магнитной индукции, пронизывающих контур, меняется. Это явление называется электромагнитной индукцией.

? Каким образом Фарадей открыл явление электромагнитной индукции (ответ представьте в виде структурно-логической схемы, в которой необходимо отразить гипотезы, их экспериментальную проверку, выводы)?

§ 5.2. ПРАВИЛО ЛЕНЦА

Выясним важный вопрос о направлении индукционного тока.

Направление индукционного тока и сохранение энергии

Индукционный ток, возникший в проводнике, немедленно начинает взаимодействовать с породившим его током или магнитом. Если магнит (или катушку с током) приближать к замкнутому проводнику, то появляющийся индукционный ток своим магнитным полем обязательно отталкивает магнит (катушку). Для сближения магнита и катушки нужно совершить работу. При удалении магнита возникает притяжение. Это правило выполняется неукоснительно. Представьте себе, что дело обстояло бы иначе: вы подтолкнули магнит к катушке, и он сам собой устремился бы внутрь неё. При этом нарушился бы закон сохранения энергии. Ведь механическая энергия магнита увеличилась бы и одновременно возникал бы ток, что само по себе требует затраты энергии, ибо ток тоже может совершать работу. Природа мудро распорядилась направлением индукционного тока, с тем чтобы запасы энергии не изменялись. Индуцированный в якоре генератора электрический ток, взаимодействуя с магнитным полем статора, тормозит вращение якоря. Только поэтому для вращения якоря нужно совершать работу тем большую, чем больше сила тока. За счёт этой работы и возникает индукционный ток.

Интересно отметить, что если бы магнитное поле нашей планеты было очень большим и сильно неоднородным, то быстрые движения проводящих тел на её поверхности

и в атмосфере были бы невозможны из-за интенсивного взаимодействия индуцированного в теле тока с этим полем. Тела двигались бы как в плотной вязкой среде и при этом сильно разогревались бы. Ни самолеты, ни ракеты не могли бы летать. Человек не мог бы быстро двигать ни руками, ни ногами, так как человеческое тело — неплохой проводник.

Если катушка, в которой наводится ток, неподвижна относительно соседней катушки с переменным током, как, например, у трансформатора, то и в этом случае направление индукционного тока диктуется законом сохранения энергии. Этот ток всегда направлен так, что созданное им магнитное поле стремится уменьшить изменения тока в первичной обмотке.

Правило Ленца

Отталкивание или притяжение магнита катушкой зависит от направления индукционного тока в ней. Поэтому закон сохранения энергии позволяет сформулировать правило, определяющее направление индукционного тока.

В чём состоит различие двух опытов: приближение магнита к катушке и его удаление? В первом случае магнитный поток (или число линий магнитной индукции, пронизывающих витки катушки) увеличивается (рис. 5.5, *а*), а во втором случае — уменьшается (рис. 5.5, *б*). Причём в первом случае линии индукции B' магнитного поля, созданного возникшим в катушке индукционным током, выходят из верхнего конца катушки, так как катушка отталкивает магнит, а во втором случае, наоборот, входят в этот конец. Эти линии магнитной индукции на рисунке 5.5 изображены штрихом.

Теперь мы подошли к главному: при увеличении магнитного потока через витки катушки индукционный ток имеет такое направление, что создаваемое им магнитное поле препятствует нарастанию магнитного потока через витки катушки. Ведь вектор индукции $\vec{B}'$ этого поля направлен против вектора индукции $\vec{B}$ поля, изменение которого порождает электрический ток. Если же магнитный поток через катушку ослабевает, то индукционный ток создаёт магнитное поле с индукцией $\vec{B}'$, увеличивающее магнитный поток через витки катушки.

В этом состоит сущность общего правила определения направления индукционного тока, которое применимо во всех случаях. Это правило было установлено русским физиком Э. Х. Ленцем (1804—1865).

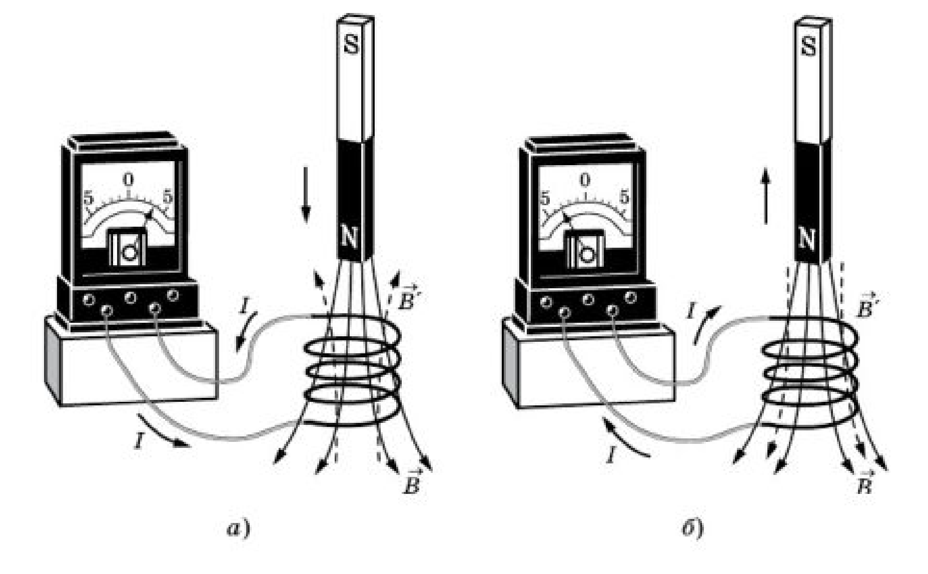


Рис. 5.5



Согласно правилу Ленца **возникающий в замкнутом контуре индукционный ток имеет такое направление, что созданный им магнитный поток через поверхность, ограниченную контуром, стремится препятствовать тому изменению потока, которое порождает данный ток.**

В случае сверхпроводников компенсация изменения внешнего магнитного потока будет полной. Поток магнитной индукции через поверхность, ограниченную сверхпроводящим контуром, вообще не меняется со временем ни при каких условиях. Подробнее об этом пойдёт речь в дальнейшем.

Направление индукционного тока определяется законом сохранения энергии. Индукционный ток во всех случаях своим магнитным полем препятствует изменению магнитного потока, вызывающему данный ток.

? °Сопоставьте правило Ленца и принцип Ле-Шателье—Брауна (внешние воздействия, выводящие термодинамическую систему из состояния устойчивого равновесия, вызывают в ней протекание процессов, которые уменьшают влияние этих внешних возмущений). На каких основаниях в физике утверждениям присваивается «титул» правила, принципа (аргументируйте на конкретных примерах)?

§ 5.3. ЗАКОН ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ИНДУКЦИИ

Сформулируем закон электромагнитной индукции количественно. Опыты Фарадея показали, что сила индукционного тока I_i в проводящем контуре пропорциональна скорости изменения числа линий магнитной индукции $\vec{B}$, пронизывающих поверхность, ограниченную этим контуром. Более точно это утверждение можно сформулировать, используя понятие магнитного потока.

Магнитный поток наглядно истолковывается как число линий магнитной индукции (см. § 4.4), пронизывающих поверхность площадью S. Поэтому скорость изменения этого числа есть не что иное, как скорость изменения магнитного потока.

Если за малое время Δt магнитный поток меняется на $\Delta\Phi$, то скорость изменения магнитного потока равна $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$[1].

Поэтому утверждение, которое вытекает непосредственно из опыта, можно сформулировать так: *сила индукционного тока пропорциональна скорости изменения магнитного потока через поверхность, ограниченную контуром:*

$$I_i \sim \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}. \qquad (5.3.1)$$

ЭДС индукции

Известно, что в цепи появляется электрический ток в том случае, когда на свободные заряды действуют сторонние силы. Работу этих сил при перемещении единичного положительного заряда вдоль замкнутого контура называют электродвижущей силой. Следовательно, при изменении магнитного потока через поверхность, ограниченную контуром, в нём появляются сторонние силы, действие которых характеризуется ЭДС, называемой ЭДС индукции. Обозначим её буквой $\mathcal{E}_i$.

Закон электромагнитной индукции

Закон электромагнитной индукции формулируется именно для ЭДС, а не для силы тока. При такой формулировке закон выражает сущность явления, не зависящую от свойств

[1] Здесь в отличие от § 4.4 $\Delta\Phi$ означает изменение потока магнитной индукции со временем.

проводников, в которых возникает индукционный ток. Согласно закону электромагнитной индукции, **ЭДС индукции в замкнутом контуре равна по модулю скорости изменения магнитного потока через поверхность, ограниченную контуром**[1]:

$$|\mathscr{E}_i| = \left|\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right|. \qquad (5.3.2)$$

Как в законе электромагнитной индукции учесть направление индукционного тока (или знак ЭДС индукции) в соответствии с правилом Ленца?

На рисунке 5.6 изображён замкнутый контур. Будем считать положительным направление обхода контура против часовой стрелки. Нормаль к контуру $\vec{n}$ образует правый винт с направлением обхода. Знак ЭДС, т. е. удельной работы, зависит от направления сторонних сил по отношению к направлению обхода контура. Если эти направления совпадают, то $\mathscr{E}_i > 0$ и, соответственно, $I_i > 0$. В противном случае ЭДС и сила тока отрицательны.

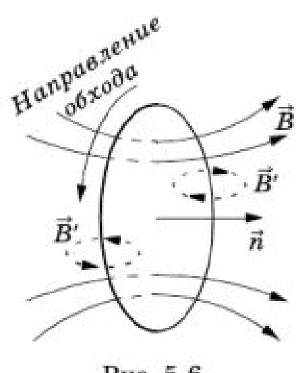


Рис. 5.6

Пусть магнитная индукция $\vec{B}$ внешнего магнитного поля направлена вдоль нормали к контуру и возрастает со временем. Тогда $\Phi > 0$ и $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} > 0$. Согласно правилу Ленца, индукционный ток создаёт магнитный поток $\Phi' < 0$. Линии индукции B' магнитного поля индукционного тока изображены на рисунке 5.6 штрихом. Следовательно, индукционный ток I_i направлен по часовой стрелке (против положительного направления обхода) и ЭДС индукции отрицательна. Поэтому в законе электромагнитной индукции должен стоять знак минус:

$$\boxed{\mathscr{E}_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}.} \qquad (5.3.3)$$

---

[1] Опыт непосредственно даёт только прямую пропорциональность между $\mathscr{E}_i$ и $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$. Но в Международной системе единиц, которой мы будем пользоваться в этой главе, коэффициент пропорциональности полагают равным единице.

Единицы магнитной индукции и магнитного потока

В Международной системе единиц закон электромагнитной индукции используют для установления единицы магнитного потока. Эту единицу называют **вебером** (Вб).

Так как ЭДС индукции $\mathcal{E}_i$ выражают в вольтах, а время — в секундах, то, согласно выражению (5.3.3), вебер можно определить следующим образом: *магнитный поток через поверхность, ограниченную замкнутым контуром, равен* 1 Вб, *если при равномерном убывании этого потока до нуля за* 1 с *в контуре возникает ЭДС индукции* 1 В:

$$1 \text{ Вб} = 1 \text{ В} \cdot 1 \text{ с}.$$

Единицу магнитной индукции **тесла** [см. формулу (3.4.7)] устанавливают на основе соотношения (4.4.1). Если вектор $\vec{B}$ перпендикулярен поверхности площадью S, то $\Phi = BS$. Тесла равна магнитной индукции, при которой магнитный поток через поперечное сечение площадью 1 м^2 равен 1 Вб.

$$1 \text{ Тл} = 1 \text{ Вб/м}^2 = 1 \text{ В} \cdot \text{с/м}^2 = 1 \text{ Дж} \cdot \text{с/(Кл} \cdot \text{м}^2) = 1 \text{ Н/(А} \cdot \text{м)}.$$

Надо запомнить закон электромагнитной индукции (5.3.3), понимать, что такое ЭДС индукции и магнитный поток.

§ 5.4. ВИХРЕВОЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ

ЭДС индукции возникает либо в неподвижном проводнике, помещённом в изменяющееся во времени магнитное поле, либо в проводнике, движущемся в магнитном поле, которое может не меняться со временем. Значение ЭДС в обоих случаях определяется законом (5.3.3), но происхождение ЭДС различно. Рассмотрим сначала первый случай.

Что возникает при изменении магнитного поля?

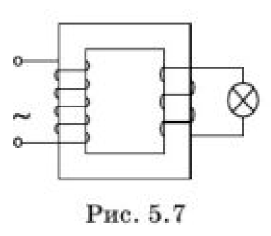


Рис. 5.7

Пусть перед нами стоит трансформатор — две катушки, надетые на сердечник. Включив первичную обмотку в сеть, мы получим ток во вторичной обмотке, если она замкнута (рис. 5.7). Электроны в проводах вторичной обмотки придут в движение. Но какие силы

заставляют их двигаться? Само магнитное поле, пронизывающее катушку, этого сделать не может, так как магнитное поле действует исключительно на движущиеся заряды (этим-то оно и отличается от электрического), а проводник с находящимися в нём электронами неподвижен[1].

Что же тогда действует?

Кроме магнитного поля, на заряды, причём как на движущиеся, так и на неподвижные, действует ещё поле электрическое. Но ведь те поля, о которых пока шла речь (электростатическое и стационарное), создаются электрическими зарядами, а индукционный ток появляется под действием переменного магнитного поля.

Уж не замешаны ли здесь какие-то новые физические поля, коль скоро идея близкодействия считается незыблемой?

Но не нужно спешить с выводами и при первом же затруднении искать спасения в придумывании новых полей. Ведь у нас нет никаких оснований считать, что все свойства электрического и магнитного полей изучены. В законах Кулона, Био—Савара—Лапласа и Ампера, заключающих в себе основную информацию о свойствах поля, фигурируют постоянные во времени поля.

А что, если у переменных полей появляются новые свойства? Надо надеяться, что идея единства электрических и магнитных явлений, плодотворная до сих пор, не откажет и в дальнейшем.

Тогда останется единственная возможность: нужно предположить, **что электроны в неподвижном проводнике приводятся в движение электрическим полем и это поле непосредственно порождается переменным магнитным полем. Тем самым утверждается новое фундаментальное свойство электромагнитного поля: изменяясь во времени, магнитное поле порождает электрическое поле.** К этому выводу впервые пришел Дж. Максвелл.

Теперь явление электромагнитной индукции предстаёт перед нами в новом свете. Главное в нём — это процесс порождения магнитным полем поля электрического. При этом наличие проводящего контура, например катушки, не меняет существа дела. Проводник с запасом свободных элект-

---

[1] В действительности дело обстоит не так просто. И в неподвижном проводнике электроны совершают беспорядочное тепловое движение. Но средняя скорость такого движения равна нулю. Соответственно и сила тока, вызванного непосредственно магнитным полем, также должна быть равной нулю.

ронов (или других частиц) лишь помогает обнаружить возникающее электрическое поле. Поле приводит в движение электроны в проводнике и тем самым обнаруживает себя. Сущность явления электромагнитной индукции в неподвижном проводнике состоит не столько в появлении индукционного тока, сколько в возникновении электрического поля, которое приводит в движение электрические заряды.

Вихревое поле

Электрическое поле, возникающее при изменении магнитного поля, имеет совсем другую структуру, чем электростатическое. Оно не связано непосредственно с электрическими зарядами, и его линии напряжённости не могут на них начинаться и кончаться. Они вообще нигде не начинаются и не кончаются, а представляют собой замкнутые линии, подобные линиям индукции магнитного поля. Это так называемое в и х р е в о е   э л е к т р и ч е с к о е   п о л е. Может возникнуть вопрос: а почему, собственно, это поле называется электрическим? Ведь оно имеет другое происхождение и другую конфигурацию, чем статическое электрическое поле. Ответ прост: вихревое поле действует на заряд q точно так же, как и электростатическое, а это мы считали и считаем главным свойством поля. Сила, действующая на заряд, по-прежнему равна $\vec{F} = q\vec{E}$, где $\vec{E}$ — напряжённость вихревого поля.

Если магнитный поток создаётся однородным магнитным полем, сконцентрированным в длинной узкой цилиндрической трубке радиусом r_0 (рис. 5.8), то из соображений симметрии очевидно, что линии напряжённости электрического поля лежат в плоскостях, перпендикулярных линиям $\vec{B}$, и представляют собой окружности. В соответствии с правилом Ленца при возрастании магнитной индукции $\left(\frac{\Delta B}{\Delta t} > 0\right)$ линии напряжённости $\vec{E}$ образуют левый винт с направлением магнитной индукции $\vec{B}$.

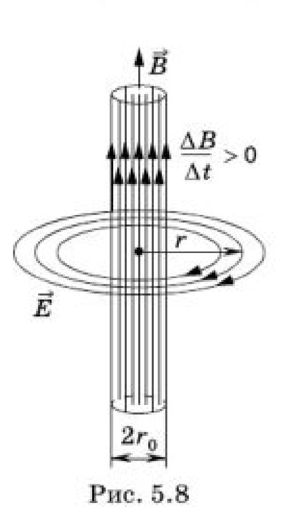


Рис. 5.8

В отличие от статического или стационарного электрического поля, работа вихревого поля на замкнутом пути не равна нулю. Ведь при перемещении за-

ряда вдоль замкнутой линии напряжённости электрического поля работа на всех участках пути имеет один и тот же знак, так как сила и перемещение совпадают по направлению. Вихревое электрическое поле, так же как и магнитное поле, не потенциальное.

Работа вихревого электрического поля по перемещению единичного положительного заряда вдоль замкнутого неподвижного проводника численно равна ЭДС индукции в этом проводнике.

Для конфигурации магнитного потока, изображённого на рисунке 5.8, эта удельная работа равна $2\pi rE$, где r — расстояние от оси магнитного потока до определённой силовой линии $\vec{E}$. Согласно закону электромагнитной индукции для данного случая, имеем:

$$2\pi rE = \pi r_0^2 \frac{\Delta B}{\Delta t}.$$

Отсюда следует, что напряжённость электрического поля убывает при увеличении r как $\frac{1}{r}$:

$$E = \frac{r_0^2}{2} \frac{1}{r} \frac{\Delta B}{\Delta t}. \quad (5.4.1)$$

Бетатрон

При быстром изменении магнитного поля сильного электромагнита появляются мощные вихревые электрические поля, которые можно использовать для ускорения электронов до скоростей, близких к скорости света. На этом принципе основано устройство ускорителя электронов — бетатрона. Электроны в бетатроне ускоряются вихревым электрическим полем внутри кольцевой вакуумной камеры K, помещённой в зазоре электромагнита M (рис. 5.9).

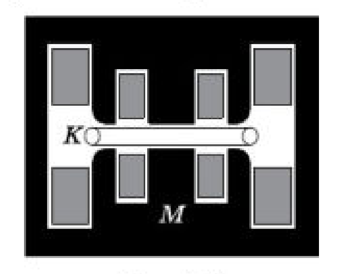


Рис. 5.9

Не все вопросы имеют смысл

Итак, переменное магнитное поле порождает вихревое электрическое поле. Но не кажется ли вам, что одного утверждения здесь недостаточно? Хочется знать, каков же механизм данного процесса. Нельзя ли разъяснить, как эта

связь полей осуществляется в природе? И вот тут-то ваша естественная любознательность не может быть удовлетворена. Никакого механизма здесь просто нет. Закон электромагнитной индукции — это фундаментальный закон природы, значит, основной, первичный. Действием его можно объяснить многие явления, но сам он остаётся необъяснимым просто по той причине, что нет более глубоких законов, из которых бы он вытекал в виде следствия. Во всяком случае, сейчас такие законы неизвестны. Таковыми являются все основные законы: закон тяготения, закон Кулона и т. д.

Мы, конечно, вольны ставить перед природой любые вопросы, но не все они имеют смысл. Так, например, можно и нужно исследовать причины различных явлений, но пытаться выяснить, почему вообще существует причинность, — бесполезно. Такова природа вещей, таков мир, в котором мы живём.

Наряду с потенциальным кулоновским электрическим полем существует вихревое электрическое поле. Линии напряжённости этого поля замкнуты. Вихревое поле порождается переменным магнитным полем.

? Сопоставьте физические понятия «вихревое электрическое поле» и «вихревое магнитное поле». Выделите критерии сопоставления и представьте результат в виде таблицы.

§ 5.5. ЭДС ИНДУКЦИИ В ДВИЖУЩИХСЯ ПРОВОДНИКАХ

Если проводник движется в постоянном во времени магнитном поле, то ЭДС индукции в проводнике обусловлена не вихревым электрическим полем, а другой причиной.

При движении проводника его свободные заряды движутся вместе с ним. Поэтому на заряды со стороны магнитного поля действует сила Лоренца. Она-то и вызывает перемещение зарядов внутри проводника. ЭДС индукции, следовательно, имеет «магнитное происхождение».

На многих электростанциях сравнительно небольшой мощности именно сила Лоренца вызывает перемещение электронов в движущихся проводниках.

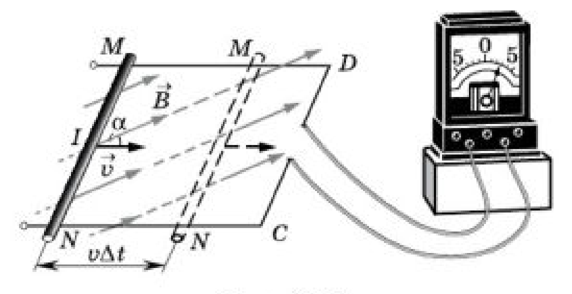


Рис. 5.10



Вычислим ЭДС индукции в прямоугольном контуре, помещённом в однородное магнитное поле (рис. 5.10). Пусть сторона контура MN длиной l скользит с постоянной скоростью $\vec{v}$ вдоль сторон NC и MD, оставаясь всё время параллельной стороне CD. Вектор магнитной индукции $\vec{B}$ однородного поля перпендикулярен проводнику MN и составляет угол α с направлением его скорости.

Сила, с которой магнитное поле действует на движущуюся заряженную частицу, равна (см. § 4.9):

$$\vec{F}_L = q\vec{v} \times \vec{B}. \qquad (5.5.1)$$

Направлена эта сила вдоль проводника MN. Работа силы Лоренца при перемещении заряда вдоль проводника от M к N равна[1]:

$$A = \vec{F}_L \cdot \vec{l} = qvBl\sin\alpha.$$

Электродвижущая сила индукции в проводнике MN равна по определению отношению работы по перемещению положительного заряда q к этому заряду:

$$\mathcal{E}_i = \frac{A}{q} = vBl\sin\alpha. \qquad (5.5.2)$$

Эта формула справедлива для любого проводника длиной l, движущегося со скоростью $\vec{v}$ в однородном магнитном поле.

---

[1] Это неполная работа силы Лоренца. Кроме силы Лоренца (5.5.1) имеется составляющая силы Лоренца, направленная против скорости проводника $\vec{v}$. Эта составляющая совершает отрицательную работу (см. § 4.9).

В других проводниках контура ЭДС равна нулю, так как проводники неподвижны. Следовательно, ЭДС во всем контуре $MNCD$ равна $\mathscr{E}_i$ и остаётся неизменной, если скорость движения $\vec{v}$ постоянна. Электрический ток при этом будет увеличиваться, так как при смещении проводника MN вправо уменьшается общее сопротивление контура.

С другой стороны, ЭДС индукции можно вычислить с помощью закона электромагнитной индукции (5.3.3). Действительно, магнитный поток через контур $MNCD$ равен:

$$\Phi = BS\cos(90° - \alpha) = BS\sin\alpha,$$

где угол $90° - \alpha$ есть угол между вектором $\vec{B}$ и нормалью $\vec{n}$ к плоскости контура, а S — площадь контура $MNCD$. Если считать, что в начальный момент времени ($t = 0$) проводник MN находился на расстоянии NC от проводника CD (см. рис. 5.10), то при перемещении проводника площадь S изменяется со временем следующим образом:

$$S = l(NC - vt).$$

За время Δt площадь контура меняется на $\Delta S = -lv\Delta t$. Знак минус указывает на то, что она уменьшается. Изменение магнитного потока за это время равно

$$\Delta\Phi = -Blv\Delta t\sin\alpha.$$

Следовательно,

$$\mathscr{E}_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = Blv\sin\alpha,$$

как это и было получено выше [см. формулу (5.5.2)].

Если весь контур $MNCD$ движется в однородном магнитном поле, сохраняя свою ориентацию по отношению к вектору $\vec{B}$, то ЭДС индукции в контуре будет равна нулю, так как поток Φ через поверхность, ограниченную контуром, не меняется. Объяснить это можно так. При движении контура в проводниках MN и CD возникают силы (5.5.1), действующие на электроны в направлениях от N к M и от C к D. Суммарная работа этих сил при обходе контура по часовой стрелке или против неё равна нулю.

ЭДС индукции в проводниках, движущихся в постоянном магнитном поле, возникает за счёт действия на свободные заряды проводника силы Лоренца.

? Поясните смысл фразы: «ЭДС индукции в проводнике при его движении в постоянном во времени магнитном поле имеет "магнитное происхождение"».

§ 5.6. ИНДУКЦИОННЫЕ ТОКИ В МАССИВНЫХ ПРОВОДНИКАХ

Перейдём к различным частным случаям электромагнитной индукции. Рассмотрим возникновение индукционных токов в массивных проводниках.

Сопротивление массивных проводников мало, поэтому возбуждаемая в них ЭДС индукции способна создать вихревые токи очень большой силы. Эти токи, называемые токами Фуко по имени исследовавшего их французского физика, можно использовать для нагревания проводников. На этом принципе основано устройство индукционных электропечей. Особенно широкое применение эти печи получили для плавки металлов в вакууме, когда другие методы практически непригодны. Созданы индукционные кухонные печи для приготовления и разогревания пищи.

Однако во многих распространённых электротехнических устройствах возникновение токов Фуко приводит к бесполезным потерям энергии на выделение тепла. Поэтому железные сердечники трансформаторов, электродвигателей и т. д. делают не сплошными, а состоящими из отдельных пластин, изолированных друг от друга (рис. 5.11). Причём поверхности пластин должны быть перпендикулярны направлению вектора напряжённости вихревого электрического поля. Сопротивление пластин электрическому току будет при этом максимальным.

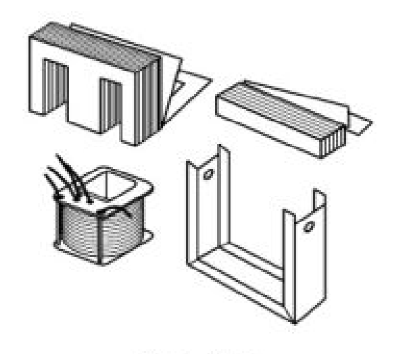


Рис. 5.11

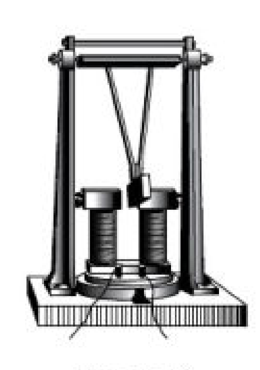


Рис. 5.12

Любопытные явления возникают при взаимодействии токов Фуко с породившим их магнитным полем. На рисунке 5.12 изображён массивный медный маятник, колеблющийся между полюсами сильного электромагнита. При приближении маятника к зазору магнита в нём возникает индукционный ток, который, согласно правилу Ленца, имеет такое направление, что созданное им поле направлено против поля магнита.

В результате происходит торможение маятника. При выходе маятника из зазора магнита поток магнитной индукции, пронизывающий маятник, уменьшается (согласно правилу Ленца), возникает притяжение маятника к магниту, и он опять тормозится. В результате маятник быстро останавливается, хотя без магнита его колебания могли бы продолжаться довольно долго.

Этот эффект используют для быстрого успокоения колебаний стрелок измерительных приборов. Для этого на оси стрелки прибора закрепляют алюминиевую пластинку, движущуюся в зазоре постоянного магнита.

Если вместо массивного маятника взять гребёнку с зубьями, перпендикулярными линиям индукции поля магнита, то быстрого затухания колебаний не произойдёт, так как вихревые токи в маятнике из-за промежутков между зубцами уже не могут достигать больших значений.

Особенно эффектен опыт В. К. Аркадьева. Над свинцовой чашей, находящейся в сверхпроводящем состоянии, помещают небольшой магнит. И он не падает на дно! Магнит «парит» над чашей. Происходит это по следующей причине. При движении магнита вниз он наводит в стенках чаши индукционный ток, магнитное поле которого отталкивает магнит (правило Ленца). И этот ток не затухает, так как чаша сверхпроводящая. В результате магнит «парит» над чашей сколь угодно долго.

Индукционные токи в массивных проводниках используют для нагревания проводящих тел в индукционных печах. С другой стороны, во многих электротехнических устройствах эти токи приводят к бесполезным потерям энергии на выделение тепла.



? Почему магнитная стрелка, подвешенная над медным диском, начинает поворачиваться вслед за диском, если диск привести во вращение?

§ 5.7. САМОИНДУКЦИЯ. ИНДУКТИВНОСТЬ

Если по катушке идёт переменный ток, то магнитный поток, пронизывающий катушку, меняется. Поэтому возникает ЭДС индукции в том же самом проводнике, по которому идёт переменный ток. Это явление называют самоиндукцией.

Самоиндукция

При самоиндукции проводящий контур играет двоякую роль: по нему протекает ток, вызывающий индукцию, и в нём же появляется ЭДС индукции. *Изменяющееся магнитное поле индуцирует ЭДС в том самом проводнике, по которому течёт ток, создающий это поле.*

В момент нарастания тока напряжённость вихревого электрического поля в соответствии с правилом Ленца направлена против тока. Следовательно, в этот момент вихревое поле препятствует нарастанию тока. Наоборот, в момент уменьшения тока вихревое поле поддерживает его.

Это приводит к тому, что при замыкании цепи, содержащей источник постоянной ЭДС, определённое значение силы тока устанавливается не сразу, а постепенно с течением времени (рис. 5.13). С другой стороны, при отключении источника ток в замкнутых контурах прекращается не мгновенно. Возникающая при этом ЭДС самоиндукции может превышать ЭДС источника, так как изменение тока и его магнитного поля при отключении источника происходит очень быстро.

Явление самоиндукции можно наблюдать на простых опытах. На рисунке 5.14 показана схема параллельного включения двух одинаковых ламп. Одну из них подключают к источнику через резистор R, а другую — последовательно с катушкой L с железным сердечником.

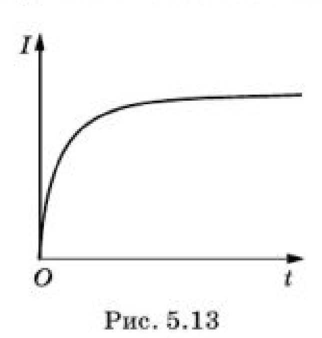


Рис. 5.13

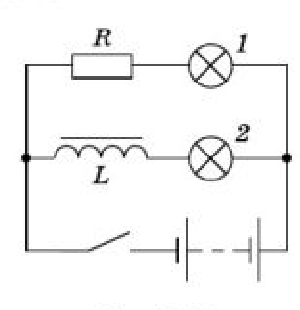


Рис. 5.14